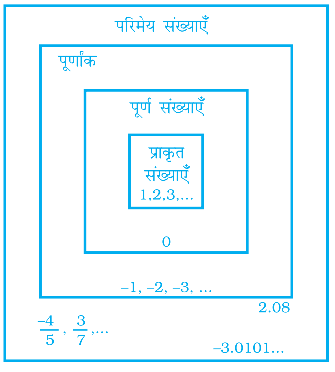
इकाई 1

परिमेय संख्याएँ

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- वह संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ एक **परिमेय संख्या** कहलाती है।

- **एक परिमेय संख्या का न्यूनतम (या निम्नतम) रूपः** एक परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ न्यूनतम या निम्नतम या सरलतम रूप में कही जाती है, यदि p और q में 1 के अतिरिक्त कोई अन्य सार्व गुणनखंड न हो, जहाँ $q \neq 0$ है।



- परिमेय संख्याओं में योग, व्यवकलन (घटाना), गुणन और विभाजन (भाग) उसी प्रकार किये जाते हैं, जैसे भिन्नों में किये जाते हैं।
- परिमेय संख्याएँ योग, व्यवकलन और गुणन की संक्रियाओं के अंतर्गत संवृत होती हैं।
- परिमेय संख्याओं के लिए योग और गुणन की संक्रियाएँ

  (i) क्रमविनिमेय होती हैं।

  (ii) सहचारी होती हैं।

- परिमेय संख्या 0 परिमेय संख्याओं के लिए योज्य तत्समक होता है।
- परिमेय संख्या 1 परिमेय संख्याओं के लिए गुणन तत्समक होता है।
- परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{-a}{b}$ होता है और $\frac{-a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{a}{b}$ होता है।
- परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ का व्युत्क्रम या गुणन प्रतिलोम $\frac{c}{d}$ होता है, यदि $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=1$ हो।
- **परिमेय संख्याओं का वितरण गुण**–सभी परिमेय a, b और c संख्याओं के लिए

  $a(b+c) = ab + ac$ तथा $a(b-c) = ab - ac$ होता है।
- परिमेय संख्याओं को एक संख्या रेखा पर निरूपित किया जा सकता है।
- दी हुई दो परिमेय संख्याओं के बीच में अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं। दी हुई दो परिमेय संख्याओं के बीच में परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने के लिए, **माध्य** की धारणा सहायक होती है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 3 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: निम्न में से कौन सत्य नहीं है?

(a) $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{5}{4}+\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}$

(c) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}$ (d) $\frac{2}{3}\div\frac{5}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: $\frac{0}{1}$ का गुणन प्रतिलोम है–

(a) 1 (b) –1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3: $\frac{-3}{4}$ और $\frac{1}{2}$ के बीच स्थित तीन परिमेय संख्याएँ हैं

(a) $-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}$ (b) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

12/04/18

(c) $\frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{4}$ (d) $\frac{-5}{4}, 0, \frac{1}{4}$

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 4 और 5 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

उदाहरण 4: एक शून्येतर परिमेय संख्या और उसके व्युत्क्रम का गुणनफल ________ होता है।

हल 1

उदाहरण 5: यदि $x = \frac{1}{3}$ और $y = \frac{6}{7}$ हो, तो $xy - \frac{y}{x} =$ _______ है।

हल $\frac{-16}{7}$

उदाहरण 6 और 7 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य-

उदाहरण 6: प्रत्येक परिमेय संख्या का एक व्युत्क्रम होता है।

हल असत्य

उदाहरण 7: $\frac{-4}{5}, \frac{-5}{4}$ से बड़ी है।

हल सत्य

उदाहरण 8: ज्ञात कीजिए $\frac{4}{7} \times \frac{14}{3} \div \frac{2}{3}$

हल

$$\frac{4}{7} \times \frac{14}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \left(\frac{14}{3} \times \frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{4}{7} \times 7$$

$$= 4$$

उदाहरण 9: उचित गुणों का प्रयोग करते हुए, $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{7}\right) + \frac{7}{3} + \frac{2}{3} \times \left(\frac{-2}{7}\right)$ ज्ञात कीजिए।

हल

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{7}\right) + \frac{7}{3} + \frac{2}{3} \times \left(\frac{-2}{7}\right)$$

$$= \frac{-5}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{2}{7} \times \frac{2}{3} + \frac{7}{3}$$

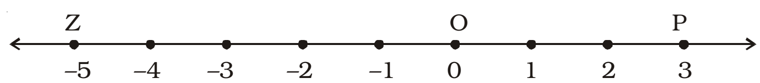
$$= \left(\frac{-5}{7} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{2}{3} + \frac{7}{3}$$

$$= -\frac{2}{3} + \frac{7}{3} \qquad = \frac{5}{3}$$

उदाहरण 10: मान लीजिए कि संख्या रेखा पर बिंदु O,P और Z क्रमशः संख्याओं 0, 3 और – 5 को निरूपित करते हैं। O और P के बीच में बिंदु Q, R और S इस प्रकार स्थित हैं कि OQ = QR = RS = SP है।

बिंदुओं Q, R और S से कौन–सी परिमेय संख्याएँ निरूपित हो रही हैं। आगे Z और O के बीच में एक बिंदु T इस प्रकार चुनिए कि ZT = TO हो। T कौन सी परिमेय संख्या निरूपित करता है?

हल



क्यांकि OQ = QR= RS = SP है तथा

OQ + QR + RS + SP = OP है,

इसलिए Q, R और S रेखाखंड OP को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं।

अतः, R रेखाखंड OP का मध्य–बिंदु है। अर्थात् $R = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$

Q, OR का मध्य–बिंदु है। अर्थात् $Q = \frac{1}{2}\left(0 + \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{4}$

साथ ही, S रेखाखंड RP का मध्य–बिंदु है। अर्थात् $S = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 3\right) = \frac{9}{4}$

अतः, $Q = \frac{3}{4}, R = \frac{3}{2}$ और $S = \frac{9}{4}$ है।

साथ ही, ZT = TO है।

अतः, T रेखाखंड OZ का मध्य–बिंदु है। अर्थात् $T = \frac{0 + (-5)}{2} = \frac{-5}{2}$

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. उस योग समस्या, जिसमें भिन्नों के समान हर हों, को हल करने में प्रयोग चरण को स्पष्ट कीजिए।
2. उस योग समस्या, जिसमें भिन्नों के असमान हर हों, को हल करने में प्रथम चरण को स्पष्ट कीजिए।

उदाहरण 11: एक किसान के पास $49\frac{4}{5}$ हेक्टेयर क्षेत्रफल का एक खेत है। वह इसे अपने एक पुत्र और दो पुत्रियों में बराबर-बराबर बाँटना चाहता है। प्रत्येक के भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ha हेक्टेयर का संक्षिप्त रूप है। 1 हेक्टेयर = $10,000 m^2$ है)

हल $49\frac{4}{5}\text{ ha} = \frac{249}{5}\text{ ha}$

प्रत्येक का भाग = $\frac{1}{3}\times\frac{249}{5}\text{ ha} = \frac{83}{5}\text{ ha} = 16\frac{3}{5}$

उदाहरण 12: मान लीजिए a, b और c तीन परिमेय संख्याएँ हैं, जहाँ $a=\frac{2}{3}, b=\frac{4}{5}$ और $c=-\frac{5}{6}$ है।

सत्यापन कीजिए–

(i) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (योग का साहचर्य गुण)

(ii) $a\times(b\times c) = (a\times b)\times c$ (गुणन का साहचर्य गुण)

हल (i) L.H.S. $= a + (b + c)$

$$= \frac{2}{3}+\left[\frac{4}{5}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{3}+\left[\frac{24-25}{30}\right]$$

$$= \frac{2}{3}+\left(\frac{-1}{30}\right)$$

$$= \frac{20-1}{30} = \frac{19}{30}$$

R.H.S. $= (a + b) + c$

$$= \left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{10+12}{15}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= \frac{22}{15}-\frac{5}{6} = \frac{44-25}{30} = \frac{19}{30}$$

अतः, $\frac{2}{3}+\left[\frac{4}{5}+\left(\frac{-5}{2}\right)\right] = \left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)$

इस प्रकार, सत्यापन हो गया।

(ii) L.H.S. $= a \times (b \times c)$

$$= \frac{2}{3} \times \left[\frac{4}{5} \times \left(\frac{-5}{6}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{-20}{30}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$= \frac{2 \times (-2)}{3 \times 3} = \frac{-4}{9}$$

R.H.S. $= (a \times b) \times c$

$$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \times \frac{-5}{6}$$

$$= \frac{8}{15} \times \left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$= \frac{8 \times (-5)}{15 \times 6} = \frac{-40}{90} = \frac{-4}{9}$$

अतः, $\frac{2}{3} \times \left[\frac{4}{5} \times \left(\frac{-5}{6}\right)\right] = \left[\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right] \times \left(\frac{-5}{6}\right)$ है।

उदाहरण 13: निम्न प्रश्नों को हल कीजिए और अपने प्रेक्षणों को लिखिए

(i) $\frac{5}{3} + 0 = ?$ (ii) $\frac{-2}{5} + 0 = ?$ (iii) $\frac{3}{7} + 0 = ?$

(iv) $\frac{2}{3} \times 1 = ?$ (v) $\frac{-6}{7} \times 1 = ?$ (vi) $\frac{9}{8} \times 1 = ?$

हल (i) $\frac{5}{3} + 0 = \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{-2}{5} + 0 = \frac{-2}{5}$ (iii) $\frac{3}{7} + 0 = \frac{3}{7}$

(iv) $\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$ (v) $\frac{-6}{7} \times 1 = \frac{-6}{7}$ (vi) $\frac{9}{8} \times 1 = \frac{9}{8}$

प्रेक्षण –

(i) से (iii) में, हम देखते हैं (a) जब हम किसी परिमेय संख्या में 0 को जोड़ते हैं, तो हमें वही परिमेय संख्या प्राप्त होती है।

(iv) से (vi) में, हम देखते हैं: (b) जब हम किसी परिमेय संख्या को 1 से गुणा करते हैं, तो हमें वही परिमेय संख्या प्राप्त होती है।

(c) अतः, परिमेय संख्याओं के लिए 0 **योज्य तत्समक** है तथा 1 **गुणन तत्समक** है।

उदाहरण 14: $\frac{-5}{6}$ और $\frac{7}{8}$ के बीच में कोई भी 5 परिमेय संख्याएँ लिखिए।

हल $\frac{-5}{6} = \frac{-5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{-20}{24}$

तथा $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$

इस प्रकार, $\frac{-5}{6}$ और $\frac{7}{8}$ के बीच में परिमेय संख्याएँ

$\frac{-19}{24}, \frac{-18}{24}, \frac{-17}{24}, \ldots\ldots \frac{20}{24}$ स्थित हैं।

उदाहरण 15: $\frac{2}{3}, \frac{-4}{5}, \frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ में वे परिमेय संख्याएँ छाँटिए, जो अन्य तीनों संख्याओं से भिन्न प्रकार की हों। अपने कारण को स्पष्ट कीजिए।

हल परिमेय संख्या $\frac{-4}{5}$ अन्य तीनों संख्याओं से भिन्न प्रकार की है, क्योंकि यह संख्या रेखा पर शून्य के बाईं ओर स्थित है, जबकि अन्य संख्याएँ शून्य के दाईं ओर स्थित हैं।

उदाहरण 16: **समस्या हल करने की युक्तियाँ**

समस्या- दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल –7 है। यदि एक संख्या –10 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल समझिए और खोजिए:

- **प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है?**

  दो परिमेय संख्याओं में से एक संख्या

  दोनों परिमेय संख्याओं का गुणनफल

- **आप क्या ज्ञात कर रहे हैं?**

  दूसरी परिमेय संख्या

एक युक्ति की योजना बनाइए

- मान लीजिए कि अज्ञात परिमेय संख्या x है। दिये हुए प्रतिबंधों से एक समीकरण बनाइए। फिर समीकरण को हल कीजिए।

हल कीजिए

मान लीजिए कि दूसरी परिमेय संख्या x है।

$-10 \times x = -7$

$x = \frac{-7}{-10}$, $\quad x = \frac{7}{10}$

जाँच–

$-10 \times \frac{7}{10} = -7$ है। अतः, परिणाम सही है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

उत्तर प्राप्त करने की कुछ अन्य सरल विधियाँ

क्या गुणनफल दोनों परिमेय संख्याओं से बड़ा है या दोनों परिमेय संख्याओं से छोटा है अथवा एक से बड़ा तथा दूसरे से छोटा है?

ध्यान देने योग्य कौशल

आलेखी संगठनकर्ताओं पर केंद्रीकरण

आप एक गणितीय अवधारणा अथवा गुण जैसे कि योग का क्रम विनिमेय गुण, के विषय में सूचना को संगठित करने में सूचनात्मक ढाँचे का उपयोग कर सकते हैं।

शब्द

दो संख्याओं को जोड़ने में उनका क्रम योगफल को नहीं बदलता है।

उदाहरण

$3 + 5 = 5 + 3$

योग का क्रम विनिमेय गुण

बीज गणित

$a + b = b + a$

शब्दावली सहायता

शब्द क्रम विनिमेय करने का अर्थ भ्रमण करना है जो चलायमान है।

वितरण गुण के लिए एक सूचनात्मक ढाँचा बनाइए।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 25 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. एक संख्या, जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है, कहलाती है–

(a) प्राकृत संख्या (b) पूर्ण संख्या
(c) पूर्णांक (d) परिमेय संख्या

2. $\frac{p}{q}$ के रूप की संख्या परिमेय संख्या कहलाती है, यदि

(a) p और q पूर्णांक हैं।
(b) p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ हैं।
(c) p और q पूर्णांक हैं और $p \neq 0$ हैं।
(d) p और q पूर्णांक हैं तथा $p \neq 0$ और $q \neq 0$ है।

3. संख्यात्मक व्यंजक $\frac{3}{8}+\frac{(-5)}{7}=\frac{-19}{56}$ दर्शाता है कि,

(a) परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत हैं।
(b) परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत नहीं हैं।
(c) परिमेय संख्याएँ गुणन के अंतर्गत संवृत हैं।
(d) परिमेय संख्याओं का योग क्रम विनिमेय नहीं है।

4. निम्न में से कौन सत्य नहीं है?

(a) परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत हैं।
(b) परिमेय संख्याएँ व्यवकलन के अंतर्गत संवृत हैं।
(c) परिमेय संख्याएँ गुणन के अंतर्गत संवृत हैं।
(d) परिमेय संख्याएँ विभाजन के अंतर्गत संवृत हैं।

5. $-\frac{3}{8}+\frac{1}{7}=\frac{1}{7}+\left(\frac{-3}{8}\right)$ एक ऐसा उदाहरण है, जो दर्शाता है कि,

(a) परिमेय संख्याओं का योग क्रम विनिमेय है।
(b) परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत हैं।
(c) परिमेय संख्याओं का योग सहचारी है।
(d) परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत वितरित हैं।

6. निम्न में से कौन-सा व्यंजक यह दर्शाता है कि परिमेय संख्याओं का गुणन सहचारी है?

(a) $\frac{2}{3}\times\left(\frac{-6}{7}\times\frac{3}{5}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\right)\times\frac{3}{5}$

(b) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-6}{7} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{5} \times \frac{-6}{7}\right)$

(c) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-6}{7} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{-6}{7}$

(d) $\left(\frac{2}{3} \times \frac{-6}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \left(\frac{-6}{7} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

7. शून्य (0) है-

(a) परिमेय संख्याओं के योग के लिए तत्समक

(b) परिमेय संख्याओं के घटाने के लिए तत्समक

(c) परिमेय संख्याओं के गुणन के लिए तत्समक

(d) परिमेय संख्याओं के विभाजन के लिए तत्समक

8. एक (1) है-

(a) परिमेय संख्याओं के योग के लिए तत्समक

(b) परिमेय संख्याओं के घटाने के लिए तत्समक

(c) परिमेय संख्याओं के गुणन के लिए तत्समक

(d) परिमेय संख्याओं के विभाजन के लिए तत्समक

9. $\frac{-7}{19}$ का योज्य प्रतिलोम है-

(a) $\frac{-7}{19}$ (b) $\frac{7}{19}$ (c) $\frac{19}{7}$ (d) $\frac{-19}{7}$

10. एक ऋणात्मक परिमेय संख्या का गुणन प्रतिलोम है-

(a) एक धनात्मक परिमेय संख्या

(b) एक ऋणात्मक परिमेय संख्या

(c) 0

(d) 1

11. यदि $x + 0 = 0 + x = x$ है, जो एक परिमेय संख्या है, तो 0 कहलाता है-

(a) परिमेय संख्याओं के योग के लिए तत्समक

(b) x का योज्य प्रतिलोम

(c) x का गुणन प्रतिलोम

(d) x का व्युत्क्रम

12. गुणनफल 1 प्राप्त करने के लिए, हमें $\frac{8}{21}$ को निम्न से गुणा करना चाहिए-

(a) $\frac{8}{21}$ (b) $\frac{-8}{21}$ (c) $\frac{21}{8}$ (d) $\frac{-21}{8}$

12/04/18

13. $-(-x)$ है–

(a) $-x$ (b) x (c) $\frac{1}{x}$ (d) $\frac{-1}{x}$

14. $-1\frac{1}{7}$ का गुणन प्रतिलोम है–

(a) $\frac{8}{7}$ (b) $\frac{-8}{7}$ (c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{7}{-8}$

15. यदि x कोई परिमेय संख्या है, तो $x + 0$ बराबर है–

(a) x (b) 0 (c) $-x$ (d) परिभाषित नहीं

16. 1 का व्युत्क्रम है–

(a) 1 (b) –1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं

17. –1 का व्युत्क्रम है–

(a) 1 (b) –1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं

18. 0 का व्युत्क्रम है–

(a) 1 (b) –1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं

19. किसी शून्येतर परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ का व्युत्क्रम, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है, है–

(a) $\frac{p}{q}$ (b) 1 (c) 0 (d) $\frac{q}{p}$

20. यदि परिमेय संख्या x का व्युत्क्रम y है, तो y का व्युत्क्रम होगा–

(a) x (b) y (c) $\frac{x}{y}$ (d) $\frac{y}{x}$

21. $\frac{-3}{8}\times\left(\frac{-7}{13}\right)$ का व्युत्क्रम है–

(a) $\frac{104}{21}$ (b) $\frac{-104}{21}$ (c) $\frac{21}{104}$ (d) $\frac{-21}{104}$

22. निम्न में से कौन परिमेय संख्याओं के लिए, योग पर गुणन के वितरण गुण का उदाहरण है?

(a) $-\frac{1}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-4}{7}\right)\right\}=\left[-\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right]+\left[-\frac{1}{4}\times\left(\frac{-4}{7}\right)\right]$

(b) $-\frac{1}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-4}{7}\right)\right\}=\left[\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\right]-\left(\frac{-4}{7}\right)$

(c) $-\frac{1}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-4}{7}\right)\right\}=\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{-4}{7}$

(d) $-\frac{1}{4}\times\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-4}{7}\right)\right\}=\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{-4}{7}\right)\right\}-\frac{1}{4}$

23. दी हुई दो परिमेय संख्याओं के बीच में, हम ज्ञात कर सकते हैं,

(a) एक और केवल एक परिमेय संख्या

(b) केवल दो परिमेय संख्याएँ

(c) केवल दस परिमेय संख्याएँ

(d) अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ

एक युक्ति की योजना बनाना –

- कुछ समस्याओं में अनेक सूचनाएँ होती हैं। पूरी समस्या को ध्यानपूर्वक पढ़िए ताकि आपको सब तथ्य समझ में आ जाएँ। ऐसा करने के लिए आपको कई बार पढ़ना पड़ सकता है। संभवत: इतने ज़ोर से कि आप स्वयं सुन सकें और अच्छी तरह समझ सकें।
- तब निश्चित कीजिए कि कौन-सी सूचना (प्राथमिकता के आधार पर) सबसे महत्वपूर्ण है। क्या ऐसी कोई सूचना है जो समस्या को हल करने के लिए अत्यंत आवश्यक है? यह सूचना सबसे महत्वपूर्ण है।
- अंत में सूचना को क्रम (अनुक्रम) में लगाइए। तुलनात्मक शब्दों, जैसे पहले, बाद में, लंबे, छोटे आदि का उपयोग अपनी सहायता के लिए कीजिए। समस्या को हल करने का प्रयास करने से पहले इस अनुक्रम को लिखिए।

नीचे दी गयी समस्या को पढ़िए, तब बाद वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए –

- किसी शो के प्रारंभ के लिए पाँच मित्र एक पंक्ति में खड़े हैं। वे पंक्ति में अपने आगमन के समय के अनुसार खड़े हैं। श्रेया सचिन के 3 मिनट बाद पहुँची। राय ने पंक्ति में अपना स्थान अपरान्ह 9:01 बजे लिया। वह रीना से एक मिनट पीछे तथा श्रेया से 7 मिनट पहले आया। पहला व्यक्ति अपरान्ह 9:00 बजे पहुँचा। बाबू प्रथम व्यक्ति से 6 मिनट बाद आया। प्रत्येक व्यक्ति के आने के समय को सूचीबद्ध कीजिए।

  (a) किस व्यक्ति के आने की सूचना से आपको प्रत्येक व्यक्ति के पहुँचने की सूचना प्राप्त हुई?

  (b) क्या आप समय के बिना भी क्रम निर्धारित कर सकते हैं।

  (c) सर्वप्रथम पहुँचने से सबसे अंत में पहुँचने तक के मित्रों के क्रम को लिखिए।

24. $\frac{x+y}{2}$ एक परिमेय संख्या है जो,

(a) x और y के बीच में स्थित है

(b) x और y दोनों से छोटी हैं

(c) x और y दोनों से बड़ी हैं

(d) x से छोटी परंतु y से बड़ी हैं

25. निम्न में से कौन-सा कथन सदैव सत्य है?

(a) $\frac{x-y}{2}$ परिमेय x और y संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या है

(b) $\frac{x+y}{2}$ परिमेय x और y संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या है

(c) $\frac{x \times y}{2}$ परिमेय x और y संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या है

(d) $\frac{x \div y}{2}$ परिमेय x और y संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या है

प्रश्न 26 से 47 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ –

26. $\frac{5}{7}$ के तुल्य (समतुल्य) अंश 45 वाली परिमेय संख्या ___________ है।

27. $\frac{7}{9}$ के तुल्य हर 45 वाली परिमेय संख्या ___________ है।

28. संख्या $\frac{15}{20}$ और $\frac{35}{40}$ में बड़ी संख्या ___________ है।

29. एक धनात्मक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम ___________ होता है।

30. एक ऋणात्मक परिमेय संख्या का व्युत्क्रम ___________ होता है।

31. शून्य का व्युत्क्रम ___________ है।

32. संख्याएँ ___________ और ___________ स्वयं अपने व्युत्क्रम हैं।

33. यदि x का व्युत्क्रम y है, तो y^2 का व्युत्क्रम x के पदों में ___________ होगा।

34. $\frac{2}{5} \times \left(\frac{-4}{9}\right)$ का व्युत्क्रम ___________ है।

35. $(213 \times 657)^{-1} = 213^{-1} \times$ ___________ है।

36. 1 का ऋणात्मक ___________ है।

37. परिमेय $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ और $\frac{e}{f}$ संख्याओं के लिए, हमें $\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) =$ ________ + ________ प्राप्त है।

38. $\frac{-5}{7}$, -3 से ________ है।

39. किन्ही दो परिमेय संख्याओं के बीच में ________ परिमेय संख्याएँ स्थित हैं।

40. संख्या रेखा पर परिमेय $\frac{1}{3}$ और $\frac{-1}{3}$ संख्याएँ शून्य के ________ ओर स्थित हैं।

41. एक ऋणात्मक परिमेय संख्या का ऋणात्मक सदैव एक ________ परिमेय संख्या होती है।

42. परिमेय संख्याओं को किसी भी ________ में जोड़ा या गुणा किया जा सकता है।

43. $\frac{-5}{7}$ का व्युत्क्रम ________ है।

44. $\frac{4}{3}$ का गुणन प्रतिलोम ________ है।

45. परिमेय संख्या 10.11, $\frac{p}{q}$ के रूप में ________ है।

46. $\frac{1}{5}\times\left[\frac{2}{7}+\frac{3}{8}\right] = \left[\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}\right]+$ ________ है।

47. -2 और -5 के बीच स्थित हर 1 वाली दो परिमेय संख्याएँ ________ और ________ हैं।

प्रश्न 48 से 99 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य-

48. यदि $\frac{x}{y}$ एक परिमेय संख्या है, तो y सदैव एक पूर्ण संख्या है।

49. यदि $\frac{p}{q}$ एक परिमेय संख्या है, तो p शून्य के बराबर नहीं हो सकता।

50. यदि $\frac{r}{s}$ एक परिमेय संख्या है, तो s शून्य के बराबर नहीं हो सकता।

51. $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ और 1 संख्याओं के बीच स्थित है।

52. $\frac{5}{10}$, $\frac{1}{2}$ और 1 संख्याओं के बीच स्थित है।

53. $\frac{-7}{2}$, -3 और -4 संख्याओं के बीच स्थित है।

54. $\frac{9}{6}$, 1 और 2 संख्याओं के बीच स्थित है।

55. यदि $a \neq 0$ है, तो $\frac{a}{b}$ का गुणन प्रतिलोम $\frac{b}{a}$ है।

56. $\frac{-3}{5}$ का गुणन प्रतिलोम $\frac{5}{3}$ है।

57. $\frac{1}{2}$ का योज्य प्रतिलोम -2 है।

58. यदि $\frac{x}{y}$, $\frac{c}{d}$ का योज्य प्रतिलोम है, तो $\frac{x}{y}+\frac{c}{d}=0$ है।

59. प्रत्येक परिमेय संख्या x के लिए, $x + 1 = x$ होता है।

60. यदि $\frac{x}{y}$, $\frac{c}{d}$ का योज्य प्रतिलोम है, तो $\frac{x}{y}-\frac{c}{d}=0$ है।

61. एक शून्येतर परिमेय संख्या $\frac{q}{p}$ का व्युत्क्रम परिमेय संख्या $\frac{q}{p}$ है।

62. यदि $x + y = 0$ है, तो $-y$, x का ऋणात्मक कहलाता है, जहाँ x और y परिमेय संख्याएँ हैं।

63. किसी परिमेय संख्या के ऋणात्मक का ऋणात्मक स्वयं वह संख्या ही होती है।

64. 0 के ऋणात्मक का कोई अस्तित्व नहीं है।

65. 1 का ऋणात्मक स्वयं 1 ही है।

66. सभी परिमेय x और y संख्याओं के लिए, $x - y = y - x$ होता है।

67. सभी परिमेय संख्याओं x और y के लिए, $x \times y = y \times x$ होता है।

68. सभी परिमेय संख्याओं x के लिए, $x \times 0 = x$ होता है।

69. सभी परिमेय संख्याओं x, y और z के लिए, $x + (y \times z) = (x + y) \times (x + z)$ होता है।

70. सभी परिमेय संख्याओं a, b और c के लिए $a\,(b + c) = ab + bc$ होता है।

71. केवल 1 ही ऐसी परिमेय संख्या है, जो स्वयं अपना व्युत्क्रम है।

72. -1 किसी भी परिमेय संख्या का व्युत्क्रम नहीं है।

73. किसी भी परिमेय संख्या x के लिए, $x + (-1) = -x$ है।

74. दो परिमेय संख्याओं x और y में, यदि $x < y$ है, तो $x - y$ एक धनात्मक परिमेय संख्या है।

75. यदि x और y ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ हैं, तो $x + y$ भी एक ऋणात्मक परिमेय संख्या होती है।

76. किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में ठीक दस परिमेय संख्याएँ स्थित होती हैं।

77. परिमेय संख्याएँ योग और गुणन के अंतर्गत संवृत हैं, परंतु व्यवकलन के अंतर्गत संवृत नहीं हैं।

78. परिमेय संख्याओं का व्यवकलन क्रम विनिमेय है।

79. $-\frac{3}{4}$, -2 से छोटी है।

80. 0 एक परिमेय संख्या है।

81. सभी घनात्मक परिमेय संख्याएँ 0 और 1000 के बीच स्थित हैं।

82. वर्ष 2004-05 की भारत की जनसंख्या एक परिमेय संख्या है।

83. $\frac{5}{6}$ और $\frac{8}{9}$ के बीच अनगिनत परिमेय संख्याएँ हैं।

84. x^{-1} का व्युत्क्रम $\frac{1}{x}$ है।

85. संख्या रेखा पर, परिमेय संख्या $\frac{57}{23}$ शून्य के बायीं ओर स्थित है।

86. संख्या रेखा पर, परिमेय संख्या $\frac{7}{-4}$ शून्य के दायीं ओर स्थित है।

87. संख्या रेखा पर, परिमेय संख्या $\frac{-8}{-3}$ शून्य के बायीं ओर स्थित है।

88. परिमेय $\frac{1}{2}$ और -1 संख्याएँ संख्या रेखा पर शून्य के विपरीत ओर स्थित हैं।

89. प्रत्येक भिन्न एक परिमेय संख्या है।

90. प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या है।

91. परिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित किया जा सकता है।

92. एक ऋणात्मक परिमेय संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक परिमेय संख्या होती है।

93. यदि x और y ऐसी दो परिमेय संख्याएँ हैं कि $x > y$ है, तो $x - y$ सदैव एक धनात्मक परिमेय संख्या है।

94. 0 सबसे छोटी परिमेय संख्या है।

95. प्रत्येक पूर्ण संख्या एक पूर्णांक है।

96. प्रत्येक पूर्ण संख्या एक परिमेय संख्या है।

97. 0 एक पूर्ण संख्या है परंतु यह एक परिमेय संख्या नहीं है।

12/04/18

98. परिमेय संख्याएँ $\frac{1}{2}$ और $-\frac{5}{2}$ संख्या रेखा पर शून्य के विपरीत ओर स्थित हैं।

99. परिमेय संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ा (या गुणा) किया जा सकता है।

100. वे परिमेय संख्याएँ चुनिए जो पूर्णांक भी हैं:

$\frac{9}{4}, \frac{8}{4}, \frac{7}{4}, \frac{6}{4}, \frac{9}{3}, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \frac{6}{3}, \frac{5}{2}, \frac{4}{2}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-3}{2}, \frac{-4}{2}, \frac{-5}{2}, \frac{-6}{2}$

101. वे परिमेय संख्याएँ चुनिए जिन्हें उनके न्यूनतम रूप में हर 4 वाली परिमेय संख्या के रूप में लिखा जा सकता है-

$\frac{7}{8}, \frac{64}{16}, \frac{36}{-12}, \frac{-16}{17}, \frac{5}{-4}, \frac{140}{28}$

102. उपयुक्त पुनर्व्यवस्थितिकरण द्वारा योग ज्ञात कीजिए-

(a) $\frac{4}{7} + \left(\frac{-4}{9}\right) + \frac{3}{7} + \left(\frac{-13}{9}\right)$

(b) $-5 + \frac{7}{10} + \frac{3}{7} + (-3) + \frac{5}{14} + \frac{-4}{5}$

103. निम्न के लिए $-(-x) = x$ को सत्यापित कीजिए-

(i) $x = \frac{3}{5}$ (ii) $x = \frac{-7}{9}$ (iii) $x = \frac{13}{-15}$

104. यह दर्शाने के लिए कि परिमेय संख्याएँ योग, व्यवकलन और गुणन के लिए संवृत हैं एक-एक उदाहरण दीजिए। क्या परिमेय संख्याएँ विभाजन के अंतर्गत संवृत हैं? अपने उत्तर की पुष्टि के लिए दो उदाहरण दीजिए।

105. निम्न को लेकर परिमेय संख्याओं के गुण $x + y = y + x$ का सत्यापन कीजिए-

(a) $x = \frac{1}{2}, \; y = \frac{1}{2}$ (b) $x = \frac{-2}{3}, \; y = \frac{-5}{6}$

(c) $x = \frac{-3}{7}, \; y = \frac{20}{21}$ (d) $x = \frac{-2}{5}, \; y = \frac{-9}{10}$

106. निम्न में से प्रत्येक को उपयुक्त गुण का प्रयोग करते हुए सरल कीजिए। साथ ही, उस गुण का नाम भी लिखिए-

(a) $\left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right] + \left[\frac{1}{2} \times 6\right]$ (b) $\left[\frac{1}{5} \times \frac{2}{15}\right] - \left[\frac{1}{5} \times \frac{2}{5}\right]$ (c) $\frac{-3}{5} \times \left\{\frac{3}{7} + \left(\frac{-5}{6}\right)\right\}$

12/04/18

107. बताइए कि किस गुण द्वारा आप $\frac{1}{5}\times\left[\frac{5}{6}\times\frac{7}{9}\right]$ को $\left[\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}\right]\times\frac{7}{9}$ के रूप में लिखकर अभिकलित कर सकते हैं।

108. निम्न को लेकर परिमेय संख्याओं के गुण $x \times y = y \times x$ का सत्यापन कीजिए–

(a) $x = 7$ और $y = \frac{1}{2}$ (b) $x = \frac{2}{3}$ और $y = \frac{9}{4}$

(c) $x = \frac{-5}{7}$ और $y = \frac{14}{15}$ (d) $x = \frac{-3}{8}$ और $y = \frac{-4}{9}$

109. निम्न का प्रयोग करते हुए, परिमेय संख्याओं के गुण $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ का सत्यापन कीजिए–

(a) $x = 1,\ y = \frac{-1}{2}$ और $z = \frac{1}{4}$ (b) $x = \frac{2}{3},\ y = \frac{-3}{7}$ और $z = \frac{1}{2}$

(c) $x = \frac{-2}{7},\ y = \frac{-5}{6}$ और $z = \frac{1}{4}$ (d) $x = 0,\ y = \frac{1}{2}$ और $z = \frac{1}{4}$

इस गुण का नाम क्या है?

110. निम्न को लेकर, परिमेय संख्याओं के गुण $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$ का सत्यापन कीजिए–

(a) $x = \frac{-1}{2},\ y = \frac{3}{4},\ z = \frac{1}{4}$

(b) $x = \frac{-1}{2},\ y = \frac{2}{3},\ z = \frac{3}{4}$

(c) $x = \frac{-2}{3},\ y = \frac{-4}{6},\ z = \frac{-7}{9}$

(d) $x = \frac{-1}{5},\ y = \frac{2}{15},\ z = \frac{-3}{10}$

111. परिमेय संख्याओं के योग पर गुणन के वितरण गुण का प्रयोग करते हुए, सरल कीजिए–

(a) $\frac{3}{5}\times\left[\frac{35}{24}+\frac{10}{1}\right]$ (b) $\frac{-5}{4}\times\left[\frac{8}{5}+\frac{16}{15}\right]$

(c) $\frac{2}{7}\times\left[\frac{7}{16}-\frac{21}{4}\right]$ (d) $\frac{3}{4}\times\left[\frac{8}{9}-40\right]$

12/04/18

112. सरल कीजिए–

(a) $\frac{32}{5}+\frac{23}{11}\times\frac{22}{15}$ (b) $\frac{3}{7}\times\frac{28}{15}\div\frac{14}{5}$

(c) $\frac{3}{7}+\frac{-2}{21}\times\frac{-5}{6}$ (d) $\frac{7}{8}+\frac{1}{16}-\frac{1}{12}$

113. निम्न में वह परिमेय संख्या पहचानिए, जो अन्य तीन संख्याओं से भिन्न प्रकार की है। अपने कारण को स्पष्ट कीजिए।

$$\frac{-5}{11},\frac{-1}{2},\frac{-4}{9},\frac{-7}{3}$$

114. $\frac{19}{4}$ मीटर तार का मूल्य ₹ $\frac{171}{2}$ है। एक मीटर तार का मूल्य ज्ञात कीजिए।

115. एक रेलगाड़ी $\frac{17}{2}$ घंटों में $\frac{1445}{2}$ किलोमीटर की दूरी तय करती है। उस रेलगाड़ी की किलोमीटर/घंटा में चाल ज्ञात कीजिए।

116. यदि समान साइज की 16 कमीज 24m कपड़े से बनायी जा सकती हैं, तो एक कमीज को बनाने के लिए कितने कपड़े की आवश्यकता होगी?

117. हामिद के खाते की कुल जमा धनराशि का $\frac{7}{11}$ भाग ₹ 77,000 के बराबर है। हामिद के खाते में कितनी धनराशि जमा है?

118. $117\frac{1}{3}$ m लंबी एक रस्सी को $7\frac{1}{3}$ m लंबे बराबर टुकड़ों में काटा जाता है। इसमें ऐसे कितने टुकड़े होंगे?

119. एक कक्षा के विद्यार्थियों की संख्या में से $\frac{1}{6}$ औसत से ऊपर हैं, $\frac{1}{4}$ औसत हैं तथा शेष विद्यार्थी औसत से नीचे हैं। यदि विद्यार्थियों की कुल संख्या 48 है तो कक्षा में कितने विद्यार्थी औसत से नीचे हैं?

120. किसी स्कूल के कुल विद्यार्थियों में से $\frac{2}{5}$ विद्यार्थी कार से स्कूल आते हैं, जबकि $\frac{1}{4}$ विद्यार्थी बस से स्कूल आते हैं। अन्य विद्यार्थी स्कूल पैदल आते हैं, जिनमें से $\frac{1}{3}$ स्वयं पैदल चल कर आते हैं तथा शेष अपने माता-पिता के साथ पैदल चल कर आते हैं। यदि 224 विद्यार्थी स्वयं पैदल चल कर स्कूल आते हैं, तो उस स्कूल में कुल कितने विद्यार्थी हैं?

121. हुमा, हुब्ना और सीमा को अपनी माँ से ₹ 2,016 की कुल धनराशि मासिक भत्ते के रूप में इस प्रकार मिलती है कि सीमा को हुमा की धनराशि के $\frac{1}{2}$ के बराबर की धनराशि मिलती है तथा हुब्ना को सीमा की धनराशि से $1\frac{2}{3}$ गुनी धनराशि मिलती है। इन तीनों बहनों को पृथक-पृथक कितनी धनराशि मिलती है?

122. एक माँ और उसकी दो पुत्रियों ने एक कमरे का निर्माण ₹ 62,000 में करवाया। बड़ी पुत्री ने अपनी माँ के भाग की धनराशि की $\frac{3}{8}$ धनराशि का योगदान दिया तथा छोटी पुत्री ने अपनी माँ के भाग की धनराशि की $\frac{1}{2}$ धनराशि दी। तीनों ने पृथक-पृथक कितनी धनराशि का योगदान दिया?

123. बताइए कि किन गुणों द्वारा आप $\frac{2}{3}\times\left[\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\right]$ और $\left[\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}\right]\times\frac{3}{4}$ की तुलना कर सकते हैं।

124. निम्न में से प्रत्येक में प्रयोग किए गुण का नाम बताइए:

(i) $-\frac{7}{11}\times\frac{-3}{5}=\frac{-3}{5}\times\frac{-7}{11}$

(ii) $-\frac{2}{3}\times\left[\frac{3}{4}+\frac{-1}{2}\right]=\left[\frac{-2}{3}\times\frac{3}{4}\right]+\left[\frac{-2}{3}\times\frac{-1}{2}\right]$

(iii) $\frac{1}{3}+\left[\frac{4}{9}+\left(\frac{-4}{3}\right)\right]=\left[\frac{1}{3}+\frac{4}{9}\right]+\left[\frac{-4}{3}\right]$

(iv) $\frac{-2}{7}+0=0+\frac{-2}{7}=-\frac{2}{7}$

(v) $\frac{3}{8}\times1=1\times\frac{3}{8}=\frac{3}{8}$

125. निम्न का गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए–

(i) $-1\frac{1}{8}$ (ii) $3\frac{1}{3}$

126. संख्या $\frac{1}{4},\frac{13}{16},\frac{5}{8}$ को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

127. दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल $\frac{-14}{27}$ है। यदि इनमें से एक संख्या $\frac{7}{9}$ है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

12/04/18

128. $\frac{-15}{20}$ को हम किस संख्या से गुणा करें ताकि गुणनफल $\frac{-5}{7}$ प्राप्त हो?

129. $\frac{-8}{13}$ को हम किस संख्या से गुणा करें ताकि गुणनफल 24 प्राप्त हो?

130. दो परिमेय संख्याओं का गुणन –7 है। यदि इनमें से एक संख्या –5 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

131. क्या आप कोई ऐसी संख्या ज्ञात कर सकते हैं जिसका गुणन प्रतिलोम –1 है? यदि हाँ, तो उसे ज्ञात कीजिए।

132. 0 और 1 के बीच पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

133. दो परिमेय ज्ञात कीजिए, जिनका निरपेक्ष (संख्यात्मक) मान $\frac{1}{5}$ है।

134. 40 मीटर लंबी एक रस्सी में से बराबर के टुकड़े काटे जाते हैं। यदि एक टुकड़े की लंबाई $\frac{10}{3}$ मीटर है, तो ऐसे टुकड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए।

135. $5\frac{1}{2}$ मीटर लंबी एक रस्सी को 12 बराबर टुकड़ों में काटा जाता है। प्रत्येक टुकड़े की लंबाई क्या है?

136. निम्न परिमेय संख्याओं को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए–

$\frac{8}{7}, \frac{-9}{8}, \frac{-3}{2}, 0, \frac{2}{5}$

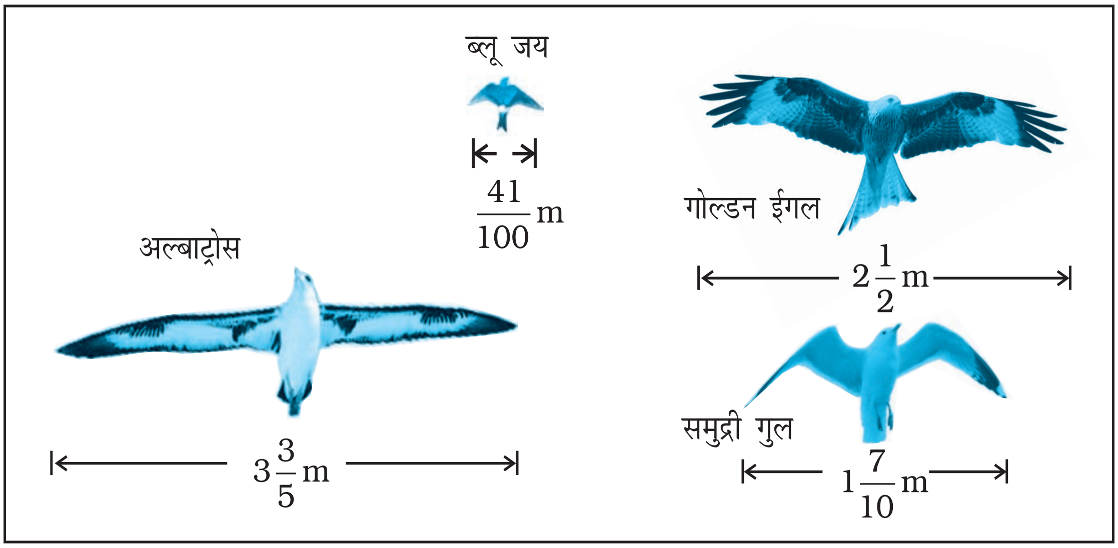
137. ज्ञात कीजिए (i) $0 \div \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{3} \times \frac{-5}{7} \times \frac{-21}{10}$

138. हिमाचल प्रदेश के एक स्थान का सर्दियों में एक दिन का तापमान $-16°C$ था। सूत्र $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$ का प्रयोग करते हुए, इस तापमान को डिग्री फ़ॉरेनहाइट (°F) में बदलिए।

139. 7 के योज्य प्रतिलोम और गुणन प्रतिलोम का योग ज्ञात कीजिए।

140. $-\frac{1}{3}$ के योज्य प्रतिलोम ओर गुणन प्रतिलोम का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

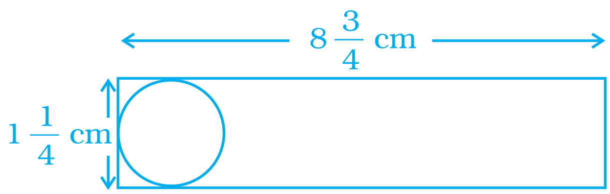
141. नीचे दिए हुए आरेख में चिड़ियों की विभिन्न प्रजातियों के पंखों के उत्तर देने के लिए, इस आरेख का प्रयोग कीजिए–



(a) एक समुद्री गुल के पंखों से एक अल्बाट्रोस के पंख कितने अधिक लंबे हैं?

(b) एक ब्लू जय के पंखों से एक गोल्डन ईगल के पंख कितने अधिक लंबे हैं?

142. एक एल्यूमीनियम की विमाओं $8\frac{3}{4}$ cm × $1\frac{1}{4}$ cm की पट्टी में से शालिनी को $1\frac{1}{4}$ cm व्यास वाले वृत्त काटने हैं। शालिनी कितने पूरे वृत्त काट सकती है? साथ ही, इसमें नष्ट हुई एल्यूमीनियम की पट्टी भी परिकलित कीजिए।



143. फलों के एक सलाद की रेसिपी (recipe) के लिए $\frac{1}{2}$ कप चीनी की आवश्यकता है। फलों के इसी सलाद की एक अन्य रेसिपी के लिए, दो बड़े चम्मच चीनी की आवश्यकता है। यदि 1 बड़ा चम्मच $\frac{1}{16}$ कप के समतुल्य है, तो पहली रेसिपी को कितनी अधिक चीनी की आवश्यकता है?

144. चार मित्रों ने यह देखने के लिए कि एक पंजे पर कौन कितनी दूर उछल कर चल पाता है, एक प्रतियोगिता आयोजित की। उनके द्वारा तय की गयी दूरियाँ नीचे सारणी में दी हुई हैं–

नाम	**तय की गयी दूरी (किमी.)**
सीमा	$\frac{1}{25}$
नैन्सी	$\frac{1}{32}$
मेघा	$\frac{1}{40}$
सोनी	$\frac{1}{20}$

(a) सोनी नैन्सी से कितनी अधिक दूर चल पाती है?

(b) सीमा और मेघा द्वारा तय की गयी कुल दूरी कितनी है?

(c) कौन अधिक दूर चली–नैन्सी या मेघा?

145. नीचे दी हुई सारणी में किसी राज्य के चार गाँवों की किलोमीटर में दूरियाँ प्रदर्शित की गयी हैं। दो गाँवों के बीच की दूरी ज्ञात करने के लिए, वह वर्ग निर्धारित कीजिए जहाँ एक गाँव की पंक्ति दूसरे गाँव के स्तंभ से प्रतिच्छेद करती है।

	सोनापुर	रामगढ़	हिमगाँव	रावलपुर
सोनापुर		$40\frac{2}{3}$	$100\frac{5}{6}$	$16\frac{1}{2}$
रामगढ़	$40\frac{2}{3}$		$210\frac{3}{8}$	$16\frac{2}{3}$
हिमगाँव	$100\frac{5}{6}$	$210\frac{3}{8}$		$98\frac{3}{4}$
रावलपुर	$16\frac{1}{2}$	$30\frac{2}{3}$	$98\frac{3}{4}$	

(a) हिमगाँव और रावलपुर के बीच की दूरी की सोनापुर और रामगढ़ के बीच की दूरी से तुलना कीजिए।

(b) यदि आप हिमगाँव से सोनापुर गाड़ी चलाते हुए जाएँ और फिर सोनापुर से रावलपुर जाएँ, तो आपने कितनी दूर गाड़ी चला ली होगी?

146. नीचे दी हुई सारणी कुछ सामान्य पदार्थों के उन भागों को प्रदर्शित करती है, जो पुनः प्रयुक्त किये जाते हैं–

पदार्थ	**पुनः प्रयुक्त**
कागज	$\frac{5}{11}$
एल्यूमीनियम के डिब्बे	$\frac{5}{8}$
काँच	$\frac{2}{5}$
अन्य	$\frac{3}{4}$

(a) क्या कागज को पुनः प्रयुक्त व्यक्त करने वाली परिमेय संख्या $\frac{1}{2}$ से अधिक है या $\frac{1}{2}$ से छोटी है?

(b) किन पदार्थों की पुनः प्रयुक्त मात्रा $\frac{1}{2}$ से कम है?

(c) एल्यूमीनियम के डिब्बों की पुनः प्रयुक्त मात्रा एल्यूमीनियम के डिब्बों की मात्रा के आधे से अधिक है या कम है?

(d) बड़े से छोटे क्रम में पुनः प्रयुक्त मात्राओं को व्यवस्थित कीजिए।

147. कई चौड़े स्क्रीन वाले टेलीविजनों की सेंटीमीटरों में सामान्य चौड़ाइयाँ $98\frac{4}{9}$, $98\frac{1}{25}$ और 97.94 हैं। इन संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप की परिमेय संख्याओं के रूप में व्यक्त कीजिए तथा चौड़ाइयों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

148. किसी मनोरंजन पार्क में बना रोलर कोस्टर $\frac{2}{3}$ m ऊँचा है। यदि इस पार्क में एक नया रोलर कोस्टर बनाया जाये, जिसकी ऊँचाई वर्तमान कोस्टर की ऊँचाई की $\frac{3}{5}$ गुनी हो तो नये रोलर कोस्टर की ऊँचाई क्या होगी?

149. नीचे दी हुई सारणी किसी शहर में कुछ महीनों में हुई कुल वर्षा की औसत मासिक वर्षा से की गयी तुलना से संबंधित सूचना को दर्शाती है। प्रत्येक दशमलव को $\frac{p}{q}$ के रूप की परिमेय संख्या के रूप में लिखिए।

12/04/18

महीना	सामान्य (cm में) से ऊपर/नीचे
मई	2.6924
जून	0.6096
जुलाई	– 6.9088
अगस्त	– 8.636

150. कुछ राज्यों में पुरुषों के जीवन काल की औसत प्रत्याशाएँ नीचे सारणी में दर्शायी गई हैं। प्रत्येक दशमलव को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए तथा राज्यों को सबसे कम से सबसे अधिक पुरुष जीवन काल प्रत्याशाओं के क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

राज्य अनुसार आँकड़े नीचे दिए हैं; प्रत्येक राज्य के लिए होमपेज के "FACTFILE" खंड में अधिक सूचक ज्ञात किए जा सकते हैं।

राज्य	पुरुष	$\frac{p}{q}$ रूप	न्यूनतम रूप
आंध्र प्रदेश	61.6		
असम	57.1		
बिहार	60.7		
गुजरात	61.9		
हरियाणा	64.1		
हिमाचल प्रदेश	65.1		
कर्नाटक	62.4		
केरल	70.6		
मध्य प्रदेश	56.5		
महाराष्ट्र	64.5		
ओडिशा	57.6		
पंजाब	66.9		
राजस्थान	59.8		
तमिलनाडु	63.7		
उत्तर प्रदेश	58.9		
पश्चिम बंगाल	62.8		
भारत	60.8		

स्रोत; रजिस्ट्रार जनरल आफ इंडिया (2003) की एस आर एस पर आधारित संक्षिप्त की गई सारणियाँ। एस आर एस वैश्लेषिक अध्ययन, 2003 की रिपोर्ट 3: रजिस्ट्रार जनरल ऑफ इंडिया, नई दिल्ली। यह आँकड़े समय अवधि 1995-99 के हैं। बाद में, राज्य विभाजित हो गए थे, परंतु केवल वे ही इस रिपोर्ट में सम्मलित हैं जो विभाजन से पूर्व थे। (मध्य प्रदेश में छत्तीसगढ़, यूपी में उत्तराखंड और बिहार में झारखंड)

151. एक स्कर्ट, जो $35\frac{7}{8}$ cm लंबी है, में $3\frac{1}{8}$ cm किनारी लगी हुई है। यदि किनारी को हटा दिया जाए, तो स्कर्ट की लंबाई कितनी हो जाएगी?

152. मानवी और कुबेर में से प्रत्येक को बराबर भत्ता मिलता है। नीचे दी गयी सारणी यह प्रदर्शित करती है कि वे अपने बचत खाते में अपने भत्ते की कितनी भिन्न (या भाग) जमा करते हैं तथा साथ ही वह भिन्न (या भाग) जो वे मॉल जाकर व्यय करते हैं। यदि प्रत्येक का भत्ता 1260 ₹ है, तो प्रत्येक की शेष राशि ज्ञात कीजिए।

धनराशि कहाँ जाती है	**भत्ते की भिन्न (का भाग)**	
	मानवी	कुबेर
बचत खाता	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
माल पर व्यय	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$
बची हुई राशि	?	?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. नीचे एक मैजिक वर्ग दिया है। संख्याओं $\frac{70}{95}, \frac{-21}{-133}, \frac{25}{95}, \frac{24}{38}$ को उचित वर्गों में इस प्रकार भरिए कि प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ और विकर्ण में योग बराबर हो।

$\frac{32}{38}$	$\frac{18}{38}$	$\frac{4}{38}$	$\frac{-14}{-38}$
$\frac{-18}{-57}$	?	?	$\frac{104}{152}$
$\frac{22}{38}$	?	?	$\frac{-20}{-95}$
$\frac{1}{19}$	$\frac{-16}{-38}$	$\frac{45}{57}$	$\frac{60}{114}$

(**संकेत**- प्रत्येक परिमेय संख्या को न्यूनतम रूप में लिखिए)।

क्रासवर्ड पहेली

2. दिए हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए तथा दिए हुए खानों को भरिए। एक्रॉस और डाऊन के, खानों को भरने के लिए संकेत दिए हुए हैं। साथ ही, एक्रास और डाऊन संकेतों के लिए, खानों के कोनों पर संकेत संख्याएँ लिखी हैं। संकेतों के अनुसार संगत खानों में उनके उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में भरे जाने हैं।

12/04/18

Down1. $\frac{2}{3}$ and $\frac{-5}{4}$ are ______ numbers.

डाऊन 1. $\frac{2}{3}$ और $\frac{-5}{4}$ ______ संख्याएँ हैं।

Down 2. The ______ inverse of $\frac{a}{b}$ is $\frac{-a}{b}$.

डाऊन 2. $\frac{a}{b}$ का ______ प्रतिलोम $\frac{-a}{b}$ है।

Down 3. The addition and multiplication of whole numbers integers and rational numbers is ________.

डाऊन 3. पूर्ण संख्याओं, पूर्णांकों और परिमेय संख्याओं के योग और गुणन ________ हैं।

Down 4. Since, $\frac{1}{0}$ doesn't exists hence, 0 has no _______.

डाऊन 4. क्योंकि $\frac{1}{0}$ का कोई अस्तित्व नहीं हैं, अत: 0 का कोई _______ नहीं है।

Down 5. The number line extends ______ on both the sides.

डाऊन 5. संख्या रेखा ______ दोनों ओर विस्तृत होती है।

Down 6. The ______ of two integers may not lead to the formation of another integer.

डाऊन 6. हो सकता है कि दो पूर्णांकों के ______ से एक अन्य पूर्णांक प्राप्त न हो।

Down 7. The multiplication of a number by its reciprocal gives______.

डाऊन 7. किसी संख्या को उसके व्युत्क्रम से गुणा करने पर ______ प्राप्त होता है।

Down 8. Rational numbers can be represented on a ______ line.

डाऊन 8. परिमेय संख्याओं को ______ रेखा पर निरूपित किया जा सकता है।

Across 1. There are ______ rational numbers between 2 integers.

एक्रॉस 1. दो पूर्णांकों के बीच में ______ परिमेय संख्याएँ हैं।

Across 2. The multiplication of rational numbers is commutative and _____.

एक्रॉस 2. परिमेय संख्याओं का गुणन क्रमविनिमेय और _____ होता है।

12/04/18

Across 3. The addition and ______ of 2 rational numbers lead to the formation of another rational number.

एक्रॉस 3. दो परिमेय संख्याओं के योग और ______ से एक अन्य परिमेय संख्या प्राप्त होती है।

Across 4. All the postive integers excluding 0 are known as _______ numbers.

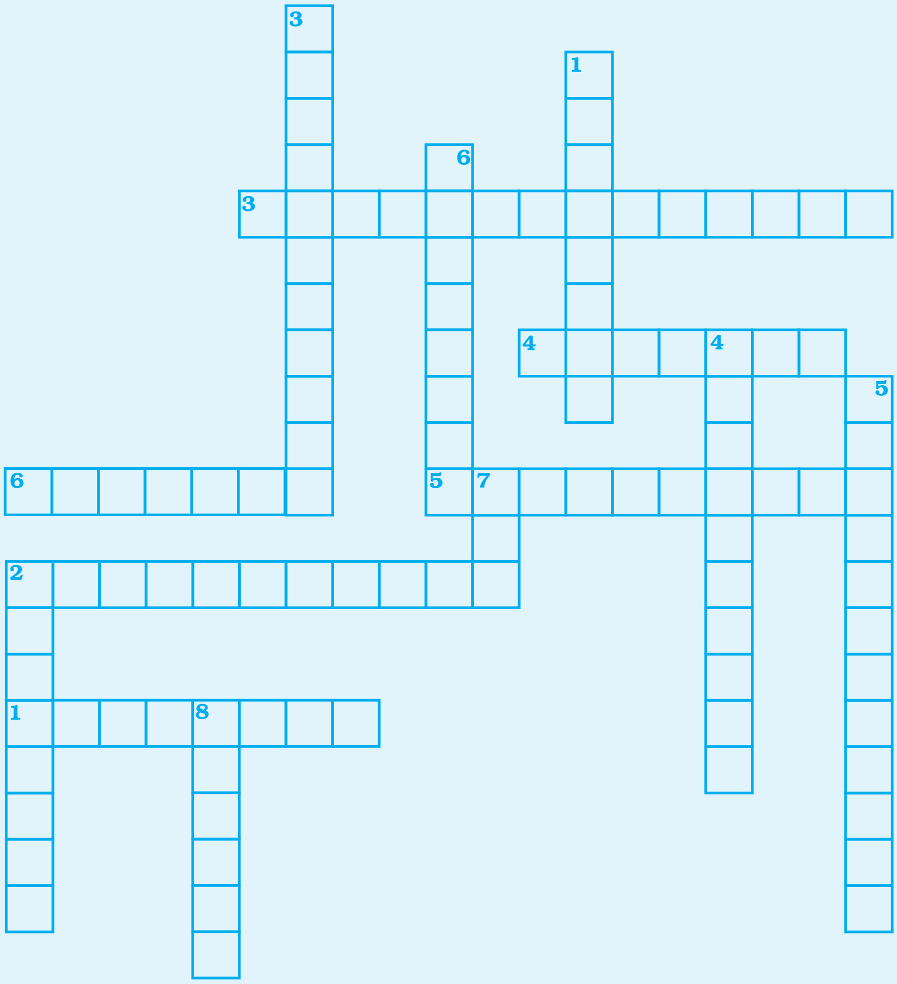
एक्रॉस 4. सभी धनात्मक पूर्णांक _______ संख्याएँ कहलाती हैं।

Across 5. For any rational a; $a \div 0$ is _______.

एक्रॉस 5. किसी परिमेय संख्या a के लिए $a \div$ 0 _______ है।

Across 6. Reciprocal is also known as the multiplicative _____________.

एक्रॉस 6. व्युत्क्रम को गुणन _____________ भी कहते हैं।



12/04/18

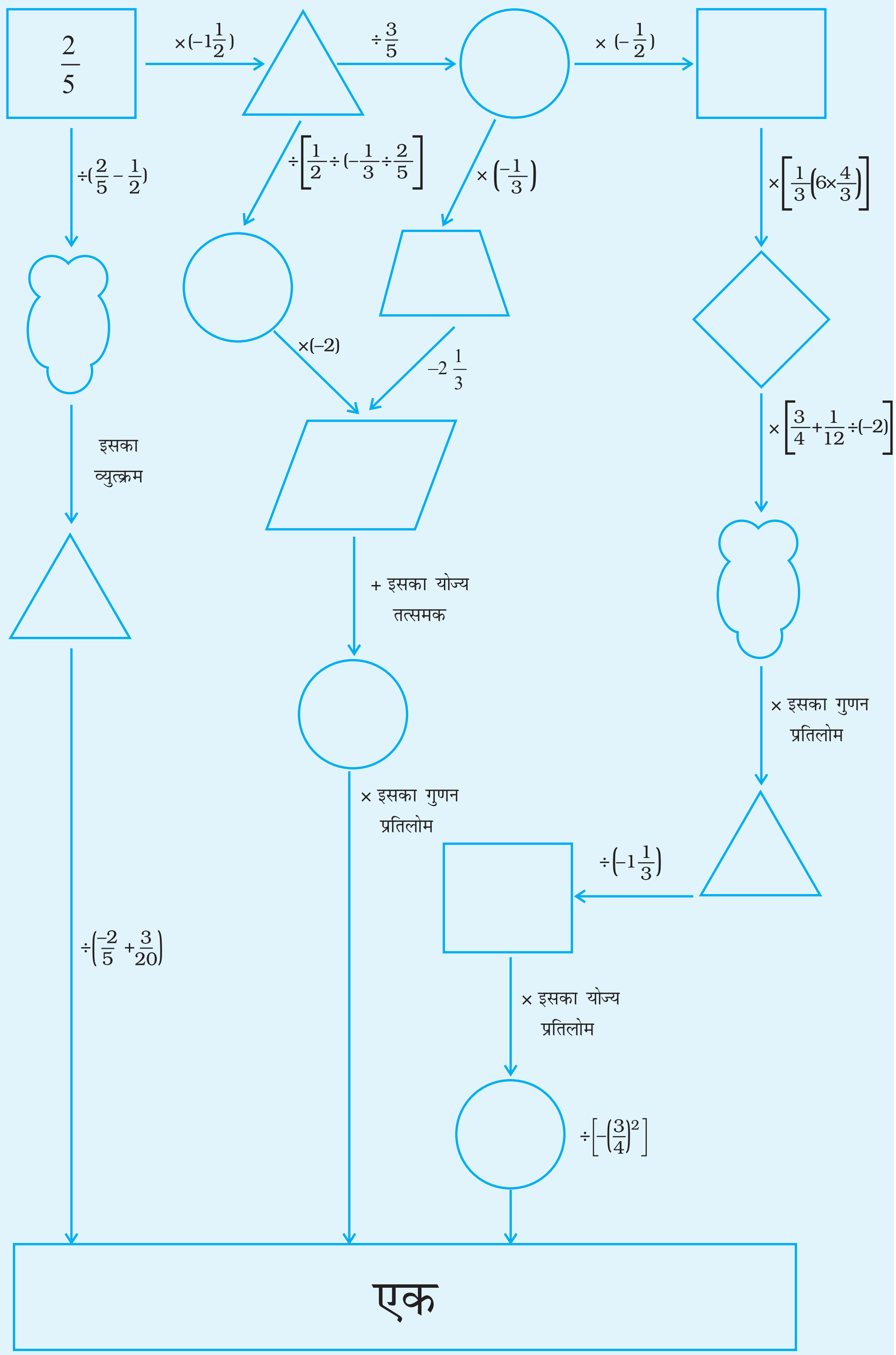
3. कोड को तोड़िए

प्रत्येक परिमेय संख्या को उसके न्यूनतम पदों में लिख कर, इस पहेली को हल कीजिए। इस प्रकार प्राप्त परिमेय संख्या के अंश की संख्यात्मक माप से आपको दिए हुए शब्द में घेरा लगाने वाला अक्षर प्राप्त होगा। नीचे दिए गए रिक्त स्थानों को भरने के लिए घेरे गए अक्षरों का प्रयोग कीजिए।

क्रम सं.	परिमेय संख्या	न्यूनतम पद	शब्द
(1)	$\frac{-12}{30}$		SPIN
(2)	$\frac{-24}{-36}$		TYPE
(3)	$\frac{39}{52}$		WITH
(4)	$\frac{-48}{144}$		HOST
(5)	$\frac{27}{90}$		SHARP
(6)	$\frac{-34}{-170}$		GAIN
(7)	$\frac{76}{95}$		PROOF
(8)	$\frac{46}{-92}$		RAIN
(9)	$\frac{29}{116}$		AWAY
(10)	$\frac{14}{-42}$		SWEET

___	___	___	___	___	___	___	___	___	___
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4.



$\frac{2}{5}$
$\times(-1\frac{1}{2})$
$\div\frac{3}{5}$
$\times(-\frac{1}{2})$
$\div(\frac{2}{5}-\frac{1}{2})$
$\div\left[\frac{1}{2}\div(-\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}\right]$
$\times\left(\frac{-1}{3}\right)$
$\times\left[\frac{1}{3}\left(6\times\frac{4}{3}\right)\right]$
$\times(-2)$
$-2\frac{1}{3}$
इसका व्युत्क्रम
$\times\left[\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\div(-2)\right]$
+ इसका योज्य तत्समक
× इसका गुणन प्रतिलोम
× इसका गुणन प्रतिलोम
$\div\left(-1\frac{1}{3}\right)$
$\div\left(\frac{-2}{5}+\frac{3}{20}\right)$
× इसका योज्य प्रतिलोम
$\div\left[-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]$
एक

12/04/18

रफ़ कार्य

12/04/18

रफ़ कार्य

इकाई 2

आँकड़ों का प्रबंधन

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- संख्याओं के पदों में एकत्रित की गयी सूचनाओं को **आँकड़े** कहते हैं।
- आँकड़ों पर एक त्वरित दृष्टि डालने के लिए, उन्हें आलेखीय रूप से निरूपित किया जाता है।
- असंगठित रूप में उपलब्ध आँकड़ों को **यथाप्राप्त आँकड़े** कहा जाता है।
- दिए हुए आँकड़ों में एक विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है उसे उसकी **बारंबारता** कहते हैं।
- जब आँकड़े बड़े होते हैं, तो उन्हें समूहों में व्यवस्थित किया जा सकता है तथा प्रत्येक समूह एक **वर्ग अंतराल या वर्ग** कहलाता है।
- दिए हुए आँकड़ों के विभिन्न प्रेक्षणों अथवा वर्ग अंतरालों की बारंबारताएँ दर्शाने वाली सारणी **बारंबारता बंटन सारणी** कहलाती है।
- किसी वर्ग अंतराल का ऊपर का मान उस वर्ग अंतराल की **उपरि वर्ग सीमा** कहलाता है तथा उसका नीचे का मान उसकी **निम्न वर्ग सीमा** कहलाता है।
- किसी वर्ग की उपरि वर्ग सीमा और निम्न वर्ग सीमा का अंतर उस वर्ग की **माप, साइज या चौड़ाई** कहलाता है।
- दिए हुए आँकड़ों में सबसे बड़े और सबसे छोटे प्रेक्षणों का अंतर उन आँकड़ों का ***परिसर* (या *परास*)** कहलाता है।
- वर्गीकृत आँकड़ों को एक **आयत चित्र** द्वारा निरूपित किया जा सकता है।
- आयत चित्र एक प्रकार का दंड आरेख होता है, जहाँ वर्ग अंतरालों को क्षैतिज अक्ष पर दर्शाया जाता है तथा प्रत्येक दंड (या आयत) की ऊँचाई उस वर्ग अंतराल की बारंबारता दर्शाती है, परंतु दो दंडों के बीच में कोई रिक्तता नहीं होती, क्योंकि वर्ग अंतरालों के बीच में कोई रिक्तता नहीं होती है।
- आँकड़ों को एक **पाई चार्ट** (वृत्त आलेख) द्वारा भी निरूपित किया जा सकता है। इस निरूपण में एक संपूर्ण और उसके भागों के बीच संबंध दर्शाया जाता है।

इकाई –2

- कुछ ऐसे प्रयोग होते हैं जिनके परिणामों के प्रकट होने या आने के संयोग बराबर होते हैं। ऐसे परिणामों को **समप्रायिक परिणाम** कहते हैं।
- किसी घटना की प्रायिकता =

$$\frac{\text{उन परिणामों की संख्या जिनसे यह घटना बनती है}}{\text{उस प्रयोग के कुल परिणामों की संख्या}},$$

जबकि परिणाम समप्रायिक हैं।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 6 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: आँकड़े 9, 8, 4, 3, 2, 1, 6, 4, 8, 10, 12, 15, 4, 3 का परिसर है–

(a) 15 (b) 14 (c) 12 (d) 10

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: आँकड़े 2, 5, 15, 25, 20, 12, 8, 7, 6, 16, 21, 17, 30, 32, 23, 40, 51, 15, 2, 9, 57, 19, 25 को 0–5, 5–10, 10–15 वर्ग इत्यादि में वर्गीकृत किया जाता है। तब वर्ग 20–25 की बारंबारता होगी –

(a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2

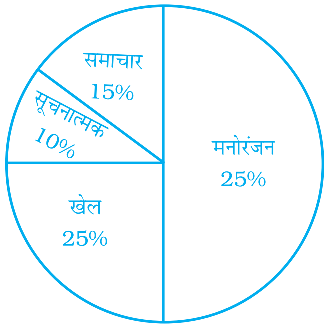
हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 3: नीचे दिया गया पाई चार्ट टीवी पर विभिन्न प्रकार के चैनलों को देखने वालों की सूचना प्रदर्शित कर रहा है। किस प्रकार के प्रोग्राम सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा देखे जाते हैं?

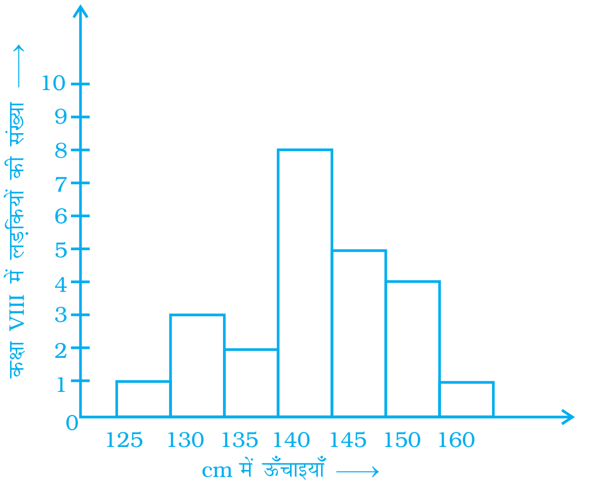
(a) समाचार (b) खेल (c) मनोरंजन

(d) सूचनात्मक

हल सही उत्तर (c) है।



उदाहरण 4:



उपरोक्त आयत चित्र को देखिए। उन लड़कियों की संख्या, जिनकी लंबाइयाँ 1.45 cm या उससे अधिक हैं, है–

(a) 5 (b) 10 (c) 17 (d) 19

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 5: एक पासे को दो बार फेंका जाता है तथा उस पर आने वाली संख्याओं के योग को लिख लिया जाता है। संभव परिणामों की संख्या है–

(a) 6 (b) 11 (c) 18 (d) 36

हल सही उत्तर (b) है।

(संभव योग 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)

उदाहरण 6: एक पासे को फेंकने पर 2 के एक गुणज को प्राप्त करने की प्रायिकता है–

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 7 से 9 में रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 7: किन्हीं वर्गीकृत आंकड़ों के लिए चौथा वर्ग अंतराल, जिसके पहले और दूसरे वर्ग अंतराल क्रमशः 10–15 और 15–20 हैं, ________ होगा।

हल 25 – 30

उदाहरण 8: वर्ग अंतराल 250–275 में, 250 __________ कहलाती है।

हल निम्न वर्ग सीमा

उदाहरण 9: दिए हुए आँकड़ों में, एक विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है, वह उसकी __________ कहलाती है।

हल बारंबारता

उदाहरण 10 से 12 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य –

उदाहरण 10: एक पाई चार्ट में, किसी भी त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण 360^0 का एक भिन्न होगा।

हल सत्य

उदाहरण 11: एक पासे को फेंकने पर, एक विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

हल सत्य

उदाहरण 12: पाई चार्ट एक चित्रालेख भी कहलाता है।

हल असत्य

उदाहरण 13: किसी फैक्ट्री के 30 श्रमिकों की साप्ताहिक मजदूरी (रुपयों में) है– 830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840,

वर्ग अंतराल 800 – 810, 810 – 820 इत्यादि लेते हुए तथा मिलान चिन्हों का प्रयोग करते हुए, एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए।

हल

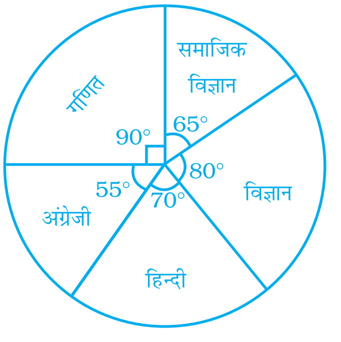
वर्ग अंतराल	मिलान चिन्ह	बारंबारता
800 – 810	III	3
810 – 820	II	2
820 – 830	I	1
830 – 840	~~IIII~~ IIII	9
840 – 850	~~IIII~~	5
850 – 860	I	1
860 – 870	III	3
870 – 880	I	1
880 – 890	I	1
890 – 900	IIII	4
	योग	**30**

12/04/18

उदाहरण 14: नीचे दिया गया पाई चार्ट किसी विद्यार्थी द्वारा एक परीक्षा में विभिन्न विषयों में प्राप्त किये गये अंकों को दर्शाता है। यदि उसके द्वारा कुल प्राप्त अंक 540 थे, तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(i) किस विषय में विद्यार्थी ने 105 अंक प्राप्त किये?

(ii) उस विद्यार्थी ने गणित में हिंदी से कितने अधिक अंक प्राप्त किये?



हल (i) 540 अंकों के लिए, केंद्रीय कोण = 360°

अत:, 1 अंक के लिए, केंद्रीय कोण = $\frac{360°}{540}$

इसलिए, 105 अंकों के लिए, केंद्रीय कोण = $\frac{360°}{540} \times 105$

= 70°

अत:, विद्यार्थी ने हिंदी में 105 अंक प्राप्त किये।

(ii) 360° का केंद्रीय कोण 540 अंकों के लिए है।

इसलिए, 1° का केंद्रीय कोण $\frac{540}{360}$ अंकों के लिए है।

इसलिए, 90° का केंद्रीय कोण $\frac{540}{360} \times 90$ अंकों,

अर्थात् 135 अंकों के लिए है।

इस प्रकार, विद्यार्थी ने गणित में 135 अंक प्राप्त किये। भाग (i) से हमें ज्ञात है कि विद्यार्थी द्वारा हिंदी में 105 अंक प्राप्त किये गये।

दोनों अंकों में अंतर = 135 – 105 = 30

अत:, विद्यार्थी ने गणित में हिंदी के अंकों से 30 अंक अधिक प्राप्त किये हैं।

12/04/18

उदाहरण 15: नीचे दिए हुए आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए–

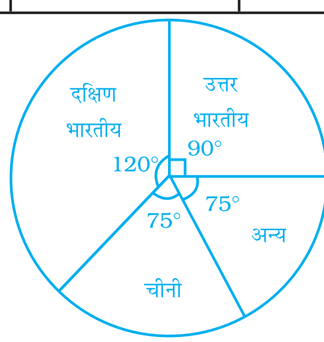
मनपसंद भोजन	**व्यक्तियों की संख्या**
उत्तर भारतीय	30
दक्षिण भारतीय	40
चीनी	25
अन्य	25

हल व्यक्तियों की कुल संख्या = 120

हम प्रत्येक त्रिज्यखंड के लिए केंद्रीय कोण ज्ञात करते हैं, जैसा नीचे दर्शाया गया है–

मनपसंद भोजन	**व्यक्तियों की संख्या**	**भिन्न में**	**केंद्रीय कोण**
उत्तर भारतीय	30	$\frac{30}{120} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360° = 90°$
दक्षिण भारतीय	40	$\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times 360° = 120°$
चीनी	25	$\frac{25}{120} = \frac{5}{24}$	$\frac{5}{24} \times 360° = 75°$
अन्य	25	$\frac{25}{120} = \frac{5}{24}$	$\frac{5}{24} \times 360° = 75°$

पाई चार्ट दाईं तरफ खींचा गया है–



आँकड़ों को अनेक विभिन्न ढंगों से निरूपित किया जा सकता है, जो आँकड़ों के प्रकार तथा व्यक्त किये जाने वाले संदेश पर निर्भर करता है।

ग्रॉफ का प्रकार	**व्यक्त किया जाने वाला संदेश**
रेखा आलेख	समयानुसार आँकड़ों में परिवर्तन को दर्शाता है।
दंड आलेख	वर्गों के बीच संबंध अथवा तुलना को दर्शाता है।
वृत्त आलेख	भागों की संपूर्ण से तुलना करता है
आयत चित्र	समान वर्गों में विभाजित किये गये आँकड़ों की बारंबारता को दर्शाता है।

12/04/18

उदाहरण 16: उदाहरण 13 में प्राप्त बारंबारता बंटन सारणी के लिए एक आयत चित्र खींचिए। और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

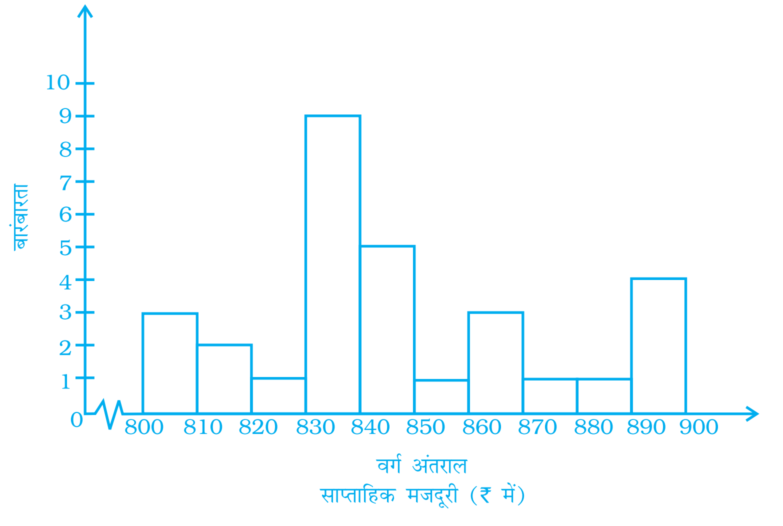
(i) किस वर्ग अंतराल में श्रमिकों की संख्या अधिकतम है?

(ii) कितने श्रमिकों की मजदूरी ₹ 850 या उससे अधिक है?

(iii) कितने श्रमिकों की मजदूरी ₹ 850 से कम है?

(iv) कितने श्रमिकों की मजदूरी ₹ 820 या उससे अधिक है, परंतु ₹ 880 से कम है?

हल



(i) 830 – 840

(ii) 10

(iii) 20

(iv) 20

उदाहरण 17: नीचे दी हुई बारंबारता बंटन सारणी को पढ़िए और उसके आगे दिए हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

वर्ग अंतराल	**बारंबारता**
25 – 35	1
35 – 45	5
45 – 55	5
55 – 65	4
65 – 75	0
75 – 85	8
85 – 95	2
योग	**25**

(i) वर्ग अंतराल जिसकी बारंबारता न्यूनतम है।

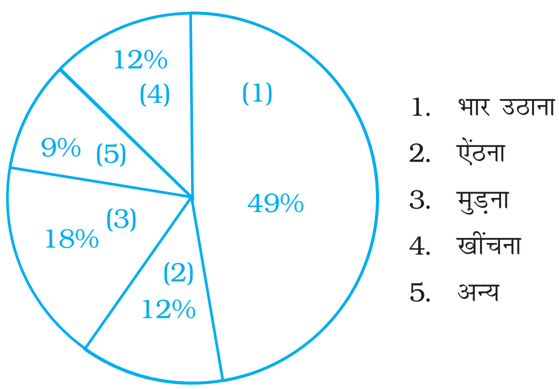
(ii) वर्ग अंतराल जिसकी बारंबारता अधिकतम है।
(iii) अंतरालों का वर्ग माप क्या है?
(iv) पाँचवें वर्ग की उपरि सीमा क्या है?
(v) अंतिम वर्ग की निम्न सीमा क्या है?

हल (i) 65 – 75
(ii) 75 – 85
(iii) 10
(iv) 75
(v) 85

उदाहरण 18: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

नीचे दिया हुआ पाई चार्ट उन व्यक्तियों द्वारा दिये गए कारण दर्शाता है जिनकी पीठ के निचले भाग में चोट लगी थी–

इस पाई चार्ट का अध्ययन कीजिए तथा उन व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी पीठ में चोट या तो मोड़ने या भार उठाने के कारण लगी थी। कुल 600 व्यक्तियों पर सर्वेक्षण किया गया।



हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

- प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है? — 600 व्यक्तियों द्वारा दिये गये अधिकांश सामान्य कारणों की प्रतिशतताएँ।
- आप क्या ज्ञात करने का प्रयास कर रहे हैं? — 600 व्यक्तियों में से उन व्यक्तियों की संख्या जिनकी पीठ में चोट मुड़ने या भार उठाने से लगी है
- क्या कोई ऐसी सूचना है जिसकी आवश्यकता नहीं है? — मुड़ने और भार उठाने के अतिरिक्त अन्य कारणों की प्रतिशतताओं की आवश्यकता नहीं है।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप प्रतिशतताओं को पिछली कक्षा में हल करना सीख चुके हैं। उसी विधि का इस प्रश्न को हल करने में प्रयोग कीजिए।
- 18% व्यक्तियों की पीठ में चोट मुड़ने के कारण आयी है तथा 49% व्यक्तियों की पीठ में चोट भार उठाते समय आयी है।

12/04/18

ज्ञात करना है

ऐसे व्यक्तियों की कुल संख्या 600 का (18% + 49%), अर्थात् 600 का 67% परिकलित करके ज्ञात की जा सकती है।

हल कीजिए

व्यक्तियों का कुल प्रतिशत जिनकी पीठ में चोट मुड़ने और भार उठाने से आयी है = 18% +49% = 67%

अत:, उन व्यक्तियों की संख्या जिनकी पीठ में चोट मुड़ने और भार उठाने से आयी है = 67% of 600

$$= \frac{67}{100} \times 600$$

$$= 402$$

अत:, 402 व्यक्तियों की पीठ में चोट मुड़ने अथवा भार उठाने के कारण आई है।

पुनर्निरीक्षण

आप अपने उत्तर की जाँच उन व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करके, जिनकी पीठ में चोट मुड़ने और भार उठाने के अतिरिक्त अन्य कारणों से आयी है, और इस संख्या को व्यक्तियों की कुल संख्या 600 में से घटाकर ज्ञात कर सकते हैं।

मुड़ने और भार उठाने के अतिरिक्त अन्य कारणों से पीठ में चोट लगने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत = 12% +12% + 9%

= 33%

ऐसे व्यक्तियों की संख्या = 600 का 33% = $\frac{33}{100} \times 600$

= 198

अत:, 600–198 से हमें प्रारंभिक उत्तर प्राप्त होना चाहिए।

अब 600–198 = 402 है और यही हमारा प्रारंभिक उत्तर है।

अत:, हमारा उत्तर सही है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(i) यदि सभी त्रिज्यखंडों द्वारा आच्छादित कुल कोण 360^0 है, तो उस त्रिज्यखंड द्वारा आच्छादित कोण ज्ञात कीजिए जो उन व्यक्तियों की संख्या को निरूपित करता है जिनकी पीठ में चोट केवल खींचने से आयी है।

(ii) यदि सर्वेक्षण किये गये व्यक्तियों की संख्या दोगुनी कर दी जाए, तो उन व्यक्तियों की संख्या भी क्या दोगुनी हो जाएगी, जिनकी पीठ में चोट मुड़ने अथवा भार उठाने के कारण आयी है?

इकाई –2

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 35 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. किसी आयत चित्र में, एक आयत की ऊँचाई दर्शाती है–

(a) वर्ग की चौड़ाई (b) वर्ग की उपरि सीमा

(c) वर्ग की निम्न सीमा (d) वर्ग की बारंबारता

2. संपूर्ण और एक भाग में संबंध दर्शाने वाला आलेखीय निरूपण है–

(a) पाई चार्ट (b) आयत चित्र (c) दंड आलेख (d) चित्रालेख

3. एक पाई चार्ट में, वृत्त के केंद्र पर कुल कोण होता है–

(a) 180° (b) 360° (c) 270° (d) 90°

4. आँकड़ों 30, 61, 55, 56, 60, 20, 26, 46, 28, 56 का परिसर है–

(a) 26 (b) 30 (c) 41 (d) 61

5. निम्न में से कौन एक यादृच्छिक प्रयोग नहीं है?

(a) एक सिक्के को उछालना (b) एक पासे को फेंकना

(c) 52 ताशों की गड्डी में से एक ताश चुनना

(d) किसी भवन की छत से एक पत्थर फेंकना

6. अंग्रेजी वर्णमाला में से एक स्वर चुनने की प्रायिकता है–

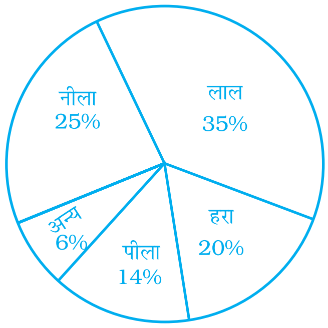
(a) $\frac{21}{26}$ (b) $\frac{5}{26}$ (c) $\frac{1}{26}$ (d) $\frac{3}{26}$

7. किसी स्कूल में 5 में से केवल 3 विद्यार्थी एक प्रतियोगिता में भाग ले सकते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि एक विद्यार्थी प्रतियोगिता में भाग नहीं ले पाएगा?

(a) 0.65 (b) 0.4 (c) 0.45 (d) 0.6

किसी कक्षा के विद्यार्थियों ने अपने मनपसंद रंग के बारे में मतदान किया और इस प्रकार प्राप्त आँकड़ों का एक पाई चार्ट तैयार किया गया।

दाईं तरफ दिए हुए पाई चार्ट को देखिए तथा इस पर आधारित 8 से 10 प्रश्नों तक के उत्तर दीजिए–



8. किस रंग को मतों का $\frac{1}{5}$ भाग मिला?

(a) लाल (b) नीला (c) हरा (d) पीला

9. यदि कुल 400 विद्यार्थियों ने मतदान किया, तो कितने विद्यार्थियों ने अपने पसंद रंग 'अन्य' को मत दिया?

(a) 6 (b) 20 (c) 24 (d) 40

10. निम्न में से कौन दिए हुए आँकड़ों के लिए एक तर्कसंगत निष्कर्ष है?

(a) विद्यार्थियों के $\frac{1}{20}$ वें भाग ने नीले रंग के लिए मतदान किया।

(b) हरा रंग सबसे कम पसंद किया जाता है।

(c) लाल रंग के लिए मतदान करने वाले विद्यार्थियों की संख्या पीले रंग के लिए मतदान करने वाले विद्यार्थियों की संख्या की दोगुनी है।

(d) पीले और हरे रंगों को पसंद करने वाले विद्यार्थियों की कुल संख्या लगभग उतनी ही है जितनी लाल रंग को पसंद करने वालों की है।

11. नीचे 10 दिन के न्यूनतम तापमान °C में दिये गये हैं–

–6, –8, 0, 3, 2, 0, 1, 5, 4, 4

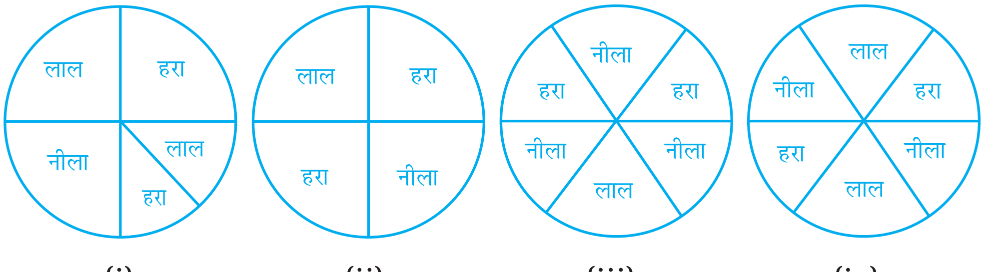
इन आँकड़ों का परिसर है

(a) 8°C (b) 13°C (c) 10°C (d) 12°C

12. राम ने मेज पर कुछ बटन रखे हैं। इनमें कुल 4 नीले, 7 लाल, 3 काले और 6 सफेद बटन थे। अचानक एक बिल्ली मेज पर कूदती है और 1 बटन को फर्श पर गिरा देती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि फर्श पर गिरा बटन नीला है?

(a) $\frac{7}{20}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{4}$

13. राहुल, वरुण और यश एक रंगीन पहिए को घुमाने का खेल खेल रहे हैं। यदि तीर लाल रंग पर रुकता है, तो राहुल जीत जाता है। यदि तीर नीले रंग पर रुकता है, तो वरुण जीत जाता है तथा तीर के हरे रंग पर रुकने पर यश जीतता है। इस खेल को न्याय संगत बनाने के लिए निम्न में से कौन-सा रंगीन पहिया प्रयोग किया जाना चाहिए?



(i) (ii) (iii) (iv)

(a) (i) (b) (ii) (c) (iii) (d) (iv)

14. वर्ग 0–10, 10–20, इत्यादि वाले एक बारंबारता बंटन में वर्ग अंतरालों की माप 10 है। चौथे वर्ग की निम्न सीमा है–

(a) 40 (b) 50 (c) 20 (d) 30

15. एक सिक्के को 200 बार उछाला जाता है तथा इसमें चित 120 बार आता है। इस प्रयोग में एक चित आने की प्रायिकता है–

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

16. किसी सर्वेक्षण से एकत्रित आँकड़े यह दर्शाते हैं कि टूथपेस्ट के एक विशेष ब्रांड को खरीदने में 40% खरीदने वालों ने रुचि दर्शाई। इस सूचना को पाई चार्ट से निरूपित करने में संगत त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण है–

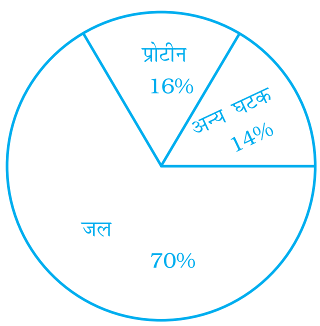
(a) 120° (b) 150° (c) 144° (d) 40°

17. किसी व्यक्ति का मासिक वेतन ₹ 15,000 है। उसके द्वारा भोजन और मकान के किराये पर किये गये व्यय को पाई चार्ट पर दर्शाने वाले त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण 60^0 है। उसके द्वारा भोजन और मकान के किराये पर किया गया व्यय है–

(a) ₹ 5,000 (b) ₹ 2,500 (c) ₹ 6,000 (d) ₹ 9,000

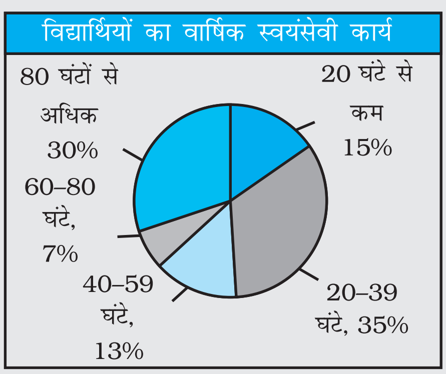
18. यहाँ दिया गया पाई चार्ट मानव शरीर में विभिन्न घटकों का बंटन प्रदान करता है। प्रोटीन और अन्य घटकों को दर्शाने वाले त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण है–

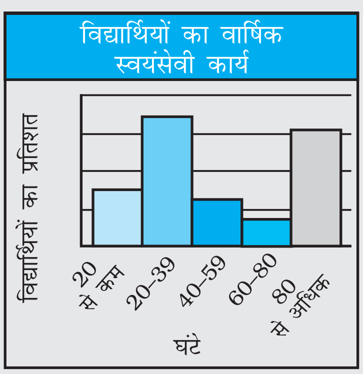
(a) 108° (b) 54° (c) 30° (d) 216°



आँकड़ों के प्रदर्शन का चयन

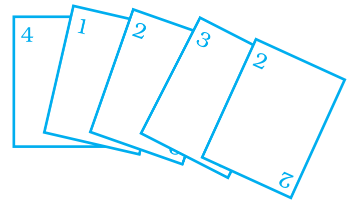
स्वयंसेवी विद्यार्थियों के आँकड़ों का प्रदर्शन किस आलेख द्वारा अधिक अच्छा है?





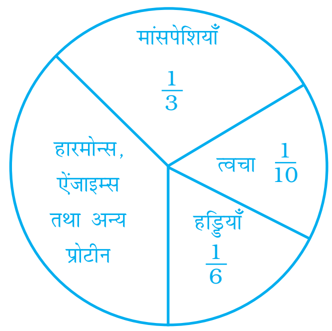
दिये गये आँकड़ों के लिए वृत्त आलेख अधिक अच्छा निरूपण है क्योंकि यह भागों की परस्पर तथा संपूर्ण से तुलना करता है।

19. रोहन और शालू दी गई आकृति के अनुसार पाँच कार्डों से खेल रहे हैं। रोहन द्वारा इनमें से बिना देखे संख्या 2 लिखा हुआ कार्ड चुनने की प्रायिकता क्या है?



(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

20. यहाँ दिया गया पाई चार्ट मानव शरीर के भागों में प्रोटीन के बंटन को दर्शाता है। इस पर आधारित प्रश्न संख्या 20–22 के उत्तर दीजिए– मांसपेशियों में प्रोटीन के बंटन और हड्डियों में प्रोटीन के बंटन का अनुपात क्या है?



(a) 3 : 1 (b) 1 : 2 (c) 1 : 3 (d) 2 : 1

21. दिए गए पाई चार्ट में त्वचा और हड्डियों को मिलाकर निरूपित करने वाले त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण है–

(a) 36° (b) 60° (c) 90° (d) 96°

22. दिए गए पाई चार्ट में हारमोन्स, ऐंजाइम्स और अन्य भागों को निरूपित करने वाले त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण है–

(a) 120° (b) 144° (c) 156° (d) 176°

23. एक सिक्के को 12 बार उछाला जाता है तथा परिणाम निम्नानुसार प्राप्त हुए–

चित आने का संयोग है–

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{5}{12}$ (c) $\frac{7}{12}$ (d) $\frac{5}{7}$

24. एक थैले में से एक गेंद निकालने पर, परिणामों की कुल संख्या, जब उस थैले में 3 लाल, 5 काली और 4 नीली गेदें हैं, होगी–

(a) 8 (b) 7 (c) 9 (d) 12

25. आँकड़ों के दो समूहों को एक साथ दर्शाने वाला आरेख होता है–

(a) चित्रालेख (b) आयत चित्र (c) पाई चार्ट (d) द्वि-दंड आलेख

26. वर्ग 150–175 की माप है–

(a) 150 (b) 175 (c) 25 (d) –25

27. पासे को एक बार फेंकने पर संख्या 7 प्राप्त करने की प्रायिकता है–

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) 1 (d) 0

28. वृत्तों का प्रयोग करते हुए, आँकड़ों का निरूपण कहलाता है–

(a) दंड आलेख (b) आयत चित्र (c) चित्रालेख (d) पाई चार्ट

29. मिलान चिन्हों का प्रयोग निम्न को ज्ञात करने के लिए किया जाता है–

(a) वर्ग अंतराल (b) परिसर

(c) बारंबारता (d) उपरि सीमा

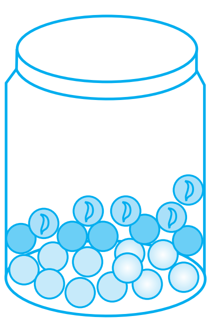
30. वर्ग अंतराल 75–85 की उपरि सीमा है–

(a) 10 (b) –10 (c) 75 (d) 85

31. पृथक-पृथक पर्चियों पर 1 से 5 तक संख्याएँ लिखी गयी हैं, और एक पर्ची पर एक संख्या लिखी है तथा इन्हें एक डिब्बे में रख दिया जाता है। वहीदा इस डिब्बे में से बिना देखे एक पर्ची निकालती है। इस पर्ची पर एक विषम संख्या लिखी होने की प्रायिकता क्या है?

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

32. शीशे के एक जार में समान माप वाले 6 लाल, 5 हरे, 4 नीले और 5 पीले कंचे हैं। हरि यादृच्छिक रूप से इस जार में से एक कंचा निकालता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि चुना गया कंचा लाल रंग का होगा?



(a) $\frac{7}{10}$ (b) $\frac{3}{10}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{2}{5}$

33. एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है। संभव परिणामों की कुल संख्या है–

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

34. एक सिक्के को तीन बार उछाला जाता है। संभव परिणामों की कुल संख्या है–

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8

35. एक पासे को दो बार फेंका जाता है। संभव परिणामों की कुल संख्या–

(a) 12 (b) 24 (c) 36 (d) 30

प्रश्न 36 से 58 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

36. असंगठित रूप में उपलब्ध आँकड़े ___________ आँकड़े कहलाते हैं।

37. वर्ग अंतराल 20-30 में, निम्न वर्ग सीमा ___________ है।

38. वर्ग अंतराल 26-33 में, 33 ___________ कहलाता है।

39. आँकड़ों 6, 8, 16, 22, 8, 20, 7, 25 का परिसर ___________ है।

40. एक पाई चार्ट का प्रयोग एक ___________ का एक संपूर्ण से तुलना करने में होता है।

41. एक सिक्के को एक बार उछालने के प्रयोग में परिणाम या तो ___________ या ___________ है।

42. जब एक पासे को फेंका जाता है, तो संभावित छः परिणाम ___________ हैं।

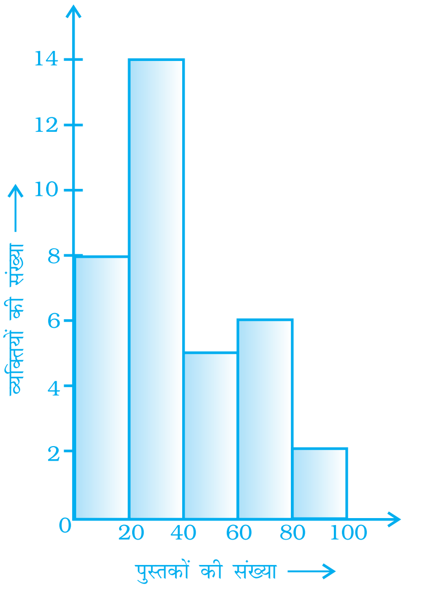
43. एक प्रयोग का प्रत्येक परिणाम अथवा परिणामों का संग्रह एक ___________ बनाता है।

44. एक प्रयोग जिसके परिणामों की प्रागुक्ति पहले से नहीं की जा सकती है एक ___________ कहलाता है।

45. एक वर्ग अंतराल की उपरि और निम्न सीमाओं का अंतर उस वर्ग अंतराल का ___________ कहलाता है।

46. उन वर्गीकृत आँकड़ों, जिनके प्रथम दो वर्ग अंतराल 10-15 और 15-20 हैं, का छठा वर्ग अंतराल ___________ है।

दायीं तरफ दिया हुआ आयत चित्र यह दर्शाता है कि विभिन्न संख्याओं में पुस्तकें रखने वाले कितने व्यक्ति हैं। इस आयत चित्र को पढ़िए और प्रश्न 47 से 50 के उत्तर दीजिए।



47. सर्वेक्षण किये गये व्यक्तियों की कुल संख्या ___________ है।

48. 60 से अधिक पुस्तकें रखने वाले व्यक्तियों की संख्या ___________ है।

49. 40 से कम पुस्तकें रखने वाले व्यक्तियों की संख्या ___________ है।

50. 20 से अधिक और 40 से अधिक पुस्तकें रखने वाले व्यक्तियों की संख्या___________ है।

51. दिए हुए आँकड़ों में एक विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है वह उस प्रेक्षण की ___________ कहलाती है।

52. जब प्रेक्षणों की संख्या बहुत बड़ी होती है, तो उन्हें प्राय: बराबर चौड़ाई वाले समूहों में संगठित किया जाता है और उन्हें __________ कहा जाता है।

53. जब एक सिक्के को उछाला जाता है, तो परिणामों की कुल संख्या __________ है।

54. अंतराल 80–85 की वर्ग माप __________ है।

55. एक आयत चित्र में एक वर्ग अंतराल की चौड़ाई वाले __________ बीच में बिना कोई रिक्तता रखे खींच जाते हैं।

56. जब एक पासे को फेंका जाता है, तो परिणाम 1, 2, 3, 4, 5, 6 सम __________ होते हैं।

57. एक आयत चित्र में वर्ग अंतराल और बारंबारताओं को क्रमश: __________ अक्ष और __________ अक्ष के अनुदिश लिया जाता है।

58. वर्ग अंतरालों 10–20, 20–30 इत्यादि में, 20 वर्ग __________ में स्थित है।

प्रश्न 59 से 81 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

59. एक पाई चार्ट में, एक संपूर्ण वृत्त को त्रिज्यखंडों में विभाजित किया जाता है।

60. एक पाई चार्ट में, एक त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण 180^0 से अधिक नहीं हो सकता है।

61. एक पाई चार्ट में, सभी केंद्रीय कोणों का योग 360^0 है।

62. एक पाई चार्ट में, दो केंद्रीय कोण 180^0 के नहीं हो सकते।

63. एक पाई चार्ट में, दो या अधिक केंद्रीय कोण बराबर भी हो सकते हैं।

64. एक पासे को फेंकने पर एक अभाज्य संख्या ज्ञात करना एक घटना है।

निम्न बारंबारता सारणी का प्रयोग करते हुए प्रश्न 65 से 68 के कथनों के बारे में बताइए कि ये सत्य हैं या असत्य–

(10 में से) प्राप्त किये गये अंक	4	5	7	8	9	10
बारंबारता	5	10	8	6	12	9

65. 9 विद्यार्थियों ने पूरे अंक प्राप्त किये हैं।

66. 8 से कम अंकों की बारंबारता 29 है।

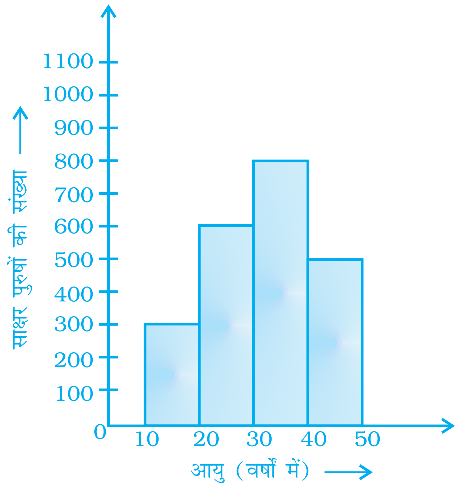
67. 8 से अधिक अंकों की बारंबारता 21 है।

68. 10 अंकों की सबसे अधिक बारंबारता है।

69. यदि पाँचवा वर्ग अंतराल 60–65 है, और चौथा वर्ग अंतराल 55–60 है, तो प्रथम वर्ग अंतराल 45–50 है।

12/04/18

70. दायीं तरफ दिये गए आयत चित्र से हम कह सकते हैं कि 20 वर्ष की आयु से अधिक के 1500 पुरुष साक्षर हैं।



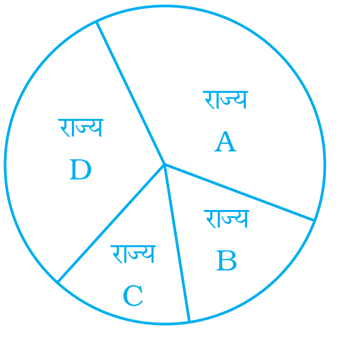
71. वर्ग अंतराल 60–68 की वर्ग माप 8 है।

72. यदि सिक्कों के एक युग्म को उछाला जाता है, तो परिणामों की कुल संख्या 2 है।

73. एक पासे को एक बार फेंकने पर, एक सम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

74. एक पासे को एक बार फेंकने पर, एक भाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

75. नीचे दिए हुए पाई चार्ट से हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि मैंगनीज़ का उत्पादन राज्य B में न्यूनतम है।



चार विभिन्न राज्यों मे मैंगनीज़ का उत्पादन

76. एक प्रयोग के एक या अधिक परिणामों से एक घटना बनती है।

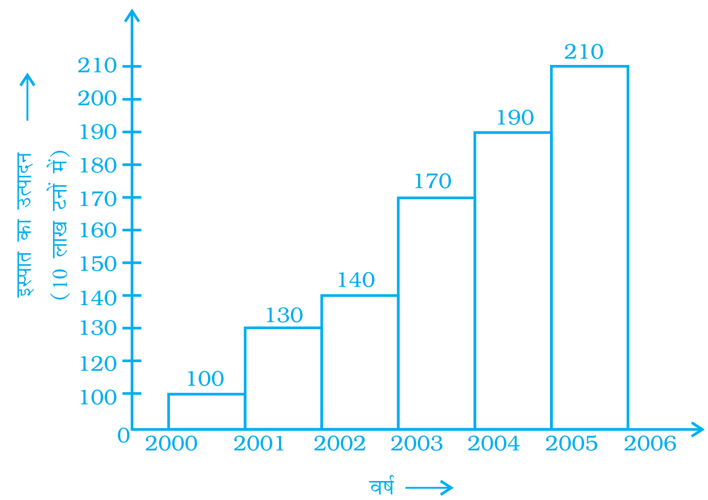
77. एक पासे को एक बार फेंकने पर संख्या 6 प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। इसी प्रकार, संख्या 5 प्राप्त करने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ है।

78. एक पासे को एक बार फेंकने पर एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता वही है, जो एक भाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है।

79. एक पासे को एक बार फेंकने पर एक सम संख्या प्राप्त करने की वही प्रायिकता है जो एक विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है।

80. पाइथागोरस प्रमेय का सत्यापन करना एक यादृच्छिक प्रयोग है।

81. आँकड़ों का निम्न चित्रीय निरूपण एक आयत चित्र है–



82. नीचे एक बारंबारता बंटन सारणी दी गयी है। इसे पढ़िए और इसके आगे दिए हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

वर्ग अंतराल	बारंबारता
10 – 20	5
20 – 30	10
30 – 40	4
40 – 50	15
50 – 60	12

(a) दूसरे वर्ग अंतराल की निम्न सीमा क्या है?

(b) अंतिम वर्ग अंतराल की उपरि सीमा क्या है?

(c) तीसरे वर्ग की बारंबारता क्या है?

(d) किस अंतराल की बारंबारता 10 है?

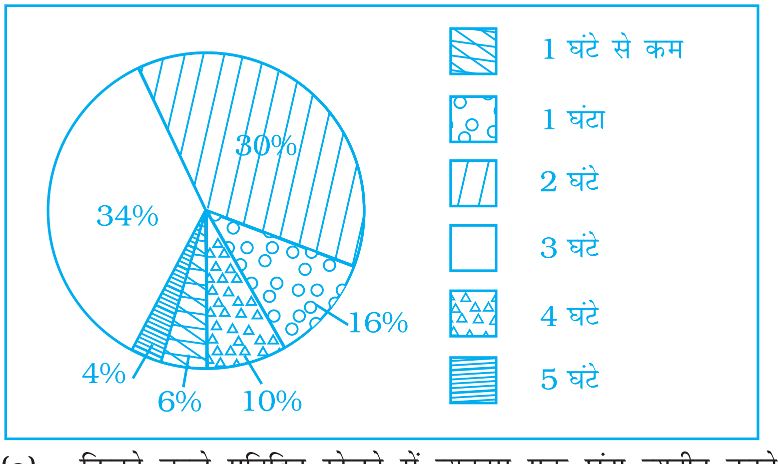
(e) किस अंतराल की न्यूनतम बारंबारता है?

(f) वर्ग माप क्या है?

83. तीस विभिन्न भूमि के पशुओं की अधिकतम चालों को एक बारंबारता सारणी के रूप में संगठित किया गया है। इन आँकड़ों के लिए एक आयत चित्र खींचिए।

अधिकतम चाल (km/h में)	बारंबारता
10 – 20	5
20 – 30	5
30 – 40	10
40 – 50	8
50 – 60	0
60 – 70	2

84. नीचे एक पाई चार्ट दिया हुआ है, जो 350 बच्चों के एक समूह द्वारा विभिन्न खेलों में व्यतीत किये गये समयों को प्रदर्शित करता है। इसे देखिए तथा इसके आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



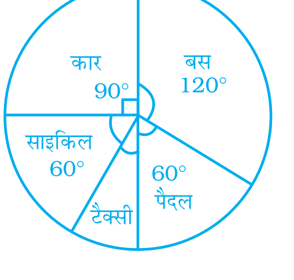
(a) कितने बच्चे प्रतिदिन खेलने में न्यूनतम एक घंटा व्यतीत करते हैं?

(b) कितने बच्चे खेलने में 2 घंटे से अधिक समय व्यतीत करते हैं?

(c) कितने बच्चे 3 या उससे कम घंटे खेलने में व्यतीत करते हैं?

(d) इनमें किसकी संख्या अधिक है – उन बच्चों की संख्या जो प्रतिदिन दो या दो से अधिक घंटे खेलने में व्यतीत करते हैं अथवा उन बच्चों की जो एक घंटे से कम खेलने में व्यतीत करते हैं?

85. दायीं तरफ दिया गया पाई चार्ट किसी स्कूल के बच्चों द्वारा स्कूल आने में प्रयोग किये जाने वाले परिवहन साधनों से संबंधित किये गये सर्वेक्षण के परिणाम दर्शाता है। इस पाई चार्ट का अध्ययन कीजिए और इससे आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(a) कौन सबसे अधिक परिवहन का सामान्य साधन है?

(b) बच्चों की संख्या का कितना भाग (भिन्न) कार से यात्रा करता है?

(c) यदि 18 बच्चे कार से यात्रा करते हैं, तो कितने बच्चों ने सर्वेक्षण में भाग लिया?

(d) कितने बच्चे स्कूल आने में टैक्सी का प्रयोग करते हैं?

(e) किन दो साधनों द्वारा यात्रा तय करने वाले बच्चों की संख्याएँ बराबर हैं?

86. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि उस पर आने वाली संख्या होगी–

(a) विषम

(b) 5 से बड़ी

(c) 3 का एक गुणज

(d) 1 से कम

(e) 36 का एक गुणनखंड

(f) 6 का एक गुणनखंड

87. निम्न कथनों को उचित शीर्षकों के अंतर्गत वर्गीकृत कीजिए–

(a) किसी त्रिभुज के कोणों का योग 180^0 प्राप्त करना।

(b) भारत द्वारा पाकिस्तान के विरुद्ध एक क्रिकेट मैच जीतना।

(c) सूर्य का शाम को अस्त होना।

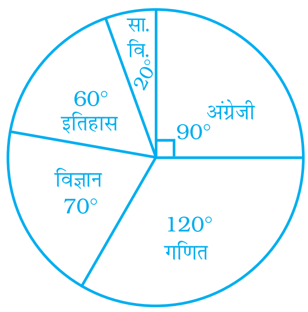
(d) एक पासे को फेंकने पर 7 प्राप्त होना।

(e) सूर्य का पश्चिम से उदय होना।

(f) आपके द्वारा एक दौड़ प्रतियोगिता का विजेता होना।

घटित होना सुनिश्चित है	घटित होना असंभव	घटित हो सकती है अथवा घटित नहीं भी हो सकती है

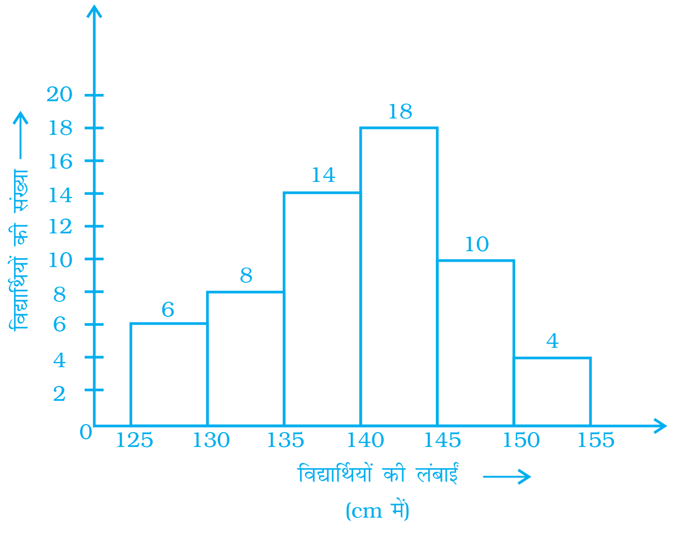
88. किसी परीक्षा में एक विद्यार्थी द्वारा विभिन्न विषयों में प्राप्त किये गये अंकों को दर्शाने वाले निम्न पाई चार्ट का अध्ययन कीजिए। यदि उसके द्वारा प्राप्त कुल अंक 540 हैं, तो उसके द्वारा प्रत्येक विषय में प्राप्त किये गये अंक ज्ञात कीजिए।



12/04/18

89. रितविक एक थैले में से, जिसमें सफेद और लाल गेंद हैं, एक गेंद निकालता है। एक सफेद गेंद चुनने की प्रायिकता $\frac{2}{9}$ है। यदि थैले में कुल 36 गेंद हैं, तो थैले में पीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

90. नीचे दिए हुए आयत चित्र को देखिए और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



(a) कितने विद्यार्थियों की लंबाई 135 cm से अधिक या उसके बराबर है, परंतु 150 cm से कम है?

(b) किस वर्ग अंतराल में न्यूनतम विद्यार्थी हैं?

(c) वर्ग माप क्या है?

(d) कितने विद्यार्थियों की लंबाई 140 cm से कम है?

91. किसी गाँव के 25 परिवारों में सदस्यों की संख्याएँ निम्न हैं–

6, 8, 7, 7, 6, 5, 3, 2, 5, 6, 8, 7, 7, 4, 3, 6, 6, 6, 7, 5, 4, 3, 3, 2, 5. वर्ग अंतरालों 0 – 2, 2 – 4, इत्यादि का प्रयोग करते हुए एक बारंबारता बंटन सारणी तैयार कीजिए।

92. प्रश्न 91 के बारंबारता बंटन को निरूपित करने के लिए एक आयत चित्र खींचिए।

93. किसी कक्षा के 30 विद्यार्थियों द्वारा एक टेस्ट में (20 में से) प्राप्त किये गये अंक नीचे दिये गए हैं–

14, 16, 15, 11, 15, 14, 13, 16, 8, 10, 7, 11, 18, 15, 14, 19, 20, 7, 10, 13, 12, 14, 15, 13, 16, 17, 14, 11, 10, 20

उपरोक्त आँकड़ों के लिए, बराबर चौड़ाई वाले वर्ग अंतराल लेते हुए एक बारंबारता बंटन सारणी तैयार कीजिए, जिनमें एक वर्ग अंतराल 4 - 8 है (8 सम्मिलित नहीं परंतु 4 सम्मिलित है)।

94. प्रश्न 93 में प्राप्त बारंबारता बंटन सारणी से एक आयत चित्र खींचिए।

95. किसी कक्षा के 30 विद्यार्थियों के भार (kg में) निम्न हैं–

39, 38, 36, 38, 40, 42, 43, 44, 33, 33, 31, 45, 46, 38, 37, 31, 30, 39, 41, 41, 46, 36, 35, 34, 39, 43, 32, 37, 29, 26

एक अंतराल 30–35 (35 सम्मिलित नहीं) लेते हुए, एक बारंबारता सारणी बनाइए।

(i) किस वर्ग की बारंबारता न्यूनतम है?

(ii) किस वर्ग की अधिकतम बारंबारता है?

96. किसी जूते की दुकान पर नवंबर 2007 में निम्न ब्रांडों वाले जूते बेचे गये। इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

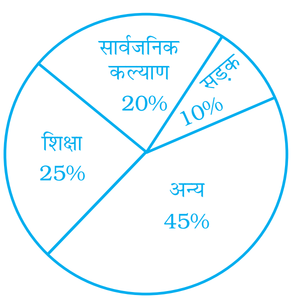
ब्रांड	बेचे गये जूतों के जोड़ों की संख्या
A	130
B	120
C	90
D	40
E	20

97. निम्न पाई चार्ट किसी राज्य सरकार द्वारा विभिन्न मदों में किये गये व्यय को दर्शाता है–

(i) यदि राज्य सरकार का कुल व्यय 10 करोड़ रुपये है, तो सड़कों पर कितनी धनराशि व्यय की गयी?

(ii) शिक्षा पर व्यय की गयी धनराशि सड़कों पर व्यय की गयी धनराशि के कितने गुनी है?

(iii) सड़कों और सार्वजनिक कल्याण पर कुल मिलाकर किया गया व्यय कुल व्यय का कितना भाग है?

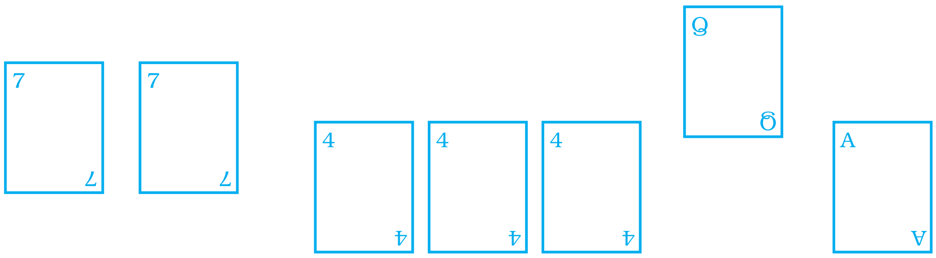


98. निम्न आँकड़े किसी चिड़ियाघर (ज़ू) में विभिन्न पशुओं की संख्या निरूपित करते हैं। इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट तैयार कीजिए।

पशु	पशुओं की संख्या
हिरण	42
हाथी	15
ज़िराफ	26
रेंगने वाले जंतु	24
बाघ	13

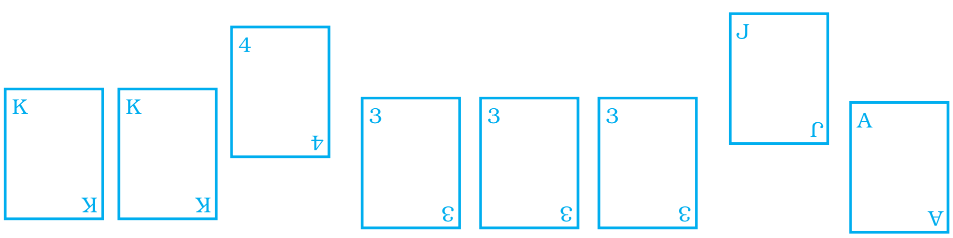
99. ताशों की गड्डी

(a) ताशों की एक गड्डी में से निम्न कार्डों को निकाल कर उल्टा रख दिया जाता है–



सुहेल जीत जाएगा, यदि वह एक फ़ेस (तस्वीर वाला) कार्ड चुनता है। सुहेल के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(b) उपरोक्त 8 कार्डों में अब निम्न कार्ड और सम्मिलित कर लिये जाते हैं–



अब सुहेल के जीतने की क्या प्रायिकता है? रेशमा जीत जाती है, यदि वह एक चौकी (4) उठाती है। रेशमा के जीतने की क्या प्रायिकता है?

(बेगम, बादशाह और गुलाम वाले कार्ड फेस कार्ड कहलाते हैं)।

100. 35 आमों के निम्न भारों (ग्रामों में) के लिए, बराबर वर्ग अंतरालों का प्रयोग करते हुए, एक बारंबारता सारणी बनाइए, जिनमें से एक वर्ग अंतराल 40–45 (45 सम्मिलित नहीं है) हो–

30, 40, 45, 32, 43, 50, 55, 62, 70, 70, 61, 62, 53, 52, 50, 42, 35, 37, 53, 55, 65, 70, 73, 74, 45, 46, 58, 59, 60, 62, 74, 34, 35, 70, 68

(a) इस बारंबारता सारणी में कितने वर्ग हैं?

(b) किसी भार समूह की अधिकतम बारंबारता है?

101. निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

भार (किग्रा में)	मिलान चिह्न	बारंबारता (व्यक्तियों की संख्या)
40 – 50	𝍸 𝍸 ||	
50 – 60	𝍸 𝍸 ||||	
60 – 70	𝍸 |	
70 – 80	||	
80 – 90	|	

उन व्यक्तियों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए, जिनके भार उपरोक्त सारणी में दिये गये हैं।

102. निम्न आँकड़ों के लिए एक आयत चित्र खींचिए–

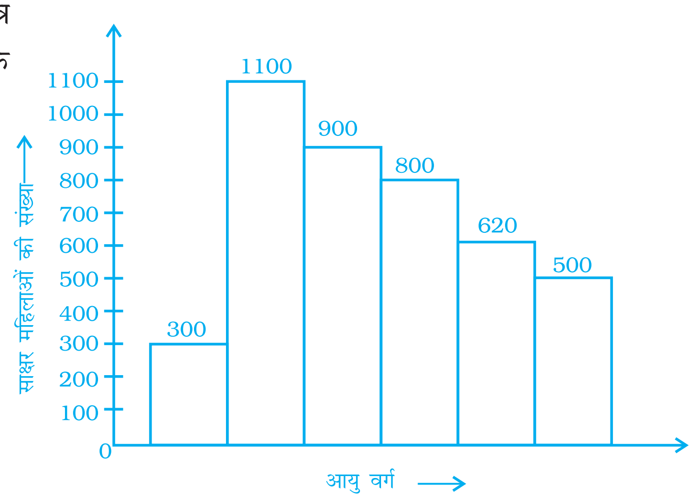
वर्ग अंतराल	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
बारंबारता	30	98	80	58	29	50

103. 20 व्यक्तियों के एक परिकलित प्रतिदर्श में उनके पास में रखी धनराशियाँ (हज़ारों रुपयों में) निम्नलिखित पायी गयीं–

114, 108, 100, 98, 101, 109, 117, 119, 126, 131, 136, 143, 156, 169, 182, 195, 207, 219, 235, 118.

इन आँकड़ों की एक बारंबारता बंटन सारणी बनाकर, जिसमें एक वर्ग अंतराल 50–100 हो, उसका एक आयत चित्र खींचिए।

104. दायीं तरफ दिया हुआ आयत चित्र किसी शहर में 10 से 40 वर्ष के आयु समूह की साक्षर महिलाओं की संख्या को प्रदर्शित करता है। उसे देखकर निम्न प्रश्नों का उत्तर दें–



(a) यह कल्पना करते हुए कि सभी वर्ग बराबर चौड़ाइयों के हैं, सभी वर्ग लिखिए।

(b) वर्ग चौड़ाई क्या है?

(c) किस आयु समूह में, साक्षर महिलाओं की संख्या न्यूनतम है?

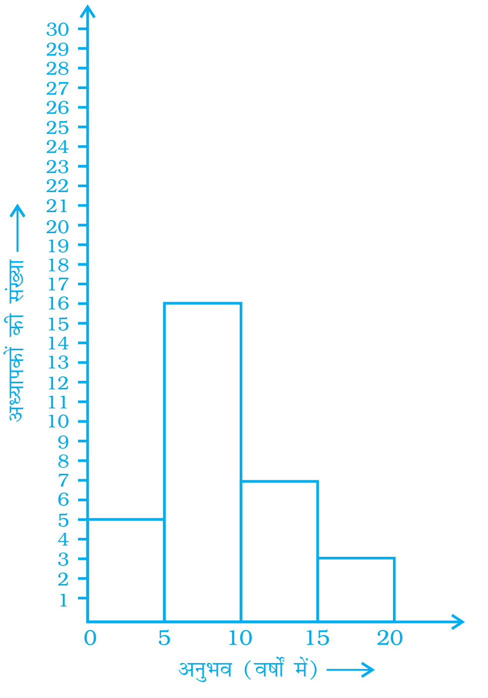
(d) किस आयु समूह में, साक्षर महिलाओं की संख्या अधिकतम है?

105. दायीं तरफ दिया गया आयत चित्र विभिन्न स्कूलों में 30 अध्यापकों के शिक्षण अनुभवों के बारंबारता बंटन को दर्शाता है। इसे देखकर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें–

(a) वर्ग चौड़ाई क्या है?

(b) कितने अध्यापकों का शिक्षण अनुभव अधिकतम है? साथ ही, कितने अध्यापकों का शिक्षण अनुभव न्यूनतम है?

(c) कितने अध्यापकों का शिक्षण अनुभव 10 से 20 वर्षों के बीच है?



106. एक जिले में, विभिन्न बैंकों की शाखाओं की संख्या नीचे दी गयी है।

बैंक	भारतीय स्टेट बैंक	बैंक ऑफ बड़ौदा	पंजाब नेशनल बैंक	केनरा बैंक
शाखाओं की संख्या	30	17	15	10

इन आँकड़ों के लिए, एक पाई चार्ट खींचिए।

107. किसी जिले में आधारभूत इंफ्रास्ट्रक्चर विकास हेतु विकास बैंक द्वारा 108 करोड़ रुपये की एक परियोजना की स्वीकृति इस प्रकार दी गयी–

मद	सड़क	बिजली	पेय जल	सीवरेज
धनराशि (करोड़ ₹ में)	43.2	16.2	27.00	21.6

12/04/18

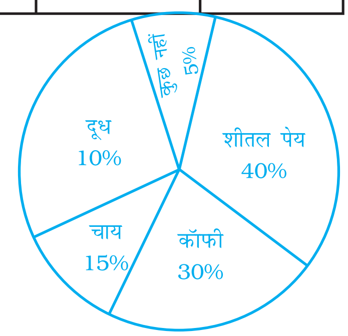
इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

108. किसी स्कूल की समय सारणी में, प्रति सप्ताह विभिन्न शिक्षण विषयों के लिए नियत किये गए पीरियड नीचे दिये गए हैं–

विषय	हिंदी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सामाजिक विज्ञान	कंप्यूटर	संस्कृत
नियत किये गये पीरियड	7	8	8	8	7	4	3

इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

109. नौजवान व्यक्तियों के एक विशेष समूह के मनपसंद पेय के बारे में जानकारी प्राप्त करने के लिए एक सर्वेक्षण किया गया। दायीं तरफ दिया हुआ पाई चार्ट इस सर्वेक्षण से प्राप्त जानकारी को दर्शाता है। इस पाई चार्ट को देखकर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



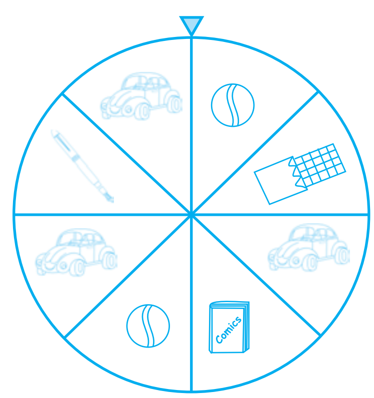
(i) किस प्रकार का पेय अधिकतम व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है?

(ii) यदि 43 व्यक्ति चाय पसंद करते हैं, तो कितने व्यक्तियों का सर्वेक्षण किया गया था?

110. निम्न आँकड़े विभिन्न महासागरों में जल की लगभग प्रतिशतताओं को निरूपित करते हैं। इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

प्रशांत	40%
अटलांटिक	30%
हिंद	20%
अन्य	10%

111. एक जन्म दिवस पार्टी में, बच्चे उपहार प्राप्त करने के लिए, एक पहिए को घुमा रहे हैं (देखिए आकृति)। निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए–



(a) एक गेंद प्राप्त करना (b) एक खिलौना कार प्राप्त करना
(c) चॉकलेट के अतिरिक्त कोई भी खिलौना

112. सोनिया नीचे दिए हुए कार्डों में से एक कार्ड चुनती है–

R 1	Y 2	Y 3	R 4	B 5
B 6	G 7	Y 8	R 9	G 10

12/04/18

निम्न प्राप्त करने की प्रायिकता परिकलित कीजिए–

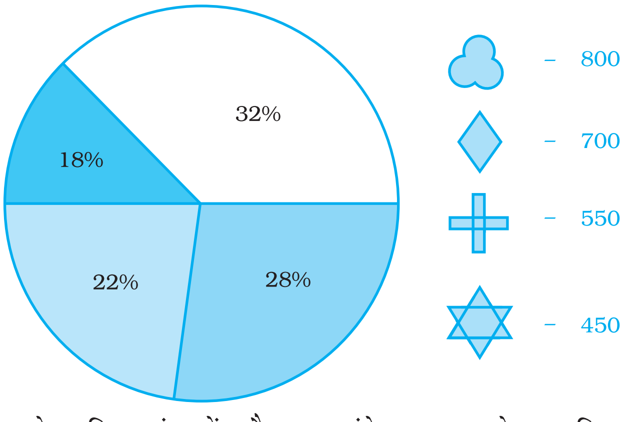
(a) एक विषम संख्या

(b) एक Y कार्ड

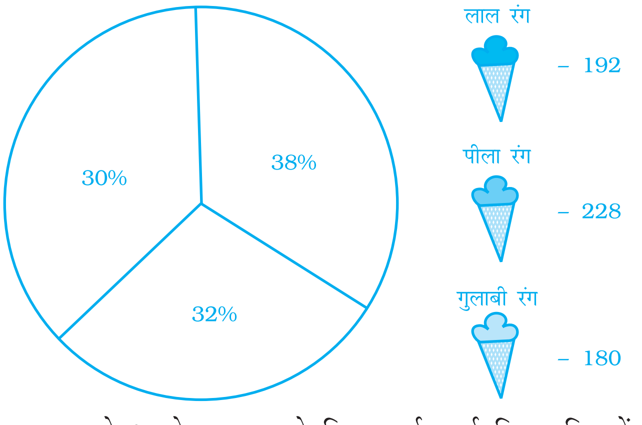
(c) एक G और एक सम संख्या

(d) B और उस पर लिखी संख्या > 7

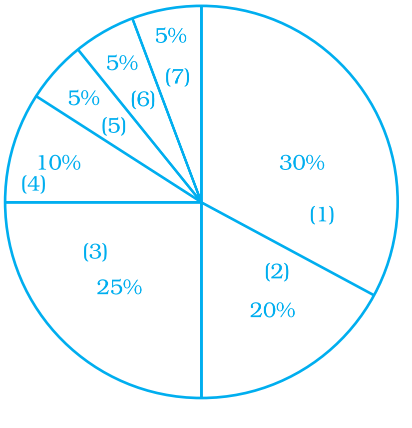
113. पहचानिए कि प्रत्येक त्रिज्यखंड में कौन-सा संकेत प्रकट होना चाहिए–



114. पहचानिए कि प्रत्येक त्रिज्यखंड में कौन-सा संकेत प्रकट होना चाहिए–



115. एक वित्तीय सलाहकार ने अपने ग्राहक को निम्न पाई चार्ट दिया, जिसमें उसकी आय का बजट संतुलित रखने की व्याख्या की गयी है। यदि वह ग्राहक प्रति माह ₹ 50,000 घर लाता है, तो उसे प्रत्येक श्रेणी या मद में कितनी धनराशि व्यय करनी चाहिए?

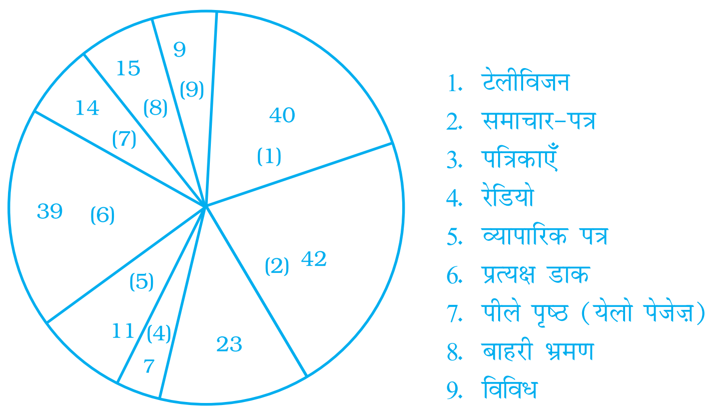


1. घर
2. भोजन (बाहर का खाना सम्मिलित करते हुए)
3. कार का ऋण और रख-रखाव
4. उपयोगी वस्तुएँ
5. फोन
6. कपड़े
7. मनोरंजन

116. नीचे दिया हुआ पाई चार्ट किसी कंपनी द्वारा एक उत्पाद के विज्ञापन की विभिन्न विधियों पर व्यय की गयी धनराशियाँ (हजार रुपयों में) दर्शाता है।

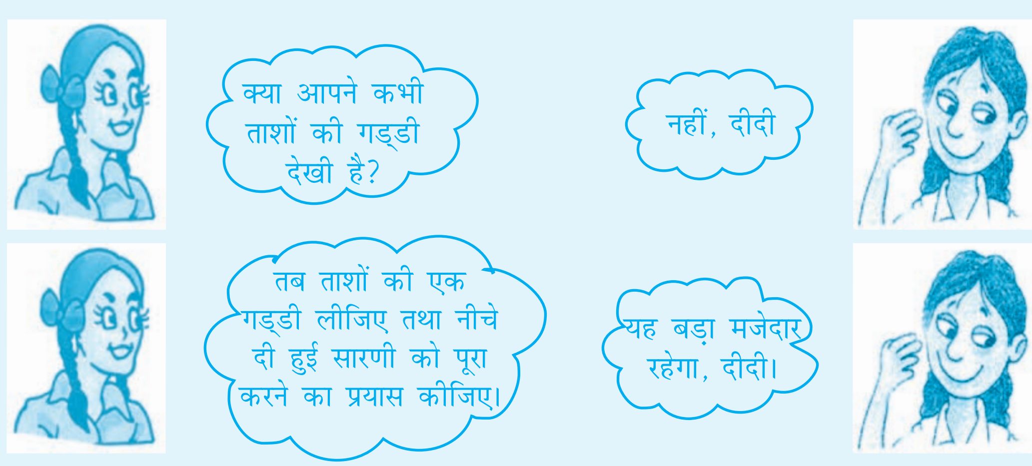
अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

1. विज्ञापन के किस मीडिया प्रकार पर अधिकतम धनराशि रखी गयी है?
2. विज्ञापन के किस मीडिया प्रकार पर न्यूनतम धनराशि रखी गयी है।
3. विज्ञापन की कुल धनराशि का कितने प्रतिशत प्रत्यक्ष डाक प्रचारों पर व्यय किया जाता है?
4. विज्ञापन की कुल धनराशि का कितने प्रतिशत समाचार-पत्रों और पत्रिकाओं के विज्ञापनों पर व्यय किया जाता है?
5. विविध (9) में आप किन मीडिया प्रकारों को सम्मिलित किया हुआ सोचते हैं? एवं इन मीडिया प्रकारों को एक अलग श्रेणी क्यों नहीं दी गयी है?

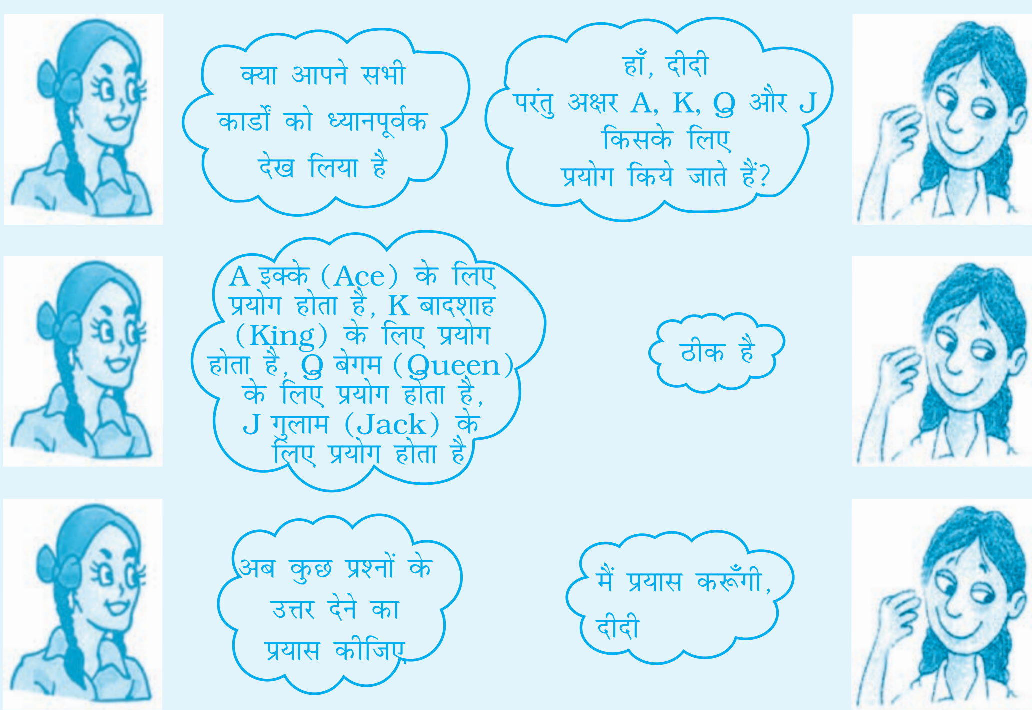


(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. कार्ड क्रियाकलाप



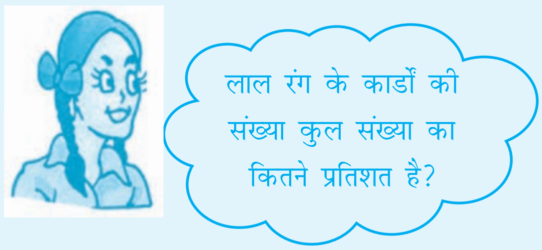
	फ़ेस कार्ड			संख्या कार्ड										
	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2	A	योग
हुकम														
पान														
ईंट														
चिड़ी														
														योग

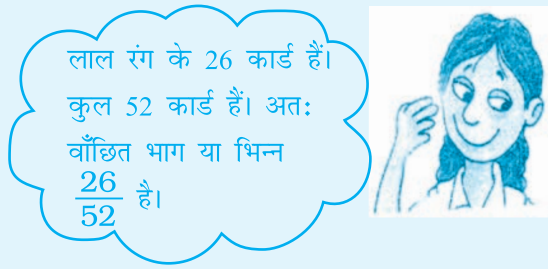


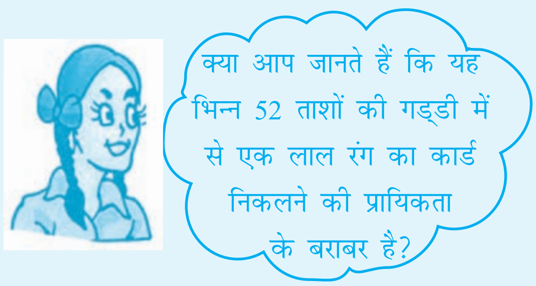
1. आप कितने रंग देखती हैं?
2. कुल कितने कार्ड हैं?
3. एक प्रकार के कितने कार्ड हैं?
4. आप कितने प्रकार के कार्ड देख सकते हैं? उनके नाम लिखिए।
5. काले रंग के कितने कार्ड हैं?

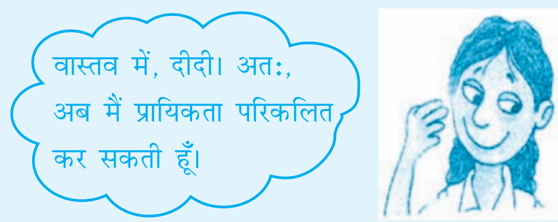
12/04/18

6. कुल लाल रंग के कितने कार्ड हैं?
7. प्रत्येक प्रकार के कितने फ़ेस कार्ड हैं?
8. तस्वीरों वाले कुल कितने कार्ड हैं?









9. अच्छी प्रकार से फेंटी गयी ताशों की एक गड्डी में से, निम्न को प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?

(i) एक काला फ़ेस कार्ड
(ii) एक लाल गुलाम
(iii) हुकम का चौका
(iv) एक तस्वीर वाला कार्ड
(v) लाल रंग का इक्का
(vi) एक काला बादशाह
(vii) एक साधारण कार्ड
(viii) पान का एक तस्वीर वाला कार्ड
(ix) चिड़ी का इक्का
(x) एक बादशाह
(xi) ईंट का एक कार्ड
(xii) एक काला साधारण कार्ड

12/04/18

2. पासों के साथ खेलना

(a) इन पासों के फेंकने पर ही, निम्न सारणी को पूरा कीजिए और उसके आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

A				B			
पासा 1	पासा 2	परिणाम	योग	पासा 1	पासा 2	परिणाम	योग
⚀	⚀	(1,1)	2	⚃	⚀		
⚀	⚁	(1,2)	3	⚃	⚁		
⚀	⚂	(1,3)	4	⚃	⚂		
⚀	⚃	(1,4)	5	⚃	⚃		
⚀	⚄			⚃	⚄		
⚀	⚅			⚃	⚅		
⚁	⚀			⚄	⚀		
⚁	⚁			⚄	⚁		
⚁	⚂			⚄	⚂		
⚁	⚃			⚄	⚃		
⚁	⚄			⚄	⚄		
⚁	⚅			⚄	⚅		
⚂	⚀			⚅	⚀		
⚂	⚁			⚅	⚁		
⚂	⚂			⚅	⚂		
⚂	⚃			⚅	⚃		
⚂	⚄			⚅	⚄		
⚂	⚅			⚅	⚅		

12/04/18

कागज की खोज

प्रतिभा की डेस्क में 8 दराज़ें हैं। जब उसे कोई कागज़ मिलता है तो वह यादृच्छिक रूप से एक दराज़ चुनती हैं और उसमें कागज रख देती है। यद्यपि वह 10 बार में 2 बार कागज़ को इधर-उधर डाल देती है जिससे वह खो जाता है।

कागज़ के खोने की प्रायिकता $\frac{2}{10}$ अथवा $\frac{1}{5}$ है।

- दराज़ में कागज़ रखने की प्रायिकता क्या है?
- यदि सभी दराज़ों को चुनना समप्रायिक हो तो दराज़ 3 में कागज़ रखने की प्रायिकता क्या है?

जब प्रतिभा को किसी दस्तावेज़ की आवश्यकता होती है तो वह सर्वप्रथम दराज़ 1 में देखती है और तब क्रम से प्रत्येक दराज़ की जाँच करती है जब तक कि वह सभी दराज़ों में न देख ले।

1. यदि प्रतिभा ने दराज़ 1 की जाँच कर ली है और वह जिस कागज को ढूँढ़ रही थी वह नहीं मिला तो शेष 7 दराज़ों में उसके मिलने की क्या प्रायिकता है?
2. यदि प्रतिभा ने दराज़ 1, 2 और 3 की जाँच कर ली है और वह जिस कागज को ढूँढ़ रही थी, वह नहीं मिला, तो उसके शेष 5 दराज़ों में मिलने की क्या प्रायिकता है?
3. यदि प्रतिभा ने दराज़ 1–7 तक की जाँच कर ली है और जिस कागज को वह ढूँढ़ रही थी, वह नहीं मिला, तो उसके अंतिम दराज़ में मिलने की क्या प्रायिकता है?

(b) निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

दोनों पासों पर बिंदुओं या संख्याओं का योग	मिलान चिह्न	परिणामों की संख्या	प्रायिकता
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

निम्न की प्रायिकता ज्ञात कीजिए–

(i) अंकों का योग 6 से अधिक

(ii) अंकों का योग 3 से कम

(iii) अंकों का योग या तो 5 या 6

(iv) अंकों का योग 12

(v) अंकों का योग 9 से कम परंतु 5 से अधिक

3. आँकड़ा संचयन

निम्न पैराग्राफ को पढ़िए–

ALL OF US HAVE SOME CONCEPT OF STATISTICS BECAUSE MAGAZINES, NEWSPAPERS, RADIO AND TV ADVERTISEMENTS ARE FULL OF STATISTICS OR NUMERICAL DATA. EXISTENCE OF THE PRACTICE OF COLLECTING NUMERICAL DATA IN ANCIENT INDIA IS EVIDENT FROM THE FACT THAT DURING THE REIGN OF CHANDRAGUPTA MAURYA, THERE WAS VERY GOOD SYSTEM OF COLLECTING SUCH DATA ESPECIALLY IN REGARDS TO THE BIRTHS AND DEATHS. DURING AKBAR'S REIGN, RAJA TODARMAL, THE LAND AND REVENUE MINISTER, MAINTAINED GOOD RECORDS OF LAND AND AGRICULTURAL STATISTICS. IN AIN-I-AKBARI WRITTEN BY ABUL FAZAL, A DETAILED ACCOUNT OF THE ADMINISTRATIVE AND STATISTICAL SURVEYS CONDUCTED DURING THAT PERIOD CAN BE FOUND.

ऊपर दिये पैराग्राफ से, अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों से संबंधित निम्न दो सारणियाँ बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

1. वर्णमाला के प्रत्येक अक्षर की बारंबारता सारणी

अक्षर	मिलान चिह्न	बारंबारता
A		
B		
C		
-		
-		
-		
Z		

(a) किस अक्षर की बारंबारता न्यूनतम है?

(b) कौन-सा स्वर अधिकांशत: प्रयोग किया गया है?

(c) कौन-सा व्यंजन अधिकांशत: प्रयोग किया गया है?

(d) स्वरों की संख्या और व्यंजनों की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए।

2. दो या दो से अधिक अक्षरों वाले शब्दों की बारंबारता सारणी

शब्दों की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
2 अक्षर वाले		
3 अक्षर वाले		
4 अक्षर वाले		
5 अक्षर वाले		
6 अक्षर वाले		
6 अक्षरों से अधिक		

(a) इस पैराग्राफ में दो अक्षरों वाले कितने शब्द प्रयोग किये गये हैं?

(b) कुल कितने शब्द प्रयोग किये गये हैं?

(c) कितने शब्दों में 5 या 5 से अधिक अक्षर हैं?

(d) तीन अक्षर के शब्दों और पाँच अक्षर के शब्दों की संख्याओं का क्या अनुपात है?

4. मनोरंजन क्रियाकलाप

एक पैकेट लीजिए, जिसमें विभिन्न रंगों की टॉफियाँ हों। प्रत्येक रंग की टॉफियों की संख्या गिनिए और नीचे दी गयी सारणी में भरिए। इसके बाद, इन आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

12/04/18

टॉफियों का रंग	संख्या	भिन्न	360° की भिन्न
लाल			
हरा			

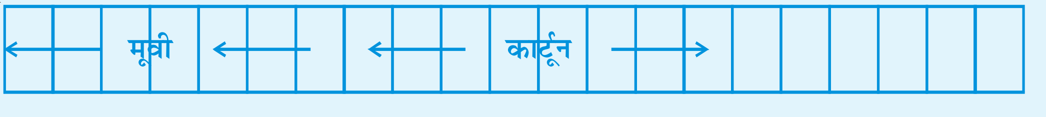
5. सर्वेक्षण करना

मनपसंद टीवी चैनलों के बारे में जानकारी प्राप्त करने के लिए, कक्षा का एक सर्वेक्षण कीजिए। इनसे प्राप्त उत्तरों के आधार पर निम्न सारणी को भरिए–

चैनल	मतों की संख्या	कुल मतों की भिन्न (या भाग)	कुल मतों की आकलित प्रतिशतता	कुल मतों की परिकलित प्रतिशतता
समाचार				
मूवी				
इतिहास और प्रकृति				
कार्टून				
खेल				

आपका आकलन कितना सही है?

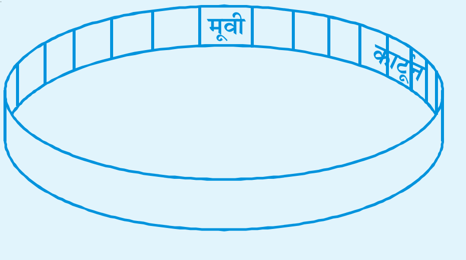
अब, 1 सेमी चौड़ी, मोटे चार्ट पेपर की एक पट्टी लीजिए तथा इसे बराबर माप के आयतों में विभाजित कीजिए – अपनी कक्षा के प्रत्येक छात्र के लिए एक पट्टी। संपूर्ण पट्टी अपनी पूरी कक्षा को निरूपित करती है, अर्थात् मतों के 100% को एक पट्टी पर प्रत्येक विकल्प के लिए प्राप्त मतों के आधार पर, आयतों के समूहों में रंग भरिए। प्रत्येक विकल्प के लिए अलग रंग लीजिए। उदाहरणार्थ, यदि विद्यार्थी मूवी के लिए मतदान करते हैं, तो पहले पाँच आयतों को नीला रंगिए। यदि 7 कार्टून चुनते हैं, तो अगले 7 आयतों को हरा रंगिए। जब आप समाप्त करेंगे, तो सभी आयत रंग जाएँगे।



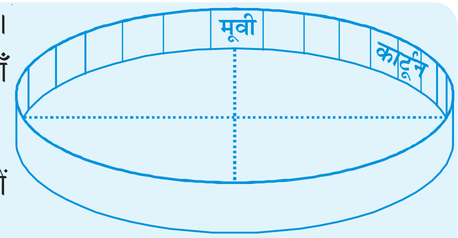
अब दर्शाए गए चित्र के अनुसार एक वृत्त आलेख बनाइए–

– अपनी पट्टी के दोनों सिरों को, बिना एक-दूसरे पर चढ़ाए हुए, टेप से जोड़िए, जिससे एक छल्ला बन जाए, जिसमें रंगे हुए आयत अंदर रहें।

– चौथाई वृत्त की चार प्रतिलिपियों को टेप की सहायता से चिपकाकर एक वृत्त बनाइए।

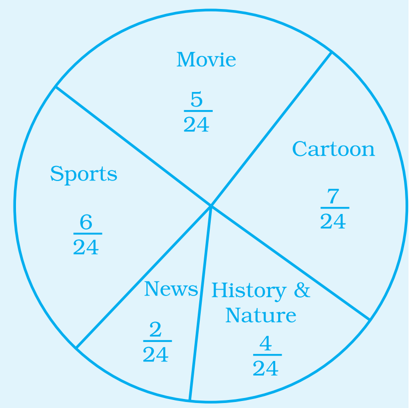


– ऊपर बनाए हुए छल्ले को इस वृत्त के अनुदिश रखिए। वृत्त के किनारे पर अंकित कीजिए कि प्रत्येक रंग कहाँ से प्रारंभ होता है तथा कहाँ समाप्त होता है।



– छल्ले को हटा लीजिए और अपने द्वारा लगाए हुए चिह्नों को रूलर की सहायता से वृत्त केंद्र से मिलाइए।

– अपने आलेख के भागों को रंगिए। प्रत्येक भाग पर चैनल का नाम लिखिए तथा उस चैनल द्वारा प्राप्त मतों की भिन्न भी लीजिए। उदाहरणार्थ, समाचार चैनल में भिन्न दो बटा चौबीस लिखी जाएगी। तब आपका वृत्त आलेख दिये गए चित्र जैसा दिखेगा, जिसे पाई चार्ट भी कहते हैं।

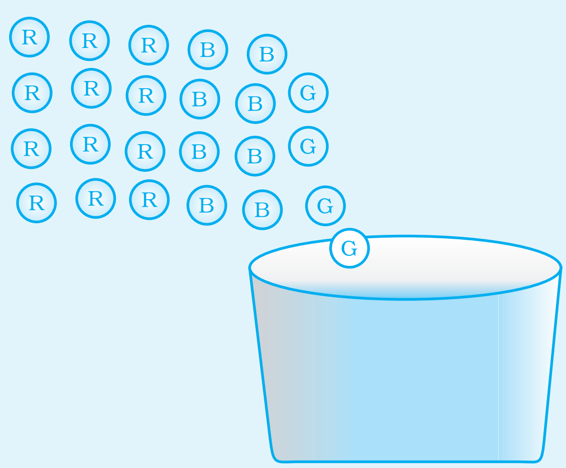


पुस्तकों, पत्रिकाओं और समाचार-पत्रों में प्रायः वृत्त आलेखों पर प्रतिशत लिखे जाते हैं। अपने पाई चार्ट में प्रतिशत वाले नामांकन भी लगाइए।

6. कंचों का खेल

प्रमोद अपनी छोटी बहन मोनिका और उसकी दो सहेलियों पूजा और ज्योति के साथ खेल रहा है। मोनिका लाल रंग के, पूजा नीले रंग के तथा ज्योति हरे रंग के कपड़े पहने हुए है।

प्रमोद एक बाल्टी को 12 लाल (R) कंचों, 8 नीले (B) कंचों और 4 हरे (G) कंचों से भर देता है। वह उन लड़कियों से कहता है कि वे एक नया खेल खेलेंगे। वह बाल्टी में हाथ डालकर एक कंचा यादृच्छिक रूप से निकालेगा। वह लड़की जिसके कपड़ों के रंग से इस कंचे का सुमेलन होगा 1 अंक प्राप्त कर लेगी।



12/04/18

a. पहली बार कंचा निकालने में प्रत्येक लड़की द्वारा 1 अंक प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?

मोनिका –

पूजा –

ज्योति –

b. पहली बार कंचा निकालने में हरा कंचा प्राप्त न करने की प्रायिकता क्या है?

c. यदि बाल्टी में, प्रत्येक रंग के दो कंचे और डाल दिए जाएँ, तो क्या भाग (a) में प्रायिकताएँ बदल जाएँगी? अपने उत्तर को स्पष्ट कीजिए।

d. यदि प्रत्येक रंग के कंचों की संख्या दोगुनी कर दी जाए, तो क्या भाग (a) में प्रायिकताएँ बदल जाएँगी? स्पष्ट कीजिए कि क्यों या, क्यों नहीं।

7. क्रॉसवर्ड पहेली

दिए हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए और फिर दिए हुए खानों को अंग्रेजी के अक्षरों ,द्वारा भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिए गए हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन से संबंधित संख्याएँ खानों के कोनों पर लिखी हुई हैं। संकेतों के उत्तर संगत खानों में भरिये।

संकेत

एक्रॉस

1. Another name for a circle graph is ____________.
1. वृत्त आलेख के लिए एक अन्य नाम ____________ है।
6. Class width of the interval 10-15 is ____________.
6. अंतराल 10–15 की वर्ग चौड़ाई ____________ है।
7. Difference of highest and lowest observations in a given data is called ____________.
7. आँकड़ों में सबसे बड़े और सबसे छोटे प्रेक्षणों का अंतर ____________ कहलाता है।
8. Each outcome or a collection of outcomes in an experiment is known as ____________.
8. किसी प्रयोग में प्रत्येक परिणाम या परिणामों का संग्रह एक ____________ कहलाता है।

9. Pie chart represents the comparison of parts to a ___________.

9. पाई चार्ट एक ___________ की भागों से तुलना निरूपित करता है।

10. Probability of sun rising from the east is ___________.

10. सूर्य की पूर्व से उदय होने की प्रायिकता ___________ है।

12. Probability of getting a head or a tail on tossing a coin once is ___________.

12. एक सिक्के को एक बार उछालने पर चित या पट प्राप्त करने की प्रायिकता ___________है।

डाउन

2. Representation of grouped data graphically is called ___________.

2. वर्गीकृत आँकड़ों का आलेखीय निरूपण ___________ कहलाता है।

3. Unorganised, ungrouped data is called ___________.

3. असंगठित अवर्गीकृत आँकड़े ___________ कहलाते हैं।

4. Difference between upper and lower class limits. is known as ___________.

4. उपरि और निम्न वर्ग सीमाओं का अंतर ___________ कहलाता है।

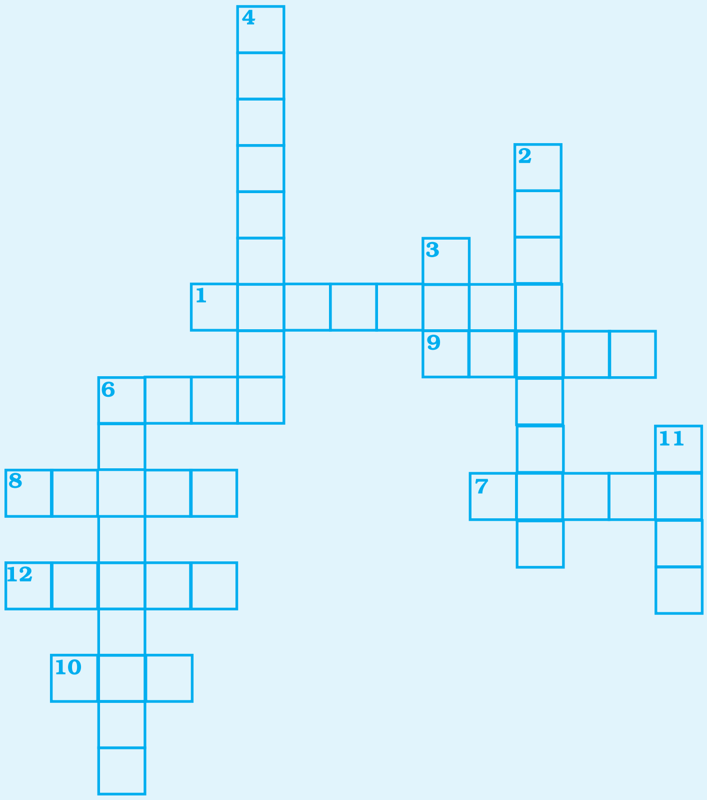
6. The number of times a particular observation occures in the given data is called ___________.

6. दिए हुए आँकड़ों में एक विशेष प्रेक्षण जितनी बार आता है वह उसकी ___________ कहलाती है।

11. Is today is Saturday, then the probability of two days after tomorrow being a Monday is ___________.

11. यदि आज शनिवार है, तो कल के दो दिन बाद सोमवार होने की प्रायिकता ___________ है।

12/04/18



12/04/18

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 3

वर्ग-वर्गमूल तथा घन-घनमूल

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक प्राकृत संख्या एक **पूर्ण वर्ग** कहलाती है, यदि वह किसी प्राकृत संख्या का वर्ग है। अर्थात् यदि $m = n^2$ हो, तो m एक पूर्ण वर्ग है, जहाँ m और n प्राकृत संख्याएँ हैं।
- एक प्राकृत संख्या एक **पूर्ण घन** कहलाती है, यदि वह किसी प्राकृत संख्या का घन है, अर्थात्, यदि $m = n^3$ हो, तो m एक पूर्ण घन है, जहाँ m और n प्राकृत संख्याएँ हैं।
- जब किसी संख्या को स्वयं उसी से गुणा किया जाए तो उससे प्राप्त संख्या उस संख्या का वर्ग कहलाती है।
- जब किसी संख्या को स्वयं उसी से तीन बार गुणा किया जाता है, तो प्राप्त संख्या उस संख्या का घन कहलाती है।
- सम संख्याओं के वर्ग और घन सम संख्याएँ होती हैं।
- विषम संख्याओं के वर्ग और घन विषम संख्याएँ होती हैं।
- एक पूर्ण वर्ग (1 के अतिरिक्त) को सदैव समान अभाज्य गुणनखंडों के युग्मों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
- एक पूर्ण घन (1 के अतिरिक्त) को सदैव समान अभाज्य गुणनखंडों के त्रिकों के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

इकाई –3

- एक पूर्ण वर्ग की इकाई का अंक केवल 0, 1, 4, 5, 6 या 9 हो सकता है।
- उस संख्या का वर्ग जिसकी इकाई का अंक–

  1 या 9 है, 1 पर समाप्त होता है।

  2 या 8 है, 4 पर समाप्त होता है।

  3 या 7 है, 9 पर समाप्त होता है।

  4 या 6 है, 6 पर समाप्त होता है।

  5 है, 5 पर समाप्त होता है।
- संख्या n और $n+1$ के वर्गों के बीच में $2n$ प्राकृत संख्याएँ हैं।
- वह संख्या जिसके अंत में शून्यों की संख्या विषम हो, एक पूर्ण वर्ग नहीं होती है।
- प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 से प्राप्त होता है।
- तीन प्राकृत a, b और c संख्याओं में, यदि $a^2 + b^2 = c^2$ हो, तो कहा जाता है कि उनसे एक **पाइथागोरियन त्रिक** बनती है।
- प्रत्येक प्राकृत संख्या $m > 1$ के लिए, $2m$, m^2-1 और $m^2 + 1$ से एक पाइथागोरियन त्रिक बनती है।
- संख्या x का **वर्गमूल** वह संख्या है जिसका वर्ग x होता है। संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से निरूपित किया जाता है।
- संख्या x का **घनमूल** वह संख्या है, जिसका घन x होता है। इसे $\sqrt[3]{x}$ से निरूपित किया जाता है।
- वर्गमूल और घनमूल क्रमशः वर्ग करने और घन करने की प्रतिलोम संक्रियाएँ हैं।
- यदि एक पूर्ण वर्ग n अंकों का है, तो उसके वर्गमूल में $\frac{n}{2}$ अंक होंगे, यदि n सम है तथा $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ अंक होंगे, यदि n विषम है।
- अंक 0, 1, 4, 5, 6 और 9 पर समाप्त होने वाली संख्याओं के घन क्रमशः 0, 1, 4, 5, 6 और 9 अंकों पर ही समाप्त होते हैं।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. बताइए कि एक पूर्ण वर्ग का क्या अर्थ है। एक उदाहरण दीजिए।
2. स्पष्ट कीजिए कि एक धनात्मक संख्या के कितने वर्गमूल हो सकते हैं। ये वर्गमूल किस प्रकार से भिन्न हैं?

मुख्य अवधारणाएँ ध्यान देने योग्य

वर्गमूल

शब्द	किसी संख्या n का वर्गमूल एक संख्या m है, जब m को स्वयं से गुणा करने पर n प्राप्त होता है।
संख्याएँ	16 के वर्गमूल 4 और – 4 हैं, क्योंकि $4^2 = 16$ तथा $(-4)^2 = 16$ है।
बीज गणित	यदि $m^2 = n$ है, तब m, n का एक वर्गमूल है।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. किस प्रकार की संख्या का एक शुद्ध (ठीक) वर्गमूल है?
2. किस प्रकार की संख्या का सन्निकट वर्गमूल होता है?
3. किस प्रकार हम एक वर्गमूल, जैसे कि $\sqrt{8}$ का आकलन करने के लिए पूर्ण वर्गों को प्रयोग करते हैं?

- 2 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन 8 पर समाप्त होता है तथा 8 पर समाप्त होने वाली संख्या का घनमूल 2 पर समाप्त होता है।
- 3 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन 7 पर समाप्त होता है तथा 7 पर समाप्त होने वाली संख्या का घनमूल 3 पर समाप्त होता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 7 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: निम्न में से कौन एक विषम संख्या का वर्ग है?

(a) 256 (b) 361 (c) 144 (d) 400

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: निम्न में से किस संख्या में इकाई के स्थान पर 1 होगा?

(a) 19^2 (b) 17^2 (c) 18^2 (d) 16^2

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 3: 18^2 और 19^2 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ स्थित हैं?

(a) 30 (b) 37 (c) 35 (d) 36

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 4: निम्न में से कौन एक पूर्ण वर्ग नहीं है?

(a) 361 (b) 1156 (c) 1128 (d) 1681

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 5: एक पूर्ण वर्ग में इकाई के स्थान पर कभी भी निम्न अंक नहीं हो सकता।

(a) 1 (b) 6 (c) 5 (d) 3

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 6: $\sqrt{176+\sqrt{2401}}$ का मान है–

(a) 14 (b) 15 (c) 16 (d) 17

हल सही उत्तर (b) है।

$\left(\sqrt{176+\sqrt{2401}} = \sqrt{176+49} = \sqrt{225} = 15\right)$

उदाहरण 7: $\sqrt{5625} = 75$ दिया हुआ है। तब $\sqrt{0.5625}+\sqrt{56.25}$ का मान है–

(a) 82.5 (b) 0.75 (c) 8.25 (d) 75.05

हल सही उत्तर (c) है।

(यदि $\sqrt{5625} = 75$, है, तो $\sqrt{0.5625} = 0.75$ और $\sqrt{56.25} = 7.5$ है)

उदाहरण 8 से 14 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 8: 1 और 50 के बीच __________ पूर्ण वर्ग हैं।

हल 6

उदाहरण 9: 100 के घन में __________ शून्य होंगे।

हल 6

उदाहरण 10: 6.1 का वर्ग __________ है।

हल 37.21

1. किसी संख्या का वर्ग करना और वर्गमूल निकालना प्रतिलोम संक्रियाएँ हैं। आप अन्य कौन-सी प्रतिलोम संक्रियाओं के बारे में जानते हैं?
2. जब एक पूर्ण वर्ग के गुणनखंडों को न्यूनतम से अधिकतम के क्रम में लिखा जाता है, तो आप क्या देखते हैं?
3. आप यह क्यों सोचते हैं कि 4, 9, 16, ... जैसी संख्याएँ पूर्ण वर्ग कहलाती हैं।
4. माना कि आप किसी एक पूर्ण वर्ग के सभी गुणनखंडों को लिखते हैं। इनसें से केवल एक ही गुणनखंड उसका वर्गमूल क्यों है तथा अन्य गुणनखंड वर्गमूल क्यों नहीं है?

उदाहरण 11: 0.3 का घन ____________ है।

हल 0.027

जोड़िए

- यहाँ पर यह जानने के लिए कि कोई संख्या वर्ग संख्या है या नहीं, कुछ विधियाँ दी गयी हैं।

  यदि हम किसी संख्या के लिए एक ऐसा विभाजन वाक्य ज्ञात कर सकें कि भागफल, भाजक के बराबर हो, तो वह संख्या एक वर्ग संख्या होती है।

  उदाहरणतया $16 \div 4 = 4$, है अत: 16 एक वर्ग संख्या है

  (16 — भाज्य, 4 — भाजक, 4 — भागफल)

- हम गुणनखंडों का भी प्रयोग कर सकते हैं।

  वर्ग संख्या के गुणनखंड युग्मों में आते हैं।

  आकृति में आयतों की विमाएँ दी गयी हैं:

16 के 5 गुणनखंड हैं : 1, 2, 4, 8, 16

चूँकि यहाँ वर्ग खंडों की संख्या विषम है

अत: एक आयत एक वर्ग होगा और

इस वर्ग की भुजा की लंबाई 4 इकाई है।

हम कहते हैं कि 16 का वर्गमूल 4 है

हम लिखते हैं कि $4 = \sqrt{16}$

यदि किसी संख्या के गुणनखंडों की संख्या विषम है, तो वह वर्ग संख्या है।

> गुणनखंडों की सूची में एक गुणनखंड जो दो बार आता है उसे एक ही बार लिखा जाता है।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. चर्चा कीजिए कि $\sqrt{75}$ के लिए 9.5 एक अच्छा अनुमान है या नहीं?
2. निर्धारित कीजिए कि किन वर्गमूलों के लिए 7.5 एक अच्छा प्रथम अनुमान है।

उदाहरण 12: 68^2 में इकाई के स्थान पर ________ होगा।

हल 4

उदाहरण 13: संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को _________ से निरूपित करते हैं।

हल $\sqrt{x}$

उदाहरण 14: वह न्यूनतम संख्या जिसे 9 से गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो ________है।

हल 3

उदाहरण 15 से 19 में, बताइए कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 15: 0.4 का वर्ग 0.16 है।

हल सत्य

उदाहरण 16: 729 का घनमूल 8 है।

हल असत्य

उदाहरण 17: 10^2 और 11^2 के बीच में 21 प्राकृत संख्याएँ हैं।

हल असत्य

उदाहरण 18: प्रथम 7 विषम संख्याओं का योग 49 है।

हल असत्य

उदाहरण 19: n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग के वर्गमूल में $\frac{n}{2}$ अंक होंगे, यदि n सम है।

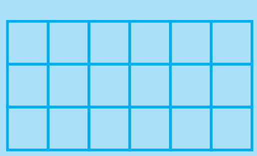
हल सत्य

उदाहरण 20: 36 को उत्तरोतर विषम प्राकृत संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल $1+3+5+7+9+11 = 36$

A rectangle is a quadrilateral with 4 right angles.
A square also has 4 right angles.

A rectangle with base 4 cm and height 1cm is the same as a rectangle with base 1cm and height 4 cm.

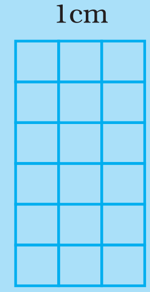


1cm

4cm

These two rectangles are congruent.
Is every square a rectangle?
Is every rectangle a square?

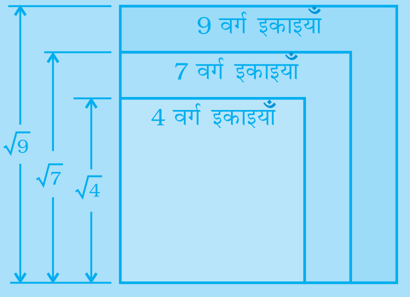
1cm



4cm

किसी एक ग्रिड कागज पर नीचे दिये गये आरेख की प्रति बनाइए।

उसके बाद एक दशमलव स्थान तक $\sqrt{7}$ के मान का आकलन कीजिए।



उदाहरण 21: अभाज्य गुणनखंडन द्वारा जाँच कीजिए कि 90 एक पूर्ण वर्ग है या नहीं।

हल

2	90
3	45
3	15
5	5
	1

90 का अभाज्य गुणनखंडन है–

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

अभाज्य गुणनखंड 2 और 5 युग्मों में नहीं प्रकट हो रहे हैं। अतः 90 एक पूर्ण वर्ग नही हैं।

उदाहरण 22: अभाज्य गुणनखंडन द्वारा जाँच कीजिए कि 1728 एक पूर्ण घन है या नहीं।

हल 1728 का अभाज्य गुणनखंडन है–

$1728 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

क्योंकि सभी अभाज्य गुणनखंडों को तीन-तीन के समूहों में रखा जा सकता है, अतः, 1728 एक पूर्ण घन है।

अनुप्रयोग कीजिए

वर्गाकार टाइलों का प्रयोग कीजिए। 28 वर्ग इकाई क्षेत्रफल लेते हुए, जितने संभव हों सकें, विभिन्न आयत बनाइए। अपने आयतों को ग्रिड कागज पर बनाइए। क्या 28 एक पूर्ण वर्ग है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

इकाई –3

उदाहरण 23: वितरण नियम का प्रयोग करते हुए 43 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल $43 = 40 + 3$

अत: $43^2 = (40 + 3)^2 = (40 + 3)\ (40 + 3) = 40\ (40 + 3) + 3(40 + 3)$

$= 40 \times 40 + 40 \times 3 + 3 \times 40 + 3 \times 3$

$= 1600 + 240 + 9$

$= 1849$

अत: $43^2 = 1849$

उदाहरण 24: एक पाइथागोरियन त्रिक लिखिए, जिसकी सबसे छोटी संख्या 6 है।

हल सबसे छोटी संख्या 6 है।

$2m = 6$ या $m = 3$

$m^2 + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

$m^2 - 1 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

अत:, पाइथागोरियन त्रिक (6, 8, 10) है।

जोड़िए

$\sqrt{20}$ के मान को आकलित करने की एक विधि दी गयी है:

- 20 के निकटतम लेकिन 20 से अधिक, 25 एक वर्ग संख्या है।

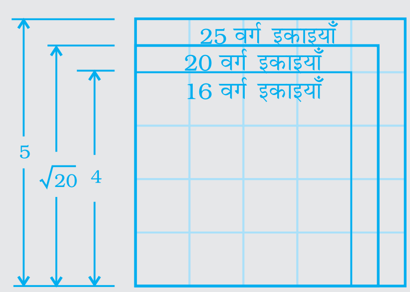
  ग्रिड कागज पर एक वर्ग खींचिए जिसका क्षेत्रफल 25 है।

  इसकी भुजा की लंबाई : $\sqrt{25} = 5$

- 20 के निकटतम परंतु 20 से कम, 16 एक वर्ग संख्या है।

  क्षेत्रफल 16 का एक वर्ग खींचिए।

  इसकी भुजा की लंबाई : $\sqrt{16} = 4$



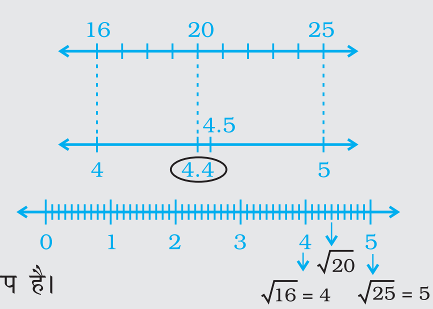
वर्गों को इस प्रकार खींचिए ताकि, वे एक-दूसरे के ऊपर हों।

क्षेत्रफल 20 वाला वर्ग इन दोनों वर्गों के बीच में स्थित है।

इसकी भुजा की लंबाई $\sqrt{20}$ है।

20 संख्या 16 और 25 के बीच में स्थित है परंतु, 16 के अधिक निकट है।

अत:, $\sqrt{20}$, $\sqrt{16}$ और $\sqrt{25}$ के बीच में है, परंतु $\sqrt{16}$ के अधिक समीप है।



अत:, $\sqrt{20}$, 4 और 5 के बीच में है, तथा 4 के अधिक समीप है।

$\sqrt{20}$ का एक दशमलव स्थान तक आंकलन 4.4 है

12/04/18

समस्या हल करने की युक्ति

कोई दंपत्ति एक वर्गाकार खिड़की लगवाना चाहता है, जिसका क्षेत्रफल 500 वर्ग cm है। खिड़की की प्रत्येक भुजा की लंबाई तथा आवश्यक फ्रेम का परिमाप cm के निकटतम दशांश तक ज्ञात कीजिए।

समस्या को समझिए

पहले भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। फिर आप भुजा की इस लंबाई का प्रयोग करते हुए, फ्रेम का परिमाप ज्ञात कर सकते हैं।

एक योजना बनाइए

भुजा की लंबाई (cm में) वह संख्या है, जिसका स्वयं से गुणा करने पर 500 प्राप्त होता है इस संख्या को निकटतम दशांश तक ज्ञात कीजिए।

अनुमान लगाइए और $\sqrt{500}$ ज्ञात करने के लिए इसकी जाँच कीजिए।

हल कीजिए

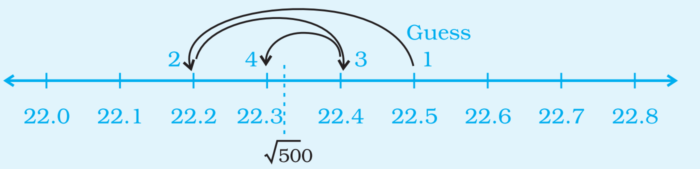
क्योंकि 500, 22^2 (484) और 23^2 (529) के बीच में स्थित है, इसलिए 500 का वर्गमूल 22 और 23 के बीच में होगा।

यह वर्गमूल 22.3 और 22.4 के बीच में है। निकटतम दशांश तक सन्निकटित करने के लिए 22.35 पर विचार कीजिए।

अनुमान 22.5	अनुमान 22.2	अनुमान 22.4	अनुमान 22.3
22.5^2 506.25	$22.2^2 = 492.84$	$22.4^2 = 501.76$	$22.3^2 = 497.29$
अधिक	कम	अधिक	कम
वर्गमूल 22 और 22.5 के बीच में है	वर्गमूल 22.2 और 22.5 के बीच में है	वर्गमूल 22.2 और 22.4 के बीच में है	वर्गमूल 22.3 और 22.4 के बीच में है

$22.35^2 = 499.5225$ कम

वर्गमूल को 22.35 से अधिक होना चाहिए। अतः आप इसे ऊपर की ओर सन्निकटित कीजिए।



इस प्रकार निकटतम दशांश तक $\sqrt{500}$ लगभग 22.4 है।

अब खिड़की की चारों ओर की लंबाई का आकलन कीजिए। खिड़की की एक भुजा की लंबाई (निकटतम दशांश तक) 22.4 है,

अतः, फ्रेम का परिमाप $4 \times 22.4 = 89.6$ *(Perimeter = 4 × dm)* है।

मुड़ कर देखिए

लंबाई 90cm को 4 से भाग देने पर 22.5 cm प्राप्त होता है। 22.5cm वाली भुजा के वर्ग का क्षेत्रफल 506 वर्ग cm है, जो 500 वर्ग cm के निकट है। इस प्रकार उत्तर उचित है।

12/04/18

उदाहरण 25: अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, 5832 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल 5832 का अभाज्य गुणनखंडन है–

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$5832 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

अत:, $\sqrt[3]{5832} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3\times3\times3\times3}$

$= 2 \times 3 \times 3$

$= 18$

आगे बढ़ें

a) प्रत्येक पालिनड्रोमिक संख्या का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।
(एक पालिनड्रोमिक संख्या वह संख्या है जिसे आगे तथा पीछे से पढ़ने पर एक ही पढ़ा जाए)

(i) $\sqrt{121} = 11$

(ii) $\sqrt{12321} = 111$

(iii) $\sqrt{1234321} = 1111$

(iv) $\sqrt{123454321} = 1111$

b) उपरोक्त पैटर्न को जारी रखिए।
इस पैटर्न में अगली चार पालिनड्रोमिक संख्याएँ तथा उनके वर्गमूल लिखिए।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. क्या 1 वर्ग संख्या है। आप कैसे बता सकते हैं?
2. मान लीजिए कि आपको एक वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात है। आप इसका परिमाप कैसे ज्ञात कर सकते हैं?
3. माना कि आपको एक वर्ग का परिमाप ज्ञात है। आप इसका क्षेत्रफल कैसे ज्ञात कर सकते हैं?

12/04/18

उदाहरण 26: लंबी विभाजन विधि द्वारा 22.09 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल

$$\begin{array}{r|l} & \;\;4.7 \\ \hline 4 & \;22.09 \\ & \;16 \\ \hline 87 & \;\;609 \\ & \;\;609 \\ \hline & \;\;\;\;0 \end{array}$$

अतः, $\sqrt{22.09} = 4.7$

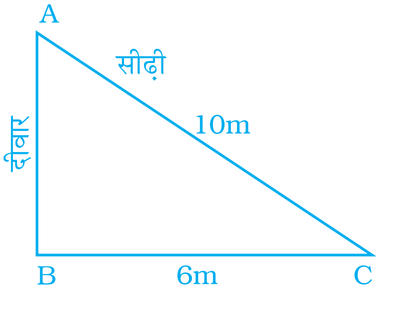
उदाहरण 27: वह न्यूनतम पूर्ण वर्ग ज्ञात कीजिए, जो 3, 4, 5 और 6, से विभाज्य है।

हल 3, 4, 5 और 6 से विभाज्य न्यूनतम संख्या इनका LCM है। 3, 4, 5 और 6 का LCM = 60 है। अब, $60 = 2 \times 2 \times 5 \times 3$ है।

हम देखते हैं कि यहाँ अभाज्य गुणनखंड 5 और 3 युग्मों में नहीं है। अतः, 60 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। अतः, 60 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए, हमें इसे $5 \times 3 = 15$ से गुणा करना चाहिए।

अतः, वांछित न्यूनतम पूर्ण वर्ग = $60 \times 15 = 900$ है।

उदाहरण 28: 10 m लंबी एक सीढ़ी एक दीवार के सहारे टिकी हुई है। यदि सीढ़ी का निचला सिरा दीवार से 6 m दूर है तथा सीढ़ी ठीक दीवार के ऊपरी सिरे तक पहुँचती है, तो दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



हल मान लीजिए कि AC सीढ़ी है।

अतः, AC = 10 m है।

मान लीजिए कि सीढ़ी के निचले सिरे की दीवार से दूरी BC है।

अतः, BC = 6 m है।

ΔABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसका कोण B समकोण है।

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$10^2 = AB^2 + 6^2$$

या $$AB^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

या $$AB = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

अतः, दीवार की ऊँचाई 8 m है।

उदाहरण 29: विमाओं $20\,m \times 15\,m$ वाले आयत के विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल पाइथागोरस प्रमेय के प्रयोग से हमें प्राप्त होता है–

आयत के विकर्ण की लंबाई

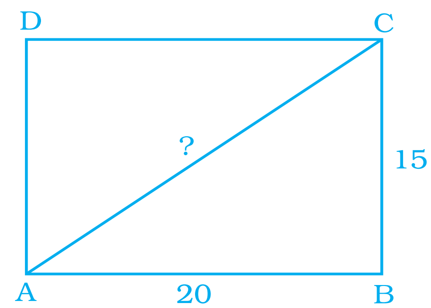
$= \sqrt{(l^2 + b^2)}$ इकाई

$= \sqrt{(20^2 + 15^2)}$ m

$= \sqrt{400 + 225}$ m

$= \sqrt{625}$ m

= 25 m



अत:, विकर्ण की लंबाई 25 m है।

जाँच कीजिए

अपने एक साथी के साथ मिलकर जाँच करें:
आपको ग्रिड कागज तथा 20 वर्गाकार टाइल्स की आवश्यकता होगी।
इन टाइलों का प्रयोग करते हुए आप जितने भिन्न-भिन्न आयत बना सकते हों, बनाइए जिनके क्षेत्रफल हैं:

4 वर्ग इकाई	12 वर्ग इकाई
6 वर्ग इकाई	16 वर्ग इकाई
8 वर्ग इकाई	20 वर्ग इकाई
9 वर्ग इकाई	

ग्रिड कागज पर आयतें खींचिए।
- उपर्युक्त क्षेत्रफलों में से कितनों के लिए आप एक वर्ग बना सके?
- आपके द्वारा बनाये गये वर्ग की लंबाई क्या है?
- वर्ग की भुजा की लंबाई क्षेत्रफल से किस प्रकार संबंधित है?

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

कक्षा के विद्यार्थियों के किसी अन्य युग्मों की युक्तियों तथा परिणामों से अपनी युक्तियों तथा परिणामों की तुलना कीजिए।

20 वर्ग इकाई से अधिक दो क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिनके लिए आप टाइलों का प्रयोग करके एक वर्ग बना सकते हों।

आप यह कैसे जानते हैं कि आप इन क्षेत्रफलों में से प्रत्येक के लिए एक वर्ग बना पांएगे।

12/04/18

उदाहरण 30: एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल जिसकी लंबाई उसकी चौड़ाई की दोगुनी है, 2450 m^2 है। इस खेत का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि खेत की चौड़ाई x m है। तब उसकी लंबाई $2x$ m है।

अत:, आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$$= (2x)(x) = (2x^2)\ m^2$$

यह क्षेत्रफल 2450 m^2 दिया है।

अत:, $$2x^2 = 2450$$

$$x^2 = \frac{2450}{2}$$

$$x = \sqrt{1225} \text{ या } x = 35\ m^2$$

अर्थात्, खेत की चौड़ाई = 35 m है। इसलिए,

इसकी लंबाई 35 × 2 m = 70 m है।

अत:, खेत का परिमाप = 2 $(l + b)$

$$= 2(70+35)m = 2×105m = 210m$$

उदाहरण 31: एक व्यापक ड्रिल अभ्यास के लिए विभिन्न स्कूलों के 6250 विद्यार्थियों को पंक्तियों में इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी रहें, जितनी कि पंक्तियों की संख्या है। ऐसा करने पर प्रशिक्षक यह पाता है कि 9 विद्यार्थी शेष रह जाते हैं। उस वर्ग की प्रत्येक पंक्ति में विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल विद्यार्थियों की कुल संख्या = 6250

वर्ग बनाने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 6250 – 9

= 6241

अत:, 6241 विद्यार्थी एक बड़ा वर्ग बनाते हैं, जिसकी प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी हैं जितनी कुल पंक्तियाँ हैं।

मान लीजिए कि प्रत्येक पंक्ति में x विद्यार्थी हैं। अत:, पंक्तियों की संख्या = x है।

अत:, $$x \times x = 6241$$

या $$x = \sqrt{6241} = 79$$

अत:, बनाये गये वर्ग की प्रत्येक पंक्ति में 79 विद्यार्थी हैं।

उदाहरण 32: वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिसे 1500 में जोड़ने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो। साथ ही, इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल

	38
3	1500
	9
68	600
	544
	56

हम देखते हैं कि $38^2 < 1500 < 39^2$

अत:, जोड़ी जाने वाली संख्या $= 39^2 - 1500$

$= 1521 - 1500$

$= 21$

अत:, पूर्ण वर्ग 1500 + 21 = 1521 है।

साथ ही, $\sqrt{1521} = 39$ है।

अत:, वाँछित संख्या 21 है तथा वाँछित वर्गमूल 39 है।

सुनामी, जिन्हें कभी-कभी ज्वार भाटा भी कहते हैं, गहरे महासागरों में तीव्र गति से चलते हैं जिनसे पानी की सतह पर कुछ लहरें बनती हैं। जब ये सुनामी छिछले पानी से टकराती हैं तब उनकी ऊर्जा ऊपर की ओर बढ़कर एक भंयकर विनाशकारी बल के रूप में बदल जाती हैं।

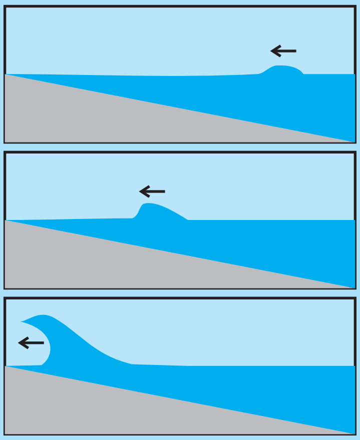
सुनामी भूकंपों, ज्वालामुखियों, भूस्खलनों या उल्कापातों के कारण बन सकती हैं।

1. सुनामी की गति, मीटर प्रति सेकेंड, सूत्र $r = \sqrt{9.7344d}$, जहाँ d पानी की गहराई मीटर में है, से प्राप्त की जा सकती है। माना कि पानी की गहराई 6400 मीटर है। सुनामी यहाँ पर किस तीव्र गति में चल रही है?

2. सुनामी की गति, किलोमीटर प्रति घंटा, सूत्र $r = \sqrt{4.4944d}$ जहाँ d, पानी की गहराई मीटर में हैं, से प्राप्त की जा सकती है। माना कि पानी की गहराई 8100 मीटर है।

   a) सुनामी किलोमीटर प्रति घंटा किस गति से चल रही है?

   b) यदि पानी की गहराई लगातार 3000 किलोमीटर है तो सुनामी को 3000 किलोमीटर चलने में कितना समय लगेगा?



जैसे – जैसे लहरें सागर तट की ओर बढ़ती हैं, इनकी गति कम होती जाती है, ऊँचाई बढ़ती जाती है और वे तट पर जोर से टकराती हैं।

12/04/18

उदाहरण 33: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

- वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1620 को भाग देने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

- प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है? – एक संख्या जो पूर्ण वर्ग नहीं है।
- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं? – ऐसी न्यूनतम संख्या जिससे 1620 को भाग देने पर, एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप अभाज्य गुणनखंडन पहले से ही पढ़ चुके हैं। इसका प्रयोग करते हुए, 1620 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखिए।
- अभाज्य गुणनखंडों के युग्म बनाइए और देखिए कि क्या कोई गुणनखंड बिना युग्मित हुए रह गया है।
- यही गुणनखंड, जो युग्मित नहीं हुआ है, ही वाँछित न्यूनतम संख्या है, जिससे 1620 को भाग देने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त होगा।

हल कीजिए

1620 का अभाज्य गुणनखंडन है–

2	1620
2	810
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

अतः, अभाज्य गुणनखंडों का गुणनफल $= 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

इनके युग्म बनाने पर $= \mathbf{2 \times 2} \times 5 \times \mathbf{3 \times 3} \times \mathbf{3 \times 3}$

अतः, 5 बिना युग्मित हुए रह जाता है।

अतः, वाँछित न्यूनतम संख्या = 5 है।

पुनर्निरीक्षण

1620 को 5 से भाग दीजिए और जाँच कीजिए कि यह एक पूर्ण वर्ग है।

$1620 \div 5 = 324$

हम देखते हैं कि 324 एक पूर्ण वर्ग है। अतः, हमारा उत्तर सही है।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

- प्राप्त पूर्ण वर्ग का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।
- क्या आप एक न्यूनतम संख्या ज्ञात कर सकते हैं जिससे 1620 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो?
- इस प्राप्त पूर्ण वर्ग का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 24 में, चार विकल्प दिये हैं, जिसमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. 196 निम्न का वर्ग है–

(a) 11 (b) 12 (c) 14 (d) 16

2. निम्न में से कौन एक सम संख्या का वर्ग है?

(a) 144 (b) 169 (c) 441 (d) 625

3. अंक 9 पर समाप्त होने वाली संख्या के वर्ग के इकाई का अंक होगा–

(a) 3 (b) 9 (c) 1 (d) 6

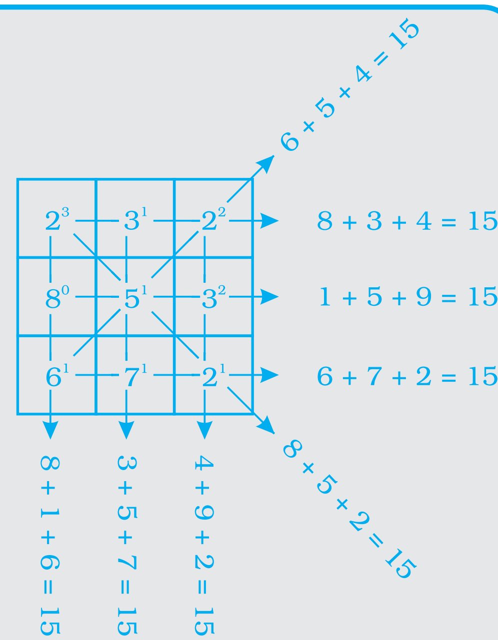
मैजिक वर्ग

मैजिक वर्ग, वह वर्ग है जिसमें संख्याओं को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ तथा विकर्ण की संख्याओं का योग समान रहे।

नीचे दिये गये प्रत्येक मैजिक वर्ग को पूरा कीजिए:

$\sqrt{36}$		2^2
8^0	$\sqrt{9}$	
	$3^2 - 2$	

	$-(\sqrt{4} + 4)$	$-(9^2)$
$-(\sqrt{16})$		0^3
$-(\sqrt{9})$	$2^0 + 1$	



एक ऐसा मैजिक वर्ग बनाने के लिए जिसमें प्रत्येक पंक्ति, स्तंभ व विकर्ण की संख्याओं का योग शून्य हो, संख्याओं – 4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 तथा 4 का प्रयोग कीजिए।

12/04/18

4. निम्न में से किस में इकाई के स्थान पर 4 होगा?

(a) 14^2 (b) 62^2 (c) 27^2 (d) 35^2

5. 5^2 और 6^2 के बीच में कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं?

(a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

6. निम्न में से कौन एक पूर्ण वर्ग नहीं हो सकता?

(a) 841 (b) 529

(c) 198 (d) उपरोक्त में से सभी

7. 23 के घन में इकाई का अंक है–

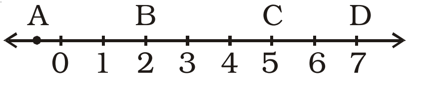
(a) 6 (b) 7 (c) 3 (d) 9

8. एक वर्गाकार बोर्ड का क्षेत्रफल 144 वर्ग इकाई है। इस बोर्ड की प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या है?

(a) 11 इकाई (b) 12 इकाई (c) 13 इकाई (d) 14 इकाई

9. कौन-सा अक्षर नीचे दी हुई संख्या रेखा पर $\sqrt{25}$ को सबसे अच्छी प्रकार से निरूपित करता है?

(a) A (b) B (c) C (d) D



10. यदि एक पाइथागोरियन त्रिक का एक सदस्य $2m$ है, तो उसके अन्य दो सदस्य हैं–

(a) m, m^2+1

(b) m^2+1, m^2-1

(c) m^2, m^2-1

(d) $m^2, m+1$

11. उत्तरोत्तर विषम संख्याओं 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 और 15 का योग है

(a) 81 (b) 64 (c) 49 (d) 36

12. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग है–

(a) $2n+1$ (b) n^2 (c) n^2-1 (d) n^2+1

13. निम्न में से कौन-सी संख्या एक पूर्ण घन है?

(a) 243 (b) 216 (c) 392 (d) 8640

14. एक $3x$ और $4x$ भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज का कर्ण है–

(a) $5x$ (b) $7x$ (c) $16x$ (d) $25x$

12/04/18

15. संख्या पैटर्न 1, 4, 9, 16, 25 .... में अगली दो संख्याएँ हैं–

(a) 35, 48 (b) 36, 49 (c) 36, 48 (d) 35,49

16. 43^2, 67^2 , 52^2 और 59^2 में से कौन अंक 1 पर समाप्त होता है?

(a) 43^2 (b) 67^2 (c) 52^2 (d) 59^2

17. एक पूर्ण वर्ग में इकाई का अंक निम्न कभी नहीं हो सकता–

(a) 1 (b) 8 (c) 0 (d) 6

18. निम्न में से कौन-सी संख्या एक पूर्ण घन नहीं है?

(a) 216 (b) 567 (c) 125 (d) 343

19. $\sqrt[3]{1000}$ बराबर है–

(a) 10 (b) 100 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं

20. यदि m किसी प्राकृत संख्या n का वर्ग है, तो n है–

(a) m का वर्ग

(b) m से बड़ा

(c) m के बराबर

(d) $\sqrt{m}$

21. n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग, जहाँ n एक सम संख्या है, के वर्गमूल में होंगे–

(a) $n+1$ अंक (b) $\frac{n}{2}$ अंक (c) $\frac{n}{3}$ अंक (d) $\frac{n+1}{2}$ अंक

22. यदि m, n का घनमूल है, तो n बराबर है–

(a) m^3 (b) $\sqrt{m}$ (c) $\frac{m}{3}$ (d) $\sqrt[3]{m}$

23. $\sqrt{248+\sqrt{52+\sqrt{144}}}$ का मान है–

(a) 14 (b) 12 (c) 16 (d) 13

24. $\sqrt{4096} = 64$ दिया है। तब, $\sqrt{4096}+\sqrt{40.96}$ का मान है–

(a) 74 (b) 60.4 (c) 64.4 (d) 70.4

प्रश्न 25 से 48 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

25. 1 और 100 के बीच में ________ पूर्ण वर्ग हैं।

26. 1 और 1000 के बीच में ________ पूर्ण घन हैं।

27. 1294 के वर्ग में इकाई का अंक ________ है।

28. 500 के वर्ग में ________ शून्य होंगे।

29. किसी प्राकृत संख्या n के लिए n^2 और $(n + 1)^2$ के बीच में प्राकृत संख्याएँ ________ हैं।

30. 24025 के वर्गमूल में ________ अंक होंगे।

31. 5.5 का वर्ग ________ है।

32. 5.3×5.3 का वर्गमूल ________ है।

33. 100 के घन में ________ शून्य होंगे।

34. 1 m^2 = ________ cm^2 है।

35. 1m^3 = ________ cm^3 है।

36. 38 के घन में इकाई का अंक ________ है।

37. 0.7 का वर्ग ________ है।

38. प्रथम 6 विषम प्राकृत संख्याओं का योग ________ है।

39. 57^2 की इकाई का अंक ________ है।

40. उस समकोण त्रिभुज की पूर्णांकीय लंबाईयों वाली भुजाएँ, जिनका कर्ण 17cm है, ________ और ________ हैं।

41. $\sqrt{1.96}$ = ________ है।

42. $(1.2)^3$ = ________ है।

43. एक विषम संख्या का घन सदैव एक ________ संख्या होता है।

44. संख्या x के घनमूल को ________ से निरूपित किया जाता है।

45. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 125 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो, ________ है।

46. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 72 को गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो, ________ है।

47. वह न्यूनतम संख्या, जिससे 72 को भाग देने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो, ________ है।

48. 7 पर समाप्त होने वाली संख्या का घन ________ पर समाप्त होगा।

प्रश्न 49 से 86 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

49. 86 के वर्ग में इकाई के स्थान पर 6 होगा।

50. दो पूर्ण वर्गों का योग एक पूर्ण वर्ग होता है।

51. दो पूर्ण वर्गों का गुणनफल एक पूर्ण वर्ग होता है।

52. 50 और 60 के बीच में कोई पूर्ण वर्ग नहीं है।

53. 1521 का वर्गमूल 31 है।

54. किसी संख्या के घन में, प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड तीन बार प्रकट होता है।

55. 2.8 का वर्ग 78.4 है।

56. 0.4 का घन 0.064 है।

57. 0.9 का वर्गमूल 0.3 है।

58. प्रत्येक प्राकृत संख्या का वर्ग सदैव उस संख्या से बड़ा होता है।

59. 8000 का घनमूल 200 है।

60. 1 और 100 के बीच में पाँच पूर्ण घन हैं।

61. 100^2 और 101^2 के बीच में 200 प्राकृत संख्याएँ हैं।

62. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 है।

63. 1000 एक पूर्ण वर्ग है।

64. एक पूर्ण वर्ग का इकाई का अंक 8 हो सकता है।

65. प्रत्येक प्राकृत संख्या m के लिए $(2m-1, 2m^2-2m, 2m^2 - 2m + 1)$ एक पाइथागोरियन त्रिक है।

66. एक पाइथागोरियन त्रिक की सभी संख्याएँ विषम प्राकृत संख्याएँ हैं।

67. किसी पूर्णांक a के लिए, a^3 सदैव a^2 से बड़ा होता है।

68. यदि x और y ऐसे पूर्णांक हैं कि $x^2 > y^2$ है, तो $x^3 > y^3$ होगा।

69. मान लीजिए कि x और y प्राकृत संख्याएँ हैं। यदि y, x से विभाज्य है, तो y^3, x^3 से विभाज्य होगा।

70. यदि a^2 अंक 5 पर समाप्त होता है, तो a^3, 25 पर समाप्त होगा।

71. यदि a^2 अंक 9 पर समाप्त होता है, तो a^3, 7 पर समाप्त होगा।

72. n अंकों वाले एक पूर्ण वर्ग के वर्गमूल में $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ अंक होंगे, यदि n विषम है।

73. संख्या x के घनात्मक वर्गमूल को $\sqrt{x}$ से निरूपित करते हैं।

क्या त्रुटि है? एक विद्यार्थी ने कहा कि किसी संख्या का वर्गमूल 1.5 तथा –1.5 है, अत: यह संख्या इन दोनों का गुणनफल –2.25 होना चाहिए। इस विद्यार्थी ने क्या त्रुटि की है?

74. इकाई के अंक 7 वाली संख्या के वर्ग का इकाई का अंक 3 होगा।

75. इकाई के अंक 7 वाली संख्या के घन के इकाई का अंक 3 होगा।

76. एक अंकों की संख्या का घन दो अंकों की संख्या नहीं हो सकता।

77. एक सम संख्या का घन एक विषम संख्या होता है।

78. एक विषम संख्या का घन एक सम संख्या होता है।

79. एक सम संख्या का घन एक सम संख्या होता है।

80. एक विषम संख्या का घन एक विषम संख्या होता है।

81. 999 एक पूर्ण घन है।

82. 363×81 एक पूर्ण घन है।

83. 8 के घनमूल +2 और –2 है।

84. $\sqrt[3]{8+27} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}$ है।

85. एक ऋणात्मक पूर्णांक का कोई घनमूल नहीं होता है।

86. किसी संख्या का वर्ग घनात्मक है, अत: उस संख्या का घन भी घनात्मक होगा।

निम्न प्रश्नों को हल कीजिए-

87. प्रथम पाँच वर्ग संख्याएँ लिखिए।

88. 3 के प्रथम तीन गुणजों के घन लिखिए।

89. दर्शाइए कि 500 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।

90. 81 को प्रथम 9 विषम प्राकृत संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।

91. अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए कि निम्न में से कौन पूर्ण वर्ग है-

(a) 484 (b) 11250 (c) 841 (d) 729

92. अभाज्य गुणनखंडन का प्रयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए कि निम्न में से कौन पूर्ण घन है-

(a) 128 (b) 343 (c) 729 (d) 1331

93. वितरण नियम का प्रयोग करते हुए, निम्न के वर्ग ज्ञात कीजिए-

(a) 101 (b) 72

94. क्या 6 cm, 10 cm और 8 cm किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ हो सकती हैं? कारण दीजिए।

12/04/18

95. वह पाइथागोरियन त्रिक लिखिए जिसकी एक संख्या 4 है।

96. अभाज्य गुणनखंडन द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 11025 (b) 4761

97. अभाज्य गुणनखंडन द्वारा, निम्न के घनमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 512 (b) 2197

98. क्या 176 एक पूर्ण वर्ग है? यदि नहीं, तो वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिससे 176 को गुणा करने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

99. क्या 9720 एक पूर्ण घन है? यदि नहीं, तो वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिससे 9720 को भाग देने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो।

100. दो पाइथागोरियन त्रिक लिखिए, जिनमें से प्रत्येक में एक संख्या 5 हो।

101. 216 को किस न्यूनतम संख्या से भाग दिया जाए कि प्राप्त भागफल एक पूर्ण वर्ग हो? इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

102. 3000 को किस न्यूनतम संख्या से गुणा किया जाए कि प्राप्त गुणनफल एक पूर्ण घन हो? इस पूर्ण घन का घनमूल भी ज्ञात कीजिए।

103. लंबी विभाजन विधि द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 1369 (b) 5625

104. लंबी विभाजन विधि द्वारा, निम्न के वर्गमूल ज्ञात कीजिए–

(a) 27.04 (b) 1.44

105. एक पूर्ण वर्ग प्राप्त करने के लिए, 1385 में से किस न्यूनतम संख्या को घटाया जाना चाहिए? इस पूर्ण वर्ग का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

106. 6200 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए, इसमें किस न्यूनतम संख्या को जोड़ना चाहिए?

107. चार अंकों की ऐसी न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, जो एक पूर्ण वर्ग है।

108. तीन अंकों की ऐसी अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए, जो एक पूर्ण वर्ग है।

109. वह न्यूनतम वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए, जो 3, 4, 5, 6 और 8 से विभाज्य है।

110. उस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके विकर्ण की लंबाई 10 सेमी है।

111. एक दशमलव संख्या को स्वयं से गुणा किया जाता है। यदि गुणनफल 51.84 है, तो वह संख्या ज्ञात कीजिए।

112. एक दशमलव संख्या ज्ञात कीजिए जिसको स्वयं से गुणा करने पर 84.64 प्राप्त होता है।

113. एक किसान 150 मी भुजा वाले अपने वर्गाकार खेत की जुताई करना चाहता है। उसे कितने क्षेत्रफल में जुताई करवानी होगी?

114. एक वर्गाकार आलेख कागज की प्रत्येक भुजा पर कितनी इकाइयाँ होंगी, यदि इसमें इकाई वर्गों की कुल संख्या 256 हैं?

115. यदि एक घन की एक भुजा की लंबाई 15 मी है, तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

116. एक आयताकार खेत की भुजाएँ 80 मी और 18 मी हैं। इसके विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

117. एक वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि इसका परिमाप 96 मी है।

118. एक घन की प्रत्येक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए, यदि उसका आयतन 512 सेमी^{3} है।

119. तीन संख्याएँ 1: 2: 3 के अनुपात में हैं तथा इनके घनों का योग 4500 है। ये संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

120. भुजा 6.5 मी वाले एक वर्गाकार कमरे में कालीन बिछाने के लिए, कितने वर्गमीटर कालीन की आवश्यकता होगी?

121. उस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 6.4 मी और 2.5 मी भुजाओं वाले एक आयत के क्षेत्रफल के बराबर है।

122. दो पूर्ण घनों का अंतर 189 है। यदि इनमें से छोटी संख्या का घनमूल 3 है, तो बड़ी संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए।

123. यदि 1024 पौधों को इस प्रकार लगाया जाता है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही पौधे हों, जितनी पंक्तियाँ हैं, तो प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

124. एक हॉल में 2704 सीटें हैं। यदि पंक्तियों की संख्या उतनी है जितनी कि एक पंक्ति में सीटें हैं, तो प्रत्येक पंक्ति में सीटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

125. एक जनरल अपने 7500 सैनिकों को एक बड़े से बड़े वर्ग के रूप में खड़ा करना चाहता है। उन्हें खड़ा करने के बाद, उसे पता लगता है कि कुछ सैनिक शेष रह गये हैं। कितने सैनिक शेष रह गये हैं?

126. किसी व्याख्यान कक्ष में, 8649 विद्यार्थी इस प्रकार बैठे हुए थे कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही विद्यार्थी थे, जितनी कि कुल पंक्तियाँ थीं। उस व्याख्यान कक्ष की प्रत्येक पंक्ति में कितने विद्यार्थी थे?

127. राहुल अपने घर से उत्तर की ओर 12 m चलता है और फिर मुड़कर पश्चिम की ओर 35 m चलता है, ताकि वह अपने मित्र के घर पहुँच जाये। लौटते समय वह अपने मित्र के घर से अपने घर तक विकर्णत: चल कर पहुँचता है। लौटते समय उसने कितनी दूरी तय की?

128. 5.5 मी लंबी एक सीढ़ी एक दीवार के सहारे टिकी हुई है। यह सीढ़ी दीवार की 4.4 मी ऊँचाई तक पहुँचती है। सीढ़ी के निचले सिरे की दीवार से दूरी तय कीजिए।

129. एक राजा अपने राज्य के एक चतुर व्यक्ति और सलाहकार को पुरस्कार देना चाहता है। उसने उस चतुर व्यक्ति से पुरस्कार स्वयं ही तय करने को कहा। उस चतुर व्यक्ति ने राजा को धन्यवाद देकर कहा कि वह एक मास तक प्रतिदिन केवल कुछ सोने के सिक्के माँगेगा। सिक्कों को इस पैटर्न पर दिया जाता है- पहले दिन एक सिक्का, दूसरे दिन 3 सिक्के, तीसरे दिन 5 सिक्के इत्यादि 30 दिन तक। बिना परिकलन किये, ज्ञात करें कि उस सलाहकार को उस मास में कितने सिक्के प्राप्त होंगे।

130. 2 : 3 : 5 के अनुपात में ऐसी तीन संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनके वर्गों का योग 608 है।

131. 8, 9 और 10 से विभाज्य न्यूनतम वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए।

132. एक वर्गाकार प्लॉट का क्षेत्रफल $101\frac{1}{400}$ m^2 है। इस प्लॉट की एक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

133. बार-बार व्यवकलन की विधि से 324 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

134. तीन संख्याएँ 2: 3: 4 के अनुपात में हैं। इनके घनों का योग 0.334125 है। ये संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

मान निकालिए-

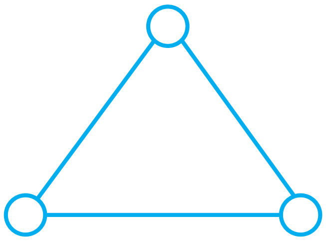
135. $\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{0.008}+\sqrt[3]{0.064}$

136. $\left\{\left(5^2+\left(12^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right\}^3$

137. $\left\{\left(6^2+\left(8^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right\}^3$

138. एक पूर्ण वर्ग संख्या में 4 अंक हैं, जिसमें से कोई भी शून्य नहीं है। इसके अंक बाएँ से दाएँ इस प्रकार के मानों वाले हैं- सम, सम, विषम, सम। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

139. नीचे आकृति में, प्रत्येक वृत में ऐसी संख्याएँ लिखिए कि जब आप प्रत्येक रेखा की संख्याओं को जोड़ें, तो योग सदैव एक पूर्ण वर्ग हो।



140. दो वर्गों के परिमाप 40 मीटर और 96 मीटर हैं। उस वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

141. तीन अंकों वाली एक पूर्ण वर्ग संख्या इस प्रकार है कि यदि इन्हें उल्टा देखा जाए, तो भी वह पूर्ण वर्ग संख्या होगी। वह संख्या क्या है?

(संकेत– 1, 0 और 8 उल्टा देखने पर वही दिखायी देती हैं। 6 और 9 को उल्टा देखने पर 6 बन जाता है 9 और 9 बन जाता है 6)।

142. 13 और 31 ऐसी अदभुत संख्याओं के युग्म हैं कि वे और इनके वर्ग 169 और 961 एक दूसरे के अंक पलटने से प्राप्त होते हैं। क्या आप ऐसी संख्याओं के अन्य युग्म ज्ञात कर सकते हैं?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. तुरंत तरकीब

12/04/18

वास्तविक गुणन से जाँच कीजिए कि 45 का वर्ग 2025 है।
हाँ, ऐसा ही है। गीता तुम जीनियस हो।
मित्रों! आप यही तरकीब 5 पर समाप्त होने वाली किसी भी दो अंकों की संख्या का वर्ग ज्ञात करने में कर सकते हो।
आप सभी निश्चय ही इसे पसंद करेंगे। अब आप 25, 75 या 95 का वर्ग ज्ञात कर सकते हैं।
गीता, क्या हम इसे 5 पर समाप्त होने वाली किसी 3 अंकों की संख्या पर भी लागू कर सकते हैं?
मैं सोचती हूँ, हम ऐसा कर सकते हैं, यदि हम दहाई और सैकड़े के अंकों को एक साथ लें।
आइए इसे 225 पर लगा कर देखें।
मैं सोचती हूँ, हम ऐसा कर सकते हैं, यदि हम दहाई और सैकड़े के अंकों को एक साथ लें।
22 का परवर्ती 23 है और 22 × 23 = 506
अब 5 के वर्ग के आगे इस संख्या को लगाइए।
अतः, वाँछित संख्या 50625 प्राप्त है।

12/04/18

शाबाश इसकी वास्तविक गुणन से जाँच करो।
वर्ग सही है।
मित्रों! आप इस तरकीब को 425 या 705 या 5 पर समाप्त होने वाली किसी भी तीन अंकों की संख्या पर लागू कर सकते हैं। आप निश्चय ही इसका आनंद लेंगे
गीता, अब मैं तुम्हें एक अन्य तरकीब सिखाती हूँ
अवश्य
इस तरकीब से आप किसी भी 4, 5 या 6 अंकों वाले एक पूर्ण घन का मौखिक रूप से घनमूल ज्ञात कर सकते हैं।
ठीक है! परंतु हमें करना क्या होगा?
4, 5 या 6 अंकों का एक पूर्ण घन लीजिए।
91125
दायीं ओर से प्रारंभ करके 3 अंकों के बाद एक अर्धविराम लगाइए
91, 125
इसके इकाई के स्थान पर अंक देखिए और इसके घन की इकाई का अंक ज्ञात कीजिए।

इकाई का अंक 5 है और इसके घन के इकाई का अंक भी 5 है।
शाबाश यही संख्या घनमूल का इकाई का अंक है। अब, अर्धविराम से पहले की संख्या को देखिए
91
सोचिए कि किस संख्या का घन इससे कम होगा
4 का घन 64 है, जो 91 से कम है
बिलकुल सही, यही घनमूल की दहाई का अंक है।
अत:, इसका अर्थ हुआ कि घनमूल 45 है।
आप ठीक कहती हो
आश्चर्यपूर्ण
मित्रों, आप 13824, 2197, 50653 या 4, 5 या 6 अंकों वाले किसी अन्य पूर्ण घन पर भी यही तरकीब लागू कर सकते हैं।
अब हम चलते हैं।

12/04/18

2. क्रॉसवर्ड पहेली

डाउन

1. Cube of 9
1. 9 का घन
2. Missing number to make 12, ____, 37, a pythagorean triplet.
2. 12, ____, 37, को एक पाइथागोरियन त्रिक बनाने के लिए एक अज्ञात संख्या।
4. Smallest number by which 248 be multiplied to make the resultant a perfect cube number.
4. न्यूनतम संख्या जिससे 248 को गुणा करने पर गुणनफल पूर्णघन है।
5. Square of 75
5. 75 का वर्ग।
6. Smallest square number that is divisible by each of 5 and 11
6. 5 और 11 से विभाज्य न्यूनतम वर्ग संख्या।
9. Without adding, find the sum of 1+ 3+ 5+ 7+ 9+ 11
9. बिना जोड़े इसका योग ज्ञात कीजिए- 1+ 3+ 5+ 7+ 9+ 11
10. Smallest number which when added to 7669 makes the resultant a perfect square.
10. न्यूनतम संख्या जिसे 7669 में जोड़ने पर पूर्ण वर्ग प्राप्त होता है।

एक्रॉस

2. Square of 19
2. 19 का वर्ग।
3. By just looking at given numbers find the number which cannot be a perfect square numbers – 81, 100, 144, 25000
3. नीचे दी गयी संख्याओं को देखें एवं उस संख्या की खोज करें, जो पूर्ण वर्ग नहीं है –

   81, 100, 144, 25000
7. Square root of 4489
7. 4489 का वर्गमूल।

8. Smallest natural number other than 1 which is a perfect square as well as perfect cube number.

8. 1 के अतिरिक्त वह न्यूनतम संख्या जो पूर्ण वर्ग और पूर्ण घन दोनों है।

10. Cube root of 357911

10. 357911 का घनमूल।

11. Smallest number which when subtracted from 374695 makes the resultant a perfect square number.

11. वह न्यूनतम संख्या जिसे 374695 में से घटाने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

1	2			6
3	5			
4	7	10		
			9	
11			8	

रफ़ कार्य

रफ़ कार्य

इकाई 4

एक चर वाले रैखिक समीकरण

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक बीजीय समीकरण चरों से संबद्ध एक समिका होती है। इसमें एक समता (या समिका) का चिन्ह होता है। समता चिन्ह के बायीं ओर का व्यंजक **वाम पक्ष** (LHS) कहलाता है तथा समता चिन्ह के दायीं ओर का व्यंजक **दक्षिण पक्ष** (RHS) कहलाता है।

- किसी समीकरण में, चरों के कुछ विशिष्ट मानों के लिए, LHS और RHS के व्यंजकों के मान बराबर होते हैं। चरों के ये मान उस समीकरण के **हल** कहलाते हैं।

- किसी समीकरण में चरों के घातांक अनिवार्यत: **ऋणेतर पूर्णांक** होते हैं।

- वे समीकरण जिनमें समीकरण को बनाने वाले व्यंजकों में केवल एक चर हो तथा समीकरण में उस चर का अधिकतम घातांक 1 हो, **एक चर वाला रैखिक समीकरण** कहलाता है।

- एक रैखिक समीकरण में, समता चिन्ह के दोनों पक्षों में रैखिक व्यंजक हो सकते हैं।

- किसी समीकरण को हल करने के लिए हम उस समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही गणितीय संक्रिया करते हैं, जिससे वाम पक्ष तथा दक्षिण पक्ष के मध्य संतुलन भंग न हो।

- किसी समीकरण में, पदों को समीकरण के एक पक्ष से दूसरे पक्ष में स्थानांतरित किया जा सकता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: यदि $x = a$, तो किसी पूर्णांक k के लिए, निम्न में से कौन सदैव सत्य नहीं है?

(a) $kx = ak$ (b) $\frac{x}{k} = \frac{a}{k}$

(c) $x - k = a - k$ (d) $x + k = a + k$

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: यदि $3x - 4\ (64 - x) = 10$, तो x का मान है–

(a) –266 (b) 133 (c) 66.5 (d) 38

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: किसी पूर्ण संख्या के तिगुने में 15 जोड़ने पर 93 प्राप्त होता है। वह संख्या ____________ है।

हल 26

उदाहरण 4: यदि $\frac{1}{3} - x = -\frac{2}{3}$ तो x बराबर ____________ है।

हल 1

उदाहरण 5 और 6 में, बताइए कि दिए हुए कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 5: यदि $x + (x+2) + (x+4) = 156$ है, तो x का मान 51 है।

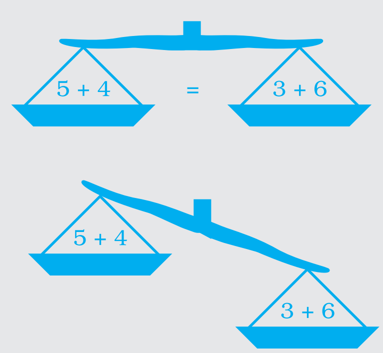
हल असत्य

आपको समीकरण को संतुलित रखना है।

एक समीकरण किसी तुला के समान होता है। समता चिह्न के पहले के भाग का मान समता चिह्न के भाग के मान के तुल्य होता है, अतः तुला संतुलित रहती है।

समीकरणों का परिचालन करते समय आपको इस तुला का संतुलन बनाए रखना पड़ता है। आप एक पक्ष से 4 घटा कर दूसरे पक्ष से 4 घटाए बिना नहीं रह सकते हैं, क्योंकि तब दोनों पक्ष तुल्य नहीं रह पाते हैं।

तुला के संतुलन को बनाए रखने का एक मात्र उपाय यही है कि दोनों पक्षों में एक ही संक्रिया की जाए।



12/04/18

उदाहरण 6: $x = -12$, रैखिक समीकरण $5x - 3(2x + 1) = 21 + x$ का हल है।

हल सत्य

उदाहरण 7 से 10 तक में से प्रत्येक को हल कीजिए।

उदाहरण 7: हल कीजिए : $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+10000 = x$

हल

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+10000 = x$$

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}-x = -10000$$

$$\frac{10x+5x+4x-20x}{20} = -10000$$

$$\frac{19x-20x}{20} = -10000$$

$$\frac{-x}{20} = -10000$$

$$x = 200000$$

उदाहरण 8: पिता की वर्तमान आयु अपने पुत्र की आयु की चार गुनी है। 10 वर्ष बाद, पिता की आयु अपने पुत्र की आयु की तीन गुनी हो जाएगी। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि पुत्र की वर्तमान आयु x वर्ष है।

इसलिए, पिता की वर्तमान आयु = $4x$ वर्ष

10 वर्ष बाद–

पुत्र की आयु = $(x + 10)$ वर्ष

पिता की आयु = $(4x + 10)$ वर्ष

दिए हुए प्रतिबंध से,

$$4x + 10 = 3(x + 10)$$

$$4x + 10 = 3x + 30$$

$$4x - 3x = 30 - 10$$

$$x = 20$$

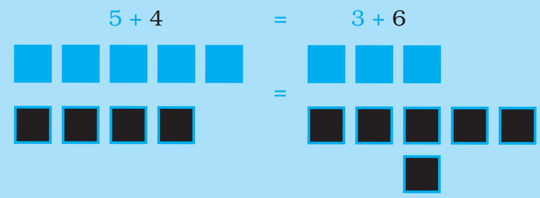
इस प्रकार, पुत्र की वर्तमान आयु = 20 वर्ष

तथा पिता की वर्तमान आयु = $4x = 4 \times 20 = 80$ वर्ष

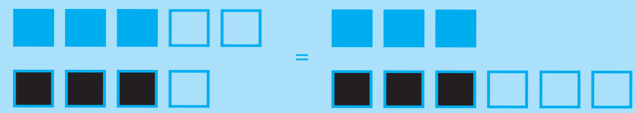
इकाई –4

समीकरण संतुलन को प्रदर्शित करने की एक अन्य विधि यहाँ दी गयी है।

समता चिह्न के प्रत्येक पक्ष में 9 बक्से हैं, अतः समीकरण संतुलित है।



यदि आप वाम पक्ष से कोई भी 3 बक्से हटा दें, तो समीकरण का संतुलन बनाए रखने के लिए आपको दक्षिण पक्ष से भी 3 बक्से हटाने पड़ेंगे।



दोनों पक्षों में अब भी रंगीन बक्सों की संख्या समान है।

जब समीकरण के दोनों पक्षों में चर राशियों वाले पद हों तब भी आपको समीकरण के दोनों पक्षों में संतुलन बनाए रखना है।

उदाहरण 9: एक स्टीमर एक स्थान से दूसरे स्थान तक धारा के अनुकूल जाने में 7 घंटे का समय लेता है। वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल जाने में 8 घंटे का समय लेता है। यदि धारा की चाल 2 किमी / घंटा है, तो शांत जल में स्टीमर की चाल तथा दोनों स्थानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि स्टीमर की शांत जल में चाल = $x\ km/hr$

धारा की चाल = $2km/hr$

अतः, धारा के अनुकूल स्टीमर की चाल = $(x + 2)km/hr$

तथा धारा के प्रतिकूल स्टीमर की चाल = $(x - 2)km/hr$

धारा के अनुकूल 7 घंटे में चली दूरी = $7(x + 2)km$

तथा धारा के प्रतिकूल 8 घंटे में चली दूरी = $8(x - 2)km$

दिए हुए प्रतिबंध के अनुसार

$$7(x + 2) = 8(x - 2)$$

$$7x + 14 = 8x - 16$$

$$x = 30km/hr$$

कुल दूरी $= 7(x + 2)km$

$= 7(30 + 2)km$

$= 7 \times 32\ km$

$= 224\ km$

उदाहरण 10: दो A और B स्टेशनों के बीच की दूरी 690 किमी है। दो कारें एक साथ क्रमशः A और B से एक-दूसरे की ओर चलना प्रारंभ करती हैं तथा 6 घंटे के बाद उनके बीच की दूरी 30 किमी है। यदि एक कार की चाल दूसरी कार की चाल से 10 किमी / घंटा कम है, तो प्रत्येक कार की चाल ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि तेज कार की चाल = $x\ km/hr$

तब दूसरी कार की चाल = $(x - 10)\ km/hr$

मान लीजिए कि पहली कार A से तथा दूसरी कार B से चलना प्रारंभ करती है। साथ ही, मान लीजिए कि

इनकी 6 घंटों बाद स्थितियाँ क्रमशः M और N हैं।

AM = $6x$, BN = $6(x - 10)$

प्रतिबंध के अनुसार,

$$6x + 6x - 60 + 30 = 690$$
$$12x = 690 + 30$$
$$12x = 720$$
$$x = 60 \text{ km/hr}$$

अतः, तेज कार की चाल = 50 km/hr है।

उदाहरण 11: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

एक गृहस्वामी अपने वर्गाकार बगीचे के चारों ओर एक बाड़ लगाता है, जिसकी माप 6480 cm है। इस बगीचे की विमाएँ ज्ञात करने के लिए एक समीकरण लिखिए और इसे हल कीजिए।

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए।**

- आप क्या जानते हैं?
- वर्गाकार बगीचे की बाड़, अर्थात् परिमाप = 6480 cm

ज्ञात करना- बगीचे की भुजा?

युक्ति की योजना बनाइए

- यह समझना कि एक बगीचे के चारों ओर बाड़ लगाने की माप का अर्थ उसकी परिमाप है।
- याद कीजिए कि एक वर्ग की चारों भुजाएँ बराबर होती हैं तथा मान लीजिए कि प्रत्येक s हैं।

हल कीजिए

वर्गाकार बगीचे के चारों ओर की बाड़ = वर्गाकार बगीचे का परिमाप

$$s + s + s + s = 6480 \text{ cm}$$
$$4s = 6480 \text{ cm}$$
$$s = 1620 \text{ cm}$$

अतः, बगीचे की भुजा = 1620 सेमी

जाँच-

कोई अन्य योजना अपनाते हुए, अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए। उदाहरणार्थ,

इस समस्या में, चारों भुजाओं के योग का परिमाप लेने के स्थान पर, आइए सूत्र का प्रयोग करें।

$4s = 6480$ cm

$s = 1620$ cm   सत्यापन हो गया।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(i) कौन से अन्य मापों की आवश्यकता पड़ेगी यदि बग़ीचा वर्गाकार न होकर आयताकार या वृत्ताकार हो?

(ii) क्या होगा यदि हमें इसके अंदर के मैदान को समतल कराना हो, बजाय बाड़ लगाने के?

(iii) क्या होगा यदि इसके अंदर चारों ओर एक रास्ता हो?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 15 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. निम्न में से किस समीकरण का हल न तो भिन्न है और न ही पूर्णांक है?

(a) $3x + 2 = 5x + 2$ (b) $4x - 18 = 2$

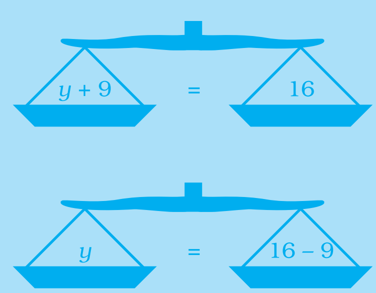
(c) $4x + 7 = x + 2$ (d) $5x - 8 = x + 4$

2. समीकरण $ax + b = 0$ का हल है–

(a) $x = \dfrac{a}{b}$ (b) $x = -b$

$y + 9 = 16$ के तरह के समीकरण में संतुलन उसी प्रकार किया जाता है, जिस प्रकार केवल आपको चार राशि वाले पदों को समता चिन्ह के एक पक्ष में लाना पड़ता है।

यदि चर राशि वाले पदों में कुछ अन्य जोड़ा गया है, तो घटाने की क्रिया का प्रयोग करके केवल चर राशि के पदों को एक पक्ष में रखिए। $y + 9 = 16$ के दोनों पक्षों में 9 घटाने पर आपको y का मान प्राप्त होता है।



आप तथ्यत: यही क्रिया बिना तुला खींचे कर सकते हैं।

$y + 9 = 16$

$y + 9 - 9 = 16 - 9$ "+9" तथा –9 एक दूसरे को काटते हैं"

$y = 7$

आप $y = 7$ को समीकरण में रख कर जाँच सकते हैं कि यह सही हल है।

$7 + 9 = 16$ — यह सही है, अत: $y = 7$ सही है।

(c) $x = \frac{-b}{a}$ (d) $x = \frac{b}{a}$

3. यदि $8x - 3 = 25 + 17x$, तो x है–

(a) एक भिन्न (b) एक पूर्णांक

(c) एक परिमेय संख्या (d) हल नहीं किया जा सकता

4. एक पद को समीकरण के एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाना कहलाता है–

(a) स्थानापन्न (b) वितरणता

(c) क्रम विनिमेयता (d) सहचारिता

5. यदि $\frac{5x}{3} - 4 = \frac{2x}{5}$, तो $2x - 7$ का मान है–

(a) $\frac{19}{13}$ (b) $-\frac{13}{19}$ (c) 0 (d) $\frac{13}{19}$

6. x का वह मान, जिसके लिए व्यंजक $3x - 4$ और $2x + 1$ बराबर हो जाएँगे, है–

(a) –3 (b) 0 (c) 5 (d) 1

7. यदि a और b धनात्मक पूर्णांक हैं, तो समीकरण $ax = b$ का हल सदैव ही होगा–

(a) धनात्मक (b) ऋणात्मक (c) एक (d) शून्य

8. एक चर वाले रैखिक समीकरण में होता है–

(a) किसी भी घातांक के साथ केवल एक चर

(b) एक चर वाला केवल एक पद

(c) घातांक 1 के साथ केवल एक चर

(d) केवल अचर पद

यदि कोई कथन एक समानुपात हो, तो पदों के वज्र गुणन समान होते हैं।

यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, तो $ad = bc$

$5t = -20$ के तरह की समीकरणों को हल करने के लिए आपको t स्वतंत्र रूप से प्राप्त करना पड़ता है। चर राशि को संख्या 5 से गुणा किया गया है। अत: चर राशि को स्वतंत्र रूप से प्राप्त करने के लिए आपको इसे 5 से विभाजित करना चाहिए

$5t = -20$

$5t \div 5 = -20 \div 5$ (दोनों पक्षों को एक ही संख्या से भाग देने पर)

$t = -20 \div 5$

$t = -4$

12/04/18

9. निम्न में से कौन एक रैखिक व्यंजक है?

(a) $x^2 + 1$ (b) $y + y^2$ (c) 4 (d) $1 + z$

10. एक चर वाली रैखिक समीकरण का होता है / के होते हैं–

(a) केवल एक हल

(b) दो हल

(c) दो से अधिक हल

(d) कोई हल नहीं

11. $\frac{1}{3} + S = \frac{2}{5}$ में S का मान है–

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{15}$ (c) 10 (d) 0

12. यदि $\frac{-4}{3}y = -\frac{3}{4}$, तो y बराबर है–

(a) $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$ (b) $-\left(\frac{4}{3}\right)^2$ (c) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ (d) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

13. दो अंकों वाली एक संख्या के दहाई के स्थान का अंक इकाई के स्थान के अंक से 3 अधिक है। मान लीजिए कि इकाई के स्थान पर अंक b है। तब, वह संख्या है–

(a) $11b + 30$ (b) $10b + 30$ (c) $11b + 3$ (d) $10b + 3$

14. अर्पिता की वर्तमान आयु शिल्पा की आयु की तिगुनी है। यदि 3 वर्ष पहले शिल्पा की आयु x वर्ष थी, तो अर्पिता की वर्तमान आयु है–

(a) $3(x – 3)$ (b) $3x + 3$

(c) $3x – 9$ (d) $3(x + 3)$

एक चरण वाले समीकरण वो है जिन्हें किसी राशि से या तो जोड़कर, घटाकर, गुणाकर या भाग देकर एक ही चरण में हल किया जा सके।

इस तरह के चार मुख्य उदाहरण हैं:

(i) $a + 3 = 4.2$ — दोनो ओर से 3 **घटाकर** हल करने से $a = 1.2$

(ii) $s – 7 = 12$ — दोनो ओर से 7 **जोड़कर** हल करने से $s = 19$

(iii) $9m = 27$ — दोनो ओर से 9 से **भाग** देकर हल करने से $m = 3$

(iv) $d \div 8 = 2$ — दोनो ओर से 8 से **गुणा** कर हल करने से $d = 16$

समीकरण को हल करने से पूर्व, हमें यह ज्ञात हो कि हमारा समीकरण किस प्रकार का है।

12/04/18

15. 7 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 357 है। तब, इनमें सबसे छोटा गुणज है–

(a) 112 (b) 126

(c) 119 (d) 116

प्रश्न 16 से 32 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

16. एक चर वाली एक रैखिक समीकरण में, उस चर का ________ ऋणेतर पूर्णांकीय घातांक 1 होता है।

17. समीकरण $3x - 4 = 1 - 2x$ का हल ________ है।

18. समीकरण $2y = 5y - \frac{18}{5}$ का हल ________ है।

19. चर का वह मान, जिससे एक समीकरण के दोनों पक्ष बराबर हो जाएँ, उस समीकरण का ________ कहलाता है।

20. $9x -$ ________ $= -21$ का हल (-2) है।

21. तीन क्रमागत संख्याएँ, जिनका योग 12 है, ____ ____ और ________ है।

22. जब ₹ 25 को A और B में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि A को B से ₹ 8 अधिक मिलते हैं, तो इसमें A का भाग ________ है।

23. समीकरण के एक पद को दूसरे पक्ष में उसका ________ बदलकर स्थानांतरित किया जा सकता है।

24. x में से 8 को घटाने पर परिणाम 2 प्राप्त होता है। तब, x का मान ________ है।

25. $\frac{x}{5} + 30 = 18$ का हल ________ है।

26. जब किसी संख्या को 8 से भाग दिया जाता है, तो परिणाम –3 प्राप्त होता है। वह संख्या ________ है।

27. जब p और 4 के गुणनफल में से 9 को घटाया जाता है, तो परिणाम 11 प्राप्त होता है। तब, p का मान ________ है।

28. यदि $\frac{2}{5}x - 2 = 5 - \frac{3}{5}x$ है, तो $x =$ ________।

29. 18 वर्ष बाद, स्वर्णिम अपनी वर्तमान आयु की चार गुनी आयु की होगी। उसकी वर्तमान आयु ________ है।

समस्या को हल करने की युक्ति का अनुप्रयोग

एक परिवार ने ₹ 52.00 सर्कस के टिकट के लिए खर्च किये। इस कीमत में ₹ 3.25 सेवा शुल्क है तथा प्रत्येक टिकट का मूल्य ₹ 9.75 है। परिवार ने कितने टिकट खरीदे? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

समस्या को समझिए

परिवार द्वारा खरीदे गये टिकटों की संख्या उत्तर है। महत्त्वपूर्ण सूचनाओं को सूचीबद्ध कीजिए। प्रति आर्डर सेवा शुल्क ₹ 3.25 है, प्रति टिकट मूल्य ₹ 9.75 है तथा कुल मूल्य ₹ 52.00 है।

मान लीजिए खरीदे गये टिकटों की संख्या t है।

कुल मूल्य	=	टिकटों का मूल्य	+	सेवा शुल्क
52.00	=	$9.75t$	+	3.25

एक योजना बनाइए

सोचिए: सर्वप्रथम चर को 9.75 से गुणा किया जाता है और तब गुणनफल में 3.25 जोड़ा जाता है। समीकरण हल करने के लिए विपरीत चलिए। विपरीत क्रम में सक्रियाएँ कीजिए: पहले समीकरण के दोनों ओर से 3.25 घटाइए और तब दोनों ओर को 9.75 से भाग दीजिए।

हल कीजिए

$$52.00 = 9.75t + 3.25$$

$$-3.25 \qquad\qquad -3.25$$ *3.25 को दोनों ओर घटाइए*

$$48.75 = 9.75t$$

$$\frac{48.75}{9.75} = \frac{9.75t}{9.75}$$ *9.75. से दोनों ओर को भाग दीजिए।*

$5 = t$ अत: परिवार ने 5 टिकट खरीदे।

पीछे देखिए

आप तर्कपूर्ण उत्तर के लिए एक सारणी का उपयोग कर सकते हैं।

5 टिकट संतोषजनक उत्तर है।

टिकट	टिकटों का मूल्य	सेवा शुल्क	कुल मूल्य
1	₹ 9.75	₹ 3.25	₹ 13.00
2	₹ 19.50	₹ 3.25	₹ 22.75
3	₹ 29.25	₹ 3.25	₹ 32.50
4	₹ 39.00	₹ 3.25	₹ 42.25
5	₹ 48.75	₹ 3.25	₹ 52.00

कभी-कभी एक दो-चरणों वाली समीकरण में एक पद या व्यंजक हर के साथ होता है। इन स्थितियों में हर को हटाने के लिए बहुधा समीकरण के दोनों ओर को हर से गुणा करना सरल हो जाता है और तब चर ज्ञात हो जाता है।

30. कथन "x के चार गुने में 15 जोड़ने पर 39 प्राप्त होता है" को समीकरण में बदलने पर ________ प्राप्त होता है।

31. एक परिमेय संख्या का हर उसके अंश x से 10 अधिक है। यदि अंश में 1 की वृद्धि की जाए तथा हर में 1 की कमी की जाए, नए हर के लिए व्यंजक ________ है।

32. 10 के दो क्रमागत गुणजों का योग 210 है। तब, इनमें से छोटा गुणज ________ है।

प्रश्न 33 से 48 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य-

33. 3 वर्ष पहले एक लड़के की आयु y वर्ष थी। उसकी आयु 2 वर्ष पहले $(y - 2)$ वर्ष थी।

34. शिखा की वर्तमान आयु p वर्ष है। रीमू की वर्तमान आयु शिखा की वर्तमान आयु की चार गुनी है। 5 वर्ष बाद, रीमू की आयु $15p$ वर्ष हो जाएगी।

35. दो अंकों की एक संख्या की इकाई का अंक x है। यदि अंकों का योग 9 है, तो वह संख्या $(10x - 9)$ है।

36. अंजू और उसकी माँ की आयु का योग 65 वर्ष है। यदि अंजू की वर्तमान आयु y वर्ष है, तो 5 वर्ष पहले उसकी माँ की आयु $(60 - y)$ वर्ष थी।

37. किसी कक्षा में, लड़के और लड़कियों की संख्याओं का अनुपात 5 : 4 है। यदि लड़कों की संख्या लड़कियों की संख्या से 9 अधिक है, तो लड़कों की संख्या 9 है।

38. A और B की आयु का योग 90 वर्ष है। पाँच वर्ष पूर्व A और B की आयु क्रमशः $(x - 5)$ वर्ष और $(85 - x)$ वर्ष होगी, जहाँ x वर्ष A की वर्तमान आयु है।

39. दो भिन्न-भिन्न समीकरणों का एक ही हल कभी नहीं हो सकता है।

40. समीकरण $3x - 3 = 9$ में, -3 का RHS में स्थानापन्न करने पर, हमें $3x = 9$ प्राप्त होता है।

41. समीकरण $2x = 4 - x$ में, $-x$ का LHS में स्थानापन्न करने पर, हमें $x = 4$ प्राप्त होता है।

42. यदि $\frac{15}{8} - 7x = 9$ है, तो $-7x = 9 + \frac{15}{8}$ है।

43. यदि $\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$ है, तो $\frac{x}{3} = \frac{6}{15}$ है।

44. यदि $6x = 18$ है, तो $18x = 54$ है।

45. यदि $\frac{x}{11} = 15$ है, तो $x = \frac{11}{15}$ है।

46. यदि x एक सम संख्या है, तो उससे अगली सम संख्या $2(x + 1)$ है।

47. यदि दो संख्याओं का योग 93 है और इनमें से एक x है, तो दूसरी संख्या $93 - x$ होगी।

48. दो संख्याओं का अंतर 40 है। यदि एक संख्या x है, तो दूसरी संख्या $40 - x$ होगी।

निम्न समीकरणों को हल कीजिए-

49. $\frac{3x-8}{2x}=1$

50. $\frac{5x}{2x-1}=2$

51. $\frac{2x-3}{4x+5}=\frac{1}{3}$

52. $\frac{8}{x}=\frac{5}{x-1}$

53. $\frac{5(1-x)+3(1+x)}{1-2x}=8$

54. $\frac{0.2x+5}{3.5x-3}=\frac{2}{5}$

55. $\frac{y-(4-3y)}{2y-(3+4y)}=\frac{1}{5}$

56. $\frac{x}{5}=\frac{x-1}{6}$

57. $0.4(3x-1) = 0.5x + 1$

58. $8x - 7 - 3x = 6x - 2x - 3$

59. $10x - 5 - 7x = 5x + 15 - 8$

60. $4t - 3 - (3t + 1) = 5t - 4$

61. $5(x - 1) - 2(x + 8) = 0$

62. $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\left(x-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}(x+1)+\frac{1}{12}$

63. $\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1}{3}(x-1)=\frac{5}{12}(x-2)$

64. $\frac{x+1}{4}=\frac{x-2}{3}$

65. $\frac{2x-1}{5}=\frac{3x+1}{3}$

66. $1-(x-2)-[(x-3)-(x-1)]=0$

67. $3x-\frac{x-2}{3}=4-\frac{x-1}{4}$

68. $\frac{3t+5}{4}-1=\frac{4t-3}{5}$

69. $\frac{2y-3}{4}-\frac{3y-5}{2}=y+\frac{3}{4}$

70. $0.25(4x-5)=0.75x+8$

71. $\frac{9-3y}{1-9y}=\frac{8}{5}$

72. $\frac{3x+2}{2x-3}=-\frac{3}{4}$

73. $\frac{5x+1}{2x}=-\frac{1}{3}$

74. $\frac{3t-2}{3}+\frac{2t+3}{2}=t+\frac{7}{6}$

75. $m-\frac{m-1}{2}=1-\frac{m-2}{3}$

76. $4(3p+2)-5(6p-1)=2(p-8)-6(7p-4)$

77. $3(5x-7)+2(9x-11)=4(8x-7)-111$

78. $0.16(5x-2)=0.4x+7$

79. राधा एक टोकरी में कुछ फूल लेकर एक के बाद एक तीन मंदिरों में जाती है। वह प्रत्येक मंदिर में टोकरी के फूलों के आधे फूल चढ़ाती जाती है। यदि अंत में उसके पास 3 फूल शेष रह जाते हैं, तो ज्ञात कीजिए कि उसके पास प्रारंभ में कितने फूल थे।

80. ₹ 13500 को सलमा, किरन और जेनिफर में इस प्रकार वितरित किया जाता है कि सलमा को किरन से ₹ 1000 अधिक मिलते हैं तथा जेनिफर को किरन से ₹ 500 अधिक मिलते हैं। जेनिफर को मिलने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

81. किसी टंकी में पानी का आयतन दूसरी टंकी के पानी के आयतन का दोगुना है। यदि हम पहली टंकी से 25 लीटर पानी निकाल कर दूसरी टंकी में डाल दें, तो दोनों टंकियों में पानी का आयतन बराबर हो जाता है। प्रत्येक टंकी में पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

82. अनुष्का और आरुषी मित्र हैं। इनकी जेबों में बराबर–बराबर धनराशियाँ हैं। अनुष्का अपनी धनराशि का $\frac{1}{3}$ भाग आरुषी को उसके जन्मदिन पर उपहार के रूप में दे देती है। तब, आरुषी एक रेस्टतराँ में पार्टी देती है तथा उसके बिल का भुगतान अपनी धनराशि की आधी धनराशि देकर कर देती है। यदि आरुषी की जेब में अब 1600 रु शेष रहते हैं, तो अनुष्का द्वारा उपहार में दी गयी धनराशि ज्ञात कीजिए।

83. कौस्तुभ के पास 60 फूल थे। वह एक मंदिर में इनमें से कुछ फूल चढ़ाता है और पाता है कि उसके शेष फूलों और प्रारंभिक फूलों का अनुपात 3:5 है। उस मंदिर में उसके द्वारा चढ़ाए गये फूलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

84. तीन क्रमागत सम संख्याओं का योग 48 है। इनमें से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

85. तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 69 है। इनमें से अभाज्य संख्या ज्ञात कीजिए।

86. तीन क्रमागत संख्याओं का योग 156 है। इनमें से वह संख्या ज्ञात कीजिए जो 13 का गुणज है।

87. वह संख्या ज्ञात कीजिए जिसके पाँचवें भाग में 30 की वृद्धि करने पर वही प्राप्त होता है जो उसके एक चौथाई भाग में 30 की कमी करने पर प्राप्त होता है।

88. 54 को ऐसे दो भागों में बाँटिए कि एक भाग दूसरे भाग का $\frac{2}{7}$ हो।

89. दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 11 है। दी हुई संख्या इसके अंकों को पलटने से बनी संख्या से 9 कम है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

90. किसी त्रिभुज की दो बराबर भुजाओं में से प्रत्येक तीसरी भुजा के तिगुने से 4 मी कम है। यदि त्रिभुज का परिमाप 55 मी है, तो उसकी भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

91. 12 वर्ष बाद, कंवर की आयु उसकी 4 वर्ष पहले की आयु की तीन गुनी हो जाएगी। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

12/04/18

92. अनिमा ने अपनी संपत्ति का आधा भाग अपनी पुत्री के लिए छोड़ा, एक तिहाई भाग अपने पुत्र के लिए छोड़ा तथा शेष एक शैक्षणिक संस्थान को दान में दे दिया। यदि दान दी गयी संपत्ति का मूल्य ₹ 1,00000 था, तो अनिमा के पास कुल कितनी संपत्ति थी?

93. यदि किसी संख्या में से $\frac{1}{2}$ घटाया जाए और अंतर को 4 से गुणा कर दिया जाए, तो परिणाम 5 प्राप्त होता है। वह संख्या क्या है?

94. चार क्रमागत पूर्णांकों का योग 266 है। ये पूर्णांक क्या है?

95. हमीद के पास विभिन्न फलों की तीन पेटियाँ हैं। पेटी A का भार पेटी B के भार से $2\frac{1}{2}$ kg अधिक है और पेटी C का भार पेटी B के भार $10\frac{1}{4}$ kg अधिक है। तीनों पेटियों का कुल भार $48\frac{3}{4}$ kg है। A का भार कितने किलोग्राम है?

96. एक आयत का परिमाप 240cm है। यदि इसकी लंबाई में 10% की वृद्धि हो जाए और चौड़ाई में 20% की कमी हो जाए, तो आयत का परिमाप वही रहता है। आयत की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

97. A की आयु B की आयु से 5 वर्ष अधिक है। 5 वर्ष पहले, उनकी आयु का अनुपात 3 : 2 था। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

98. यदि किसी परिमेय संख्या का अंश हर से 2 कम है, तो वह परिमेय संख्या सरलतम रूप में $\frac{1}{2}$ हो जाती है। वह परिमेय संख्या क्या है?

99. दो अंकों की एक संख्या के इकाई का अंक दहाई के अंक का दोगुना है। यदि इसमें 27 जोड़ दिया जाए, तो अंक पलट जाते हैं। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

100. किसी व्यक्ति को वर्ष 2008 के फरवरी मास के लिए एक टाइपिस्ट के रूप में नियुक्त किया गया। उसे ₹ 500 प्रति दिन मिलते हैं, परंतु वह जितने दिन अनुपस्थित रहता है उसकी ₹ 100 प्रतिदिन की दर से धनराशि काट ली जाती है। उसे उस माह में वेतन के रूप में ₹ 9100 प्राप्त हुए। उसने कितने दिन कार्य किया?

101. एक स्टीमर दो बंदरगाहों के बीच की दूरी धारा के अनुकूल 3 घंटे में तय करता है तथा वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल चलने पर 5 घंटे में तय करता है। यदि धारा की चाल 3किमी / घंटा है, तो स्टीमर की धारा के प्रतिकूल चाल ज्ञात कीजिए।

102. एक महिला ₹ 1,00000 लेकर एक बैंक में गयी। उसने कैशियर से कहा कि वह उसे ₹ 500 और ₹ 1000 वाले नोट इस धनराशि के रूप में दे। उसे कुल 175 नोट मिले। प्रत्येक प्रकार के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

103. किसी बस में 40 यात्री हैं, जिनमें से कुछ ₹ 3 के टिकट वाले हैं और शेष ₹ 10 के टिकट वाले हैं। इन यात्रियों से एकत्रित कुल धनराशि ₹ 295 हैं। ज्ञात कीजिए कि कितने यात्रियों के पास ₹ 3 वाली टिकट हैं।

104. किसी भिन्न का हर उसके अंश से 4 कम है। यदि अंश में 6 जोड़ दिया जाए, तो वह हर से तिगुना हो जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

105. एक कर्मचारी किसी कंपनी में 30 दिन के ठेके पर इस प्रतिबंध के साथ नियुक्त किया गया कि उसे प्रत्येक दिन कार्य करने के ₹ 120 मिलेंगे तथा प्रत्येक दिन नहीं कार्य करने के लिए ₹10 का दंड देना पड़ेगा। यदि उसे कुल ₹ 2300 प्राप्त हुए हैं, तो वह कुल कितने दिन अनुपस्थित रहा?

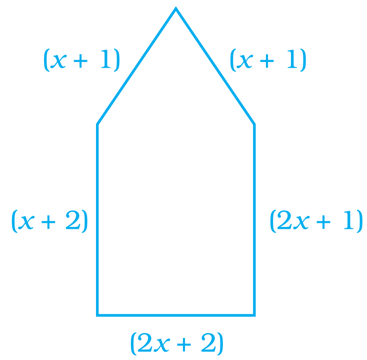
106. कुसुम ने कुछ चॉकलेट ₹ 10 प्रति चॉकलेट की दर से खरीदीं। उसने उतनी ही कैंडीस ₹ 5 प्रति कैंडीस की दर से खरीदीं। वह चॉकलेट पर 20% का लाभ अर्जित करती है तथा कैंडीस पर 8% का लाभ अर्जित करती है। दिन के अंत में, सभी चॉकलेट और कैंडीस बिक गयीं तथा उसे ₹ 240 का लाभ हुआ। खरीदी गयीं चॉकलेटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

107. एक स्टीमर धारा के अनुकूल जाते हुए दो बंदरगाहों के बीच की दूरी 5 घंटे में तय करता है, जबकि वह यही दूरी धारा के प्रतिकूल जाते हुए 6 घंटे में तय करता है। यदि धारा की चाल 1km/h है, तो शांत जल में स्टीमर की चाल ज्ञात कीजिए।

108. दो स्थानों A और B के बीच की दूरी 210 km है। A और B से दो कारें एक साथ विपरीत दिशाओं में चलना प्रारंभ करती हैं तथा 3 घंटे के बाद उनके बीच की दूरी 54km है। यदि एक कार की चाल दूसरी कार की चाल से 8km/h कम है, तो प्रत्येक कार की चाल ज्ञात कीजिए।

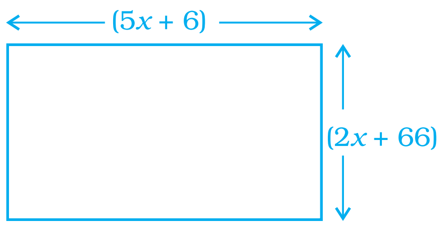
109. एक बढ़ई एक पलंग बनाने के लिए ₹ 2600 लेता है। इसमें प्रयोग की गयी सामग्री की लागत ₹ 1100 है तथा मजदूरी ₹ 200 प्रति घंटा है। बढ़ई ने कितने घंटे कार्य किया?

110. x के किस मान के लिए, निम्न आकार का परिमाप 77cm है?



12/04/18

111. x के किस मान के लिए, निम्न आकार का परिमाप 186cm है?



112. ₹ 200 को A और B में इस प्रकार विभाजित करने पर कि A द्वारा प्राप्त की गयी राशि का दोगुना B द्वारा प्राप्त की गयी राशि के तिगुने से ₹ 200 कम हो, B द्वारा प्राप्त की गयी राशि ज्ञात कीजिए।

113. मधुलिका ने एक संख्या सोची, उसका दोगुना किया और उसमें 20 जोड़ा। परिणामी संख्या को 25 से भाग देने पर उसे 4 प्राप्त होता है। वह संख्या क्या है?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. रानिका अपनी सहेली राधिका का मोबाइल नंबर जानना चाहती थी। परंतु राधिका ने एक चाल खेली। उसने अपना नंबर इस रूप में दिया–

9 X Y Z P 1 Q 2 R 3

साथ ही उसने कहा कि इसे निम्न समीकरणों की सहायता से डिकोड करें–

(a) $16X - 35 = 7X - 8$

(b) $\dfrac{6Y-7}{3Y+9} = \dfrac{1}{3}$

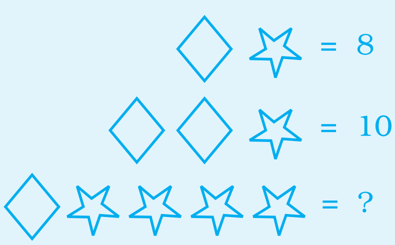
(c) $\dfrac{Z^2-9}{5+Z^2} = \dfrac{-5}{9}$

(d) $P + \dfrac{3}{10}P = \dfrac{13}{10}$

(e) $4(Q+4) = 5(Q+2)$

(f) $3(R+10) + 200 = 236$

2. नीचे दी पहेली में अज्ञात मान निर्धारित कीजिए–



3. खेल- कौन लखपति बनेगा!!!

रोहित और सौरभ एक खेल खेल रहे हैं। जो निम्न समीकरणों को हल करेगा, वही विजेता बनेगा। ज्ञात कीजिए कि यदि आप उनके स्थान पर होते, तो क्या आप विजेता होते। किस धनराशि तक आप सफलतापूर्वक पहुँचते?

खेल के नियम

(a) यदि आपका पिछला उत्तर सही है, तभी आप अगले प्रश्न पर जा सकते हैं।

(b) जीतने की राशि के स्लैब

प्रश्न संख्या	जीती गयी राशि
1	₹ 1000
2	₹ 2000
3	₹ 3000
4	₹ 4000
5	₹ 10,000
6	₹ 12,000
7	₹ 14,000
8	₹ 20,000
9	₹ 40,000
10	₹ 1,00,000

(c) समस्याएँ या प्रश्न

(i) $\dfrac{x+1}{2x+7} = \dfrac{3}{8}$

(ii) $1+\dfrac{2}{(x+1)} = 2$

(iii) $\dfrac{6x+1}{3}+1 = \dfrac{x-3}{6}$

(iv) $3m = 7m - \dfrac{8}{7}$

(v) $-x = \dfrac{-6}{5}(x-10)$

12/04/18

(vi) $5x+\frac{7}{2} = \frac{3}{2}x-14$

(vii) $\frac{x}{3}+1=\frac{8}{15}$

(viii) $\frac{x}{2}+\frac{3x}{4}-\frac{5x}{6}=2$

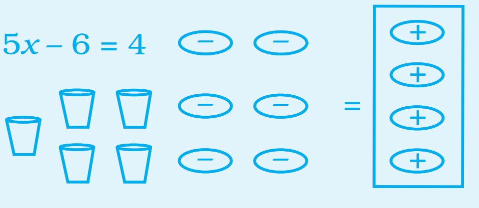
(ix) $\frac{50}{x}+4=14$

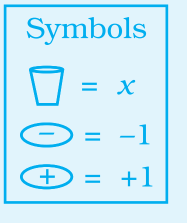
(x) $x+\frac{2}{3}x+\frac{x}{7} = 97-\frac{x}{2}$

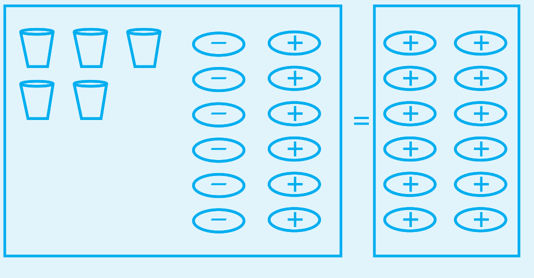
4. एक साथी के साथ कार्य कीजिए

समीकरण का मॉडल बनाना

आवश्यक सामग्री: कप और बर्तन समीकरण मिली।

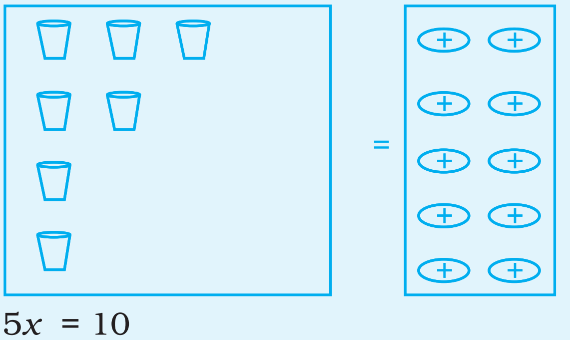






समता चिन्ह के दोनों ओर 6 धनात्मक बर्तनों को जोड़िए और फिर शून्य युग्मों को हटाइए।

$5x - 6 + 6 = 4 + 6$



कप और बर्तनों को पाँच बराबर समूहों में व्यवस्थित कीजिए।

$5x = 10$

12/04/18

प्रत्येक कप 2 धनात्मक बर्तनों से सुमेलित हो जाता है। अत:,, $x = 2$ है।

निम्न समीकरणों के मॉडल बनाइए–

(i) $3x - 3 = 12$

(ii) $12x + 4 = 24$

(iii) $7y + 14 = 7$

5. क्रॉसवर्ड पहेली–

दिए हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए और दिए हुए खानों को भरिए। भरने के लिए, एक्रॉस और डाऊन दोनों के संकेत दिए हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों के लिए संख्याएँ खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में क्रमश: उनके संगत खानों में भरिए।

डाउन

1. Inverse of addition

1. योग का प्रतिलोम।

4. A symbolic form made up of constants, variables and operation (other then algebraic expressions)

4. अचरों, चरों और संक्रियाओं से बना एक सांकेतिक रूप (बीजीय व्यंजकों के अतिरिक्त)।

5. If a term of a expression consists of a number multiplied by one or more variables this number is the ________________ of the term.

5. यदि किसी व्यंजक के पद में एक संख्या का एक या कई चरों से गुणा हो, तो वह संख्या उस पद का ________________ है।

6. Inverse of Division.

6. विभाजन का प्रतिलोम।

7. Equations that have the some solution.

7. समान हल वाली समीकरण।

8. An ____________ in an equality which in true for all values of the variable in the equality.

8. एक ____________ वह समिका है, जो समिका के चरों के सभी मानों के लिए सत्य हो।

एक्रॉस

2. A statement formed when an equal sign in placed between two expression.

2. दो व्यंजकों के बीच में समता चिह्न डालने पर बना एक कथन।

3. This is an example of what property $2(x+5) = 2x+10$.

3. इसका एक उदाहरण $2(x+5) = 2x+10$ है।

9. सांकेतिक संख्याओं पर संक्रियाओं से संबंधित गणित की शाखा

9. Brach of mathmatics concered with operation by symbolic numbers.

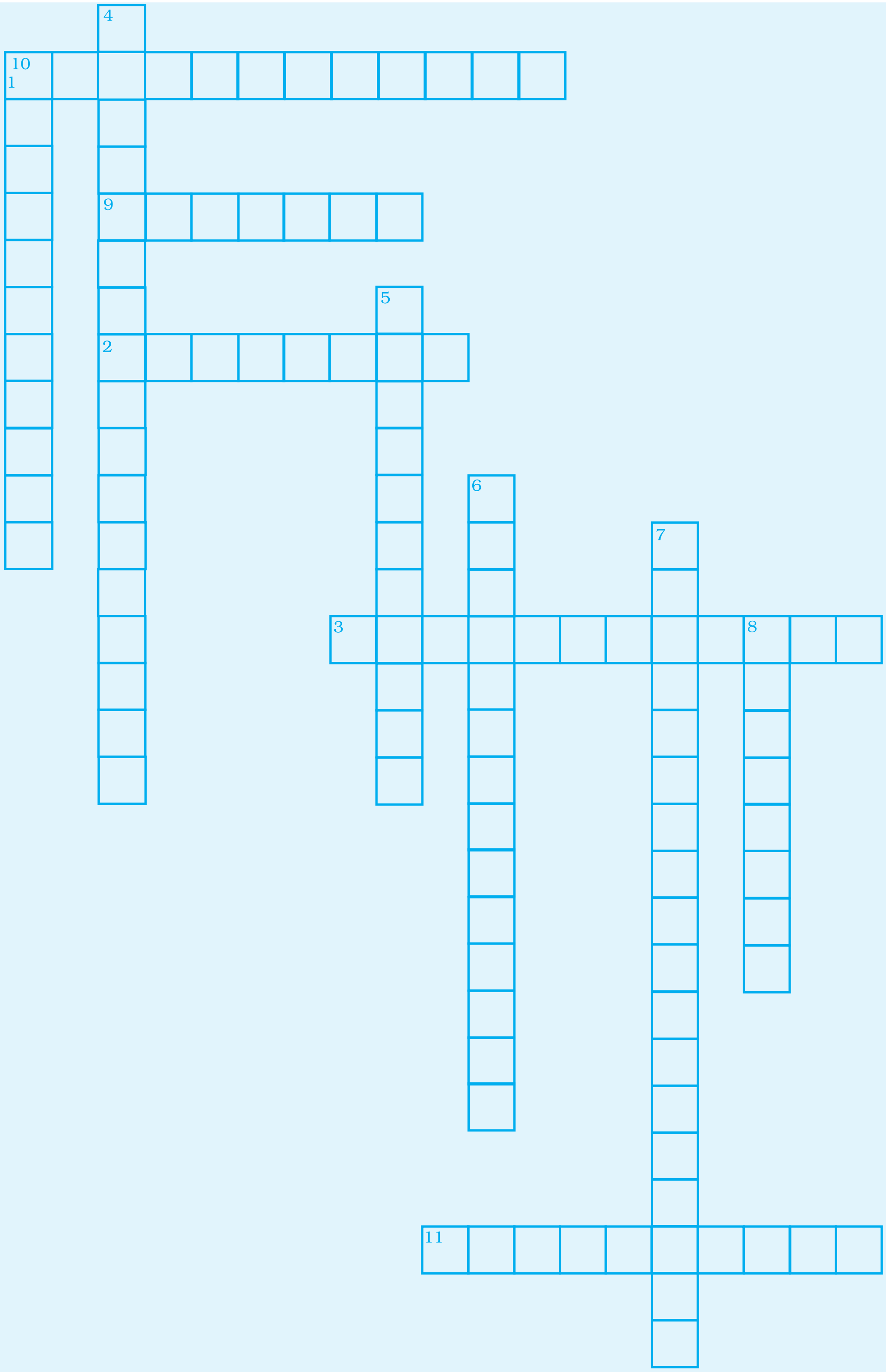
10. A linear equation of the form $Ax + By = C$ when A and B are not both zero is in the ____________________.

10. $Ax + By = C$ के रूप की रैखिक समीकरण जब A और B दोनों एक साथ शून्य न हों अपने ____________________ में है।

11. An expression is ________________ if it has no grouping symbols and all the like terms have been combined.

11. कोई व्यंजक ________________ कहलाता है, यदि उसमें कोई समूहन संकेतन न हो तथा सभी समान पदों को संयोजित कर लिया गया है।

12/04/18



12/04/18

रफ़ कार्य

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 5

चतुर्भुजों को समझना और प्रायोगिक ज्यामिति

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- केवल रेखाखंडों से बना एक सरल बंद वक्र एक **बहुभुज** कहलाता है।
- एक बहुभुज का विकर्ण उसके दो अक्रमागत शीर्षों को जोड़ने वाला **रेखाखंड** होता है।
- एक **उत्तल बहुभुज** वह बहुभुज होता है जिसके किसी भी विकर्ण का कोई भाग उसके बहिर्भाग में न आए।
- **चतुर्भुज** एक ऐसा बहुभुज है जिसकी केवल चार भुजाएँ होती हैं।
- एक **समबहुभुज** ऐसा बहुभुज है, जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं तथा सभी कोण भी बराबर होते हैं।
- n भुजाओं वाले बहुभुज के अंत:कोणों का योग (n–2) सरल कोणों के बराबर होता है।
- एक चतुर्भुज के अंत:कोणों का योग 360° होता है।
- एक बहुभुज के एक ही क्रम में लिये गये सभी बहिष्कोणों का योग 360° होता है।
- **समलंब** वह चतुर्भुज है जिसमें सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर होता है।
- **पतंग** वह चतुर्भुज है, जिसमें आसन्न भुजाओं के दो युग्म बराबर होते हैं।
- **समांतर चतुर्भुज** वह चतुर्भुज है, जिसमें सम्मुख भुजाओं का प्रत्येक युग्म समांतर होता है।
- **समचतुर्भुज** वह समांतर चतुर्भुज है, जिसमें आसन्न भुजाएँ बराबर होती हैं।
- **आयत** वह समांतर चतुर्भुज है, जिसका एक कोण 90^0 होता है।
- **वर्ग** वह समांतर चतुर्भुज है, जिसमें आसन्न भुजाएँ बराबर होती हैं और एक कोण 90^0 का होता है।

- एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, सम्मुख कोण बराबर होते हैं तथा विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।
- एक समचतुर्भुज में विकर्ण परस्पर समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।
- एक आयत में विकर्ण बराबर होते हैं।
- उपयुक्त पाँच मापनों से एक चतुर्भुत अद्वितीय रूप से निर्धारित हो सकता है।
- एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि उसकी चारों भुजाओं और एक विकर्ण की लंबाइयाँ दी हुई हों।
- एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि उसकी तीन भुजाओं और दोनों विकर्णों की लंबाइयाँ दी हुई हों।
- एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि इसकी दो आसन्न भुजाएँ और तीन कोण दिये हों।
- एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि इसकी तीन भुजाएँ और दो अंतर्गत कोण दिये हों।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 8 में, चार विकल्प दिए हैं, जिसमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: n भुजाओं वाले एक बहुभुज में विकर्णों की संख्या है–

(a) $\frac{n(n-1)}{2}$ (b) $\frac{n(n-2)}{2}$ (c) $\frac{n(n-3)}{2}$ (d) $n\ (n-3)$

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 2: चतुर्भुज ABCD के एक ही क्रम में लेने पर कोण 3:7:6:4 के अनुपात में हैं। तब, ABCD है–

(a) पतंग (b) समांतर चतुर्भुज

(c) समचतुर्भुज (d) समलंब

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3: यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोणों पर समद्विभाजित करें, तो वह होगा एक–

(a) समचतुर्भुज (b) समलंब (c) आयत (d) पतंग

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 4: किसी चतुर्भुज के कोणों का योग होता है–

(a) 180° (b) 270° (c) 360° (d) 300°

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 5: एक वर्ग ABCD में, विकर्ण बिंदु O पर मिलते हैं। तब, ΔAOB है एक–

(a) समद्विबाहु समकोण त्रिभुज

(b) समबाहु त्रिभुज

(c) समद्विबाहु त्रिभुज परंतु समकोण त्रिभुज नहीं

(d) विषमबाहु समकोण त्रिभुज

हल : सही उत्तर (a) है।

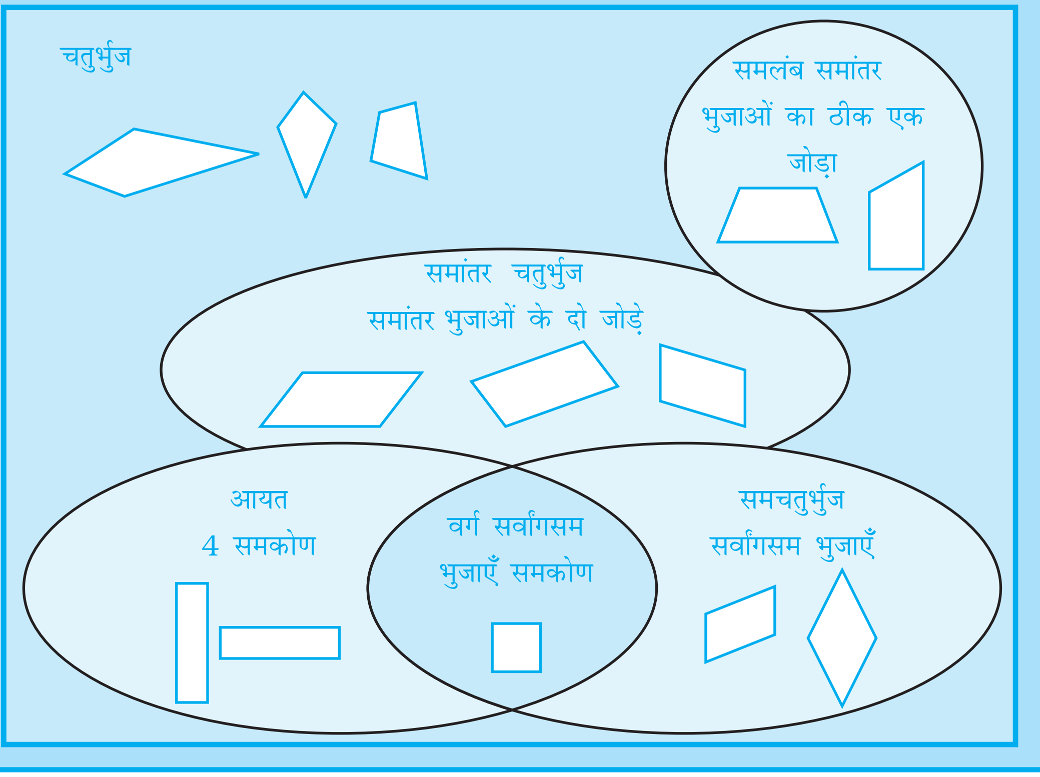
उदाहरण 6: ABCD एक चतुर्भुज है, जिसमें AB=5cm, CD=8cm तथा कोण A और कोण D का योग 180° है। इस चतुर्भुज का क्या नाम है?

(a) समांतर (b) समलंब

(c) समचतुर्भुज (d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

हल सही उत्तर (b) है।

कुछ गुणों के साथ चतुर्भुजों को अतिरिक्त नाम दिये गये हैं। एक समलंब में समांतर भुजाओं का केवल एक जोड़ा होता है। एक समांतर चतुर्भुज में समांतर भुजाओं के दो जोड़े होते हैं। एक आयत में 4 समकोण होते हैं। एक समचतुर्भुज में चार सर्वांगसम भुजाएँ होती हैं। एक वर्ग में 4 सर्वांगसम भुजाएँ तथा चार समकोण होते हैं।



12/04/18

उदाहरण 7: एक त्रिभुज के एक ही क्रम में लिये गये सभी बहिष्कोणों का योग कितना है?

(a) 90° (b) 180° (c) 360°

(d) निर्धारित नहीं किया जा सकता

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 8: एक अष्टभुज में कितनी भुजाएँ होती हैं?

(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 9 से 13 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ;

उदाहरण 9: समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर ________ पर समद्विभाजित करते हैं।

हल समकोण

उदाहरण 10: पंचभुज ABCDE के A से होकर जाने वाले विकर्णों को प्राप्त करने के लिए, A को ________ से मिलाया जाता है।

हल C और D

उदाहरण 11: एक अद्वितीय चतुर्भुज की रचना करने के लिए न्यूनतम ________ मापनों की आवश्यकता होती है।

हल पाँच

उदाहरण 12: यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करें, तो यह एक ________ होता है।

हल समचतुर्भुज

उदाहरण 13: एक ________ के विकर्ण परस्पर समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।

हल पतंग

उदाहरण 14 से 23 में बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 14: प्रत्येक आयत एक समांतर चतुर्भुज होता है।

हल सत्य

उदाहरण 15: प्रत्येक समचतुर्भुज एक पतंग होता है।

हल सत्य

उदाहरण 16: प्रत्येक समांतर चतुर्भुज एक समलंब होता है।

हल सत्य

12/04/18

उदाहरण 17: प्रत्येक पतंग एक समलंब होता है।

हल असत्य

उदाहरण 18: प्रत्येक पतंग एक समांतर चतुर्भुज होता है।

हल असत्य

उदाहरण 19: एक आयत के विकर्ण परस्पर लंब होते हैं।

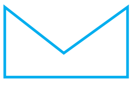
हल असत्य

उदाहरण 20: एक अद्वितीय समांतर चतुर्भुज की रचना करने के लिए उसकी केवल दो भुजाओं की लंबाइयों की आवश्यकता होती है।

हल असत्य

उदाहरण 21: एक सरल बंद वक्र है।

हल असत्य

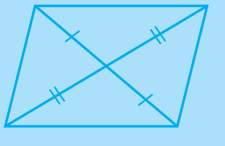
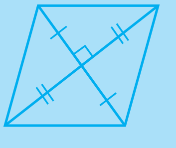
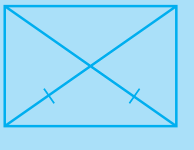
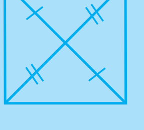
उदाहरण 22:  एक अवतल बहुभुज है।

हल सत्य

उदाहरण 23: त्रिभुज एक बहुभुज नहीं होता है।

हल: असत्य

के विकर्ण

समांतर चतुर्भुज	⟶	परस्पर समद्विभाजित करते हैं।	
समचतुर्भुज	⟶	परस्पर समद्विभाजित करते हैं। परस्पर लंब होते हैं।	
आयत	⟶	बराबर होते हैं। परस्पर समद्विभाजित होते हैं।	
वर्ग	⟶	परस्पर समद्विभाजित करते हैं। परस्पर लंब होते हैं। बराबर होते हैं।	

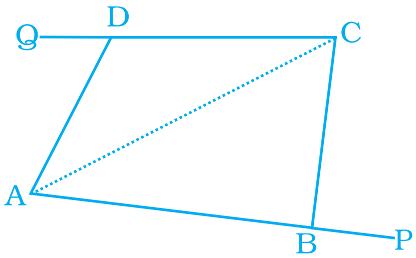
उदाहरण 24: चतुर्भुज ABCD की AB और CD भुजाओं को क्रमशः P और Q बिंदुओं तक बढ़ाया गया है। क्या $\angle ADQ + \angle CBP = \angle A + \angle C$ है? कारण दीजिए।

हल हाँ। AC को मिलाइए। तब,

$\angle CBP = \angle BCA + \angle BAC$ और

$\angle ADQ = \angle ACD + \angle DAC$ (त्रिभुजों के बहिष्कोण)

अतः, $\angle CBP + \angle ADQ = \angle BCA + \angle BAC + \angle ACD + \angle DAC$



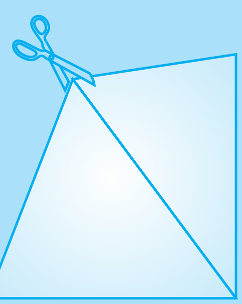
$= (\angle BCA + \angle ACD) + (\angle BAC + \angle DAC)$

$= \angle C + \angle A$

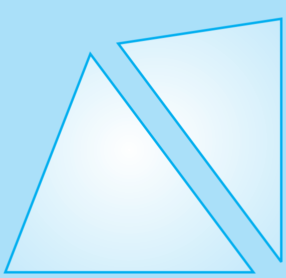
उदाहरण 25: AM और CN एक समांतर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD पर लंब हैं। क्या $\Delta AMD \cong \Delta CNB$ हैं? कारण दीजिए।

एक चतुर्भुज में कोण

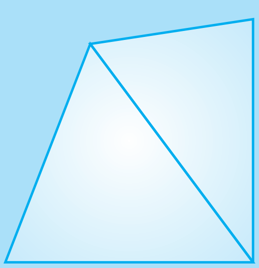
किसी चतुर्भुज में एक विकर्ण एक रेखाखंड होता है जो चतुर्भुज के दो शीर्षों को मिलाता है किंतु वह इसकी कोई भुजा नहीं होता। आप चतुर्भुज के विकर्ण का उपयोग चतुर्भुज के कोणों का योग 360° प्रदर्शित करने के लिए कर सकते हैं।



एक चतुर्भुज को एक विकर्ण के साथ-साथ काटिए ताकि दो त्रिभुज बन जाएँ।



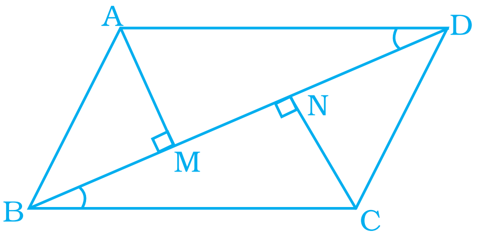
प्रत्येक त्रिभुज में कोणों का योग 180° है।



दोनों काटे गये भागों को मिलाकर चतुर्भुज बनाया गया है।

12/04/18

हल



त्रिभुज AMD और CNB में,

AD=BC (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

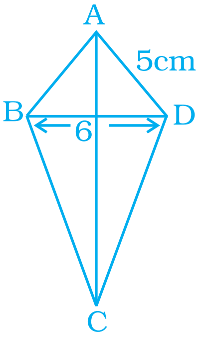
$\angle AMB = \angle CNB = 90^0$

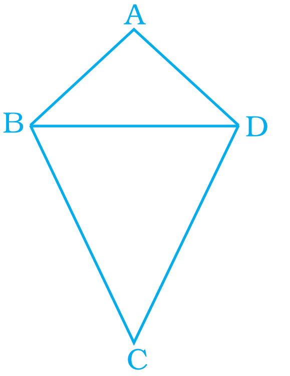
$\angle ADM = \angle NBC$ (AD || BC है और BD तिर्यक रेखा है)

अतः, $\Delta AMD \cong \Delta CNB$ (AAS)

उदाहरण 26: एक चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB=AD=5cm, BC=CD=7cm और BD=6cm है। यह चतुर्भुज किस प्रकार का है?

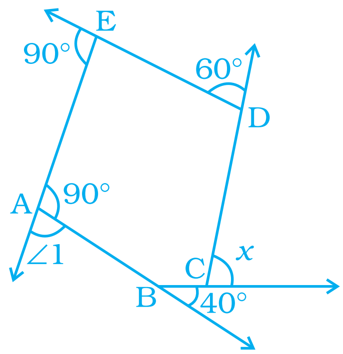
हल रफ आकृति को देखते हुए, एक रेखाखंड BD=6cm खींचिए। B और D को केंद्र मानकर तथा 5cm त्रिज्या लेकर चाप खींचिए, जो A पर प्रतिच्छेद करती है। B और D को केंद्र मानकर तथा 7cm त्रिज्या लेकर चाप इस प्रकार खींचिए कि ये चाप A के दूसरी ओर बिंदु C पर प्रतिच्छेद करे। AB, AD, BC और CD को मिलाइए। ABCD ही वाँछित चतुर्भुज है। यह एक पतंग है।





12/04/18

उदाहरण 27: निम्न आकृति में x ज्ञात कीजिए –



हल दी हुई आकृति में, $\angle 1 + 90° = 180°$ (रैखिक युग्म)

अतः, $\angle 1 = 90°$

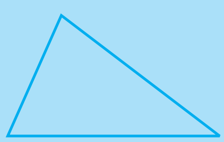
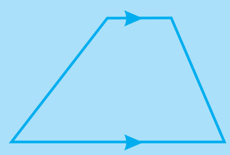
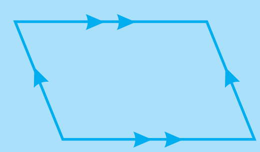
अब, बहुभुज के बहिष्कोणों का योग = 360°

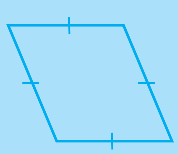
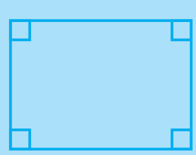
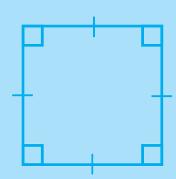
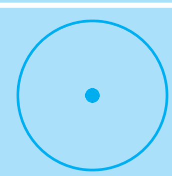
अतः, $x + 60° + 90° + 90° + 40° = 360°$

या $x + 280° = 360°$

या $x = 80°$

समतल आकृतियों का वर्गीकरण करना

त्रिभुज	समलंब	समांतर चतुर्भुज
 3 बिंदुओं को मिलाने वाली 3 भुजाओं वाली बंद आकृति	 समांतर भुजाओं के एक युग्म वाला चतुर्भुज	 समांतर भुजाओं के दो युग्मों वाला चतुर्भुज

समचतुर्भुज	आयत	वर्ग	वृत्त
 समांतर चतुर्भुज जिसकी 4 भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर हैं।	 समांतर चतुर्भुज जिसमें 4 समकोण है।	 समांतर चतुर्भुज जिसमें बराबर लंबाई वाली 4 भुजाएँ तथा 4 समकोण हैं।	 किसी समतल के उन सभी बिंदुओं का संग्रह जिनके तल के एक निश्चित बिंदु से दूरी समान रहती है।

12/04/18

उदाहरण 28: एक समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोण 4:5 के अनुपात में हैं। उनकी माप ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि कोण $4x$ और $5x$ हैं।

तब, $4x + 5x = 180°$

या $9x = 180°$

या $x = 20°$

अत:, वाँछित कोण $4 \times 20° = 80°$ और $5 \times 20° = 100°$ हैं।

उदाहरण 29: एक चतुर्भुज के चार कोण 3 : 4 : 5 : 6 के अनुपात में हैं। ये कोण ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि कोण $3x$, $4x$, $5x$, $6x$ हैं।

इस प्रकार $3x + 4x + 5x + 6x = 360°$ है, क्योंकि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

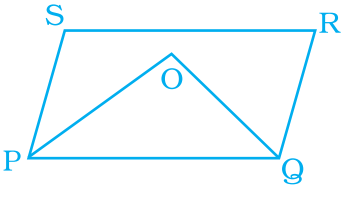
अत:, $18x = 360°$

या $x = 20°$

अत:, कोण 60°, 80°, 100° और 120° हैं।

उदाहरण 30: किसी समांतर चतुर्भुज PQRS में, $\angle P$ और $\angle Q$ के समद्विभाजक परस्पर O पर मिलते हैं। $\angle POQ$ ज्ञात कीजिए।

हल OP और OQ क्रमश: $\angle P$ और $\angle Q$ के समद्विभाजक हैं। (देखिए आकृति)



अत: $\angle OPQ = \frac{1}{2} \angle P$ और $\angle OQP = \frac{1}{2} \angle Q$

ΔPOQ में,

$\angle OPQ + \angle PQO + \angle POQ = 180°$ (कोण योग गुण)

अर्थात्, $\frac{1}{2}\angle P + \angle POQ + \frac{1}{2}\angle Q = 180°$

अर्थात्, $\angle POQ = 180° - \frac{1}{2}(< P + \angle Q)$

$= 180° - \frac{1}{2} \times 180°$

$= 90°$

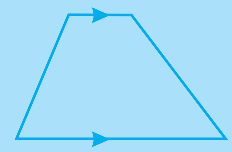
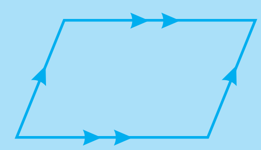
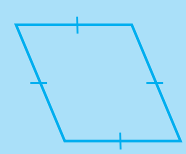
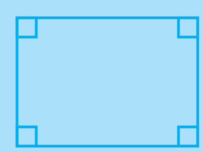
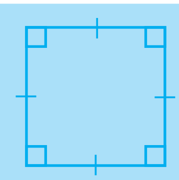
उदाहरण 31: एक चतुर्भुज के तीन कोण 50°, 40° और 123° हैं। उसका चौथा कोण ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि चौथा कोण x है। तब, $50^0 + 40^0 + 123^0 + x = 360^0$

या $x = 360^0 - 50^0 - 40^0 - 123^0$

$= 360^0 - 213^0 = 147^0$

चतुर्भुज एक बंद समतल आकृति है, जिसकी चारों भुजाएँ रेखा-खंड होती हैं। नीचे दी गयी आकृतियाँ विशेष प्रकार के चतुर्भुज हैं।

विशेष चतुर्भुज	आरेख
समलंब समलंब एक चतुर्भुज होता है, जिसकी भुजाओं का एक जोड़ा समांतर भुजाओं वाला होता है।	
समांतर चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज एक चतुर्भुज होता है, जिसमें समांतर भुजाओं के दो जोड़े (युग्म) होते हैं।	
समचतुर्भुज समचतुर्भुज एक ऐसा समांतर चतुर्भुज होता है, जिसकी चारों भुजाओं की लंबाई बराबर होती है।	
आयत आयत एक ऐसा समांतर चतुर्भुज होता है, जिसमें 4 समकोण होते हैं।	
वर्ग वर्ग एक ऐसा समांतर चतुर्भुज होता है, जिसकी चारों भुजाओं की लंबाइयाँ बराबर तथा 4 समकोण होते हैं।	

उदाहरण 32: किसी सम बहुभुज के बहिष्कोण का अंतःकोण से अनुपात 1:4 है। इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि बहुभुज का अंतःकोण x है।

तब, उस बहुभुज का बहिष्कोण $= 180° - x$

प्रश्न के अनुसार,

$$\frac{x}{180°-x}=\frac{1}{4}$$

या, $4x = 180° - x$

या, $5x = 180°$

या, $x = \frac{180°}{5}$

अत:, $x = 36°$ है।

अत:, बहुभुज की भुजाओं की संख्या $= \frac{360°}{\text{बहिष्कोण}}$

$= \frac{360°}{36°} = 10$

उदाहरण 33: एक बहुभुज का प्रत्येक अंत:कोण 108° है। इसकी भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

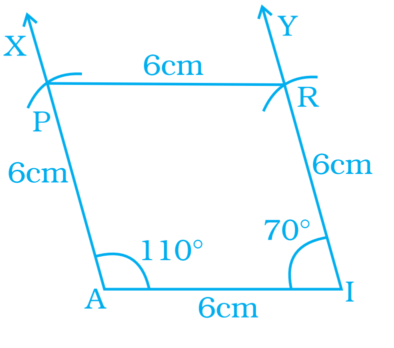
हल अंत:कोण = 108°

अत:, बहिष्कोण $= 180^0 - 108^0 = 72°$

भुजाओं की संख्या $= \frac{360°}{\text{बहिष्कोण}} = \frac{360^0}{72^0} = 5$

उदाहरण 34: एक समचतुर्भुज PAIR खींचिए, जब कि दिया है कि PA = 6 cm और ∠A = 110° है।

हल



क्योंकि एक समचतुर्भुज में सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, इसलिए PA = AI = IR = RP = 6cm है।

साथ ही, समचतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज भी होता है।

अत:, आसन्न कोण ∠I = 180° – 110° = 70°

रचना के चरण–

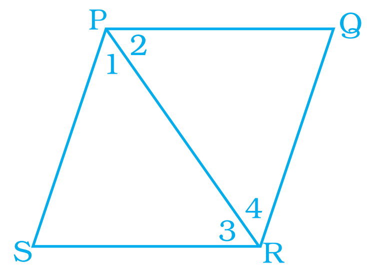
1. AI = 6cm खींचिए।
2. किरण $\overline{AX}$ इस प्रकार खींचिए कि $\angle IAX = 110°$ है तथा $\overline{IY}$ इस प्रकार खींचिए कि $\angle AIY = 70°$ हो।
3. A और I को केंद्र मानकर तथा 6cm त्रिज्या लेकर चाप खींचिए जो AX और IY को क्रमशः P और R पर प्रतिच्छेद करे।
4. PR को मिलाइए।

इस प्रकार, PAIR वाँछित समचतुर्भुज है।

उदाहरण 35: समचतुर्भुज का एक विकर्ण और उसकी भुजाएँ बराबर हैं। इस समचतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि PQRS एक ऐसा चतुर्भुज है, जिसमें विकर्ण PR उसकी भुजाओं के बराबर है। अर्थात् PQ = QR = RS = PS = PR है।

अतः ΔPRS और ΔPQR समबाहु त्रिभुज हैं।



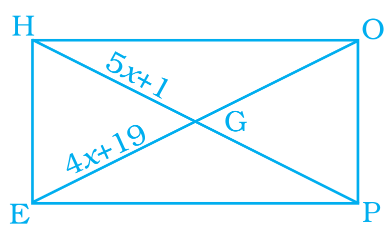
$\angle S = \angle Q = 60°$ [समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है]

तथा, $\angle P = \angle 1 + \angle 2 = 60° + 60° = 120° = \angle R$

अतः, $\angle S = \angle Q = 60°$ है और $\angle P = \angle R = 120°$ है।

उदाहरण 36: नीचे दी गयी आकृति में, HOPE एक आयत है। इसके विकर्ण G पर मिलते हैं। यदि HG = $5x + 1$ और EG = $4x + 19$ है, तो x ज्ञात कीजिए।

हल



क्योंकि आयत के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं,

अतः, HP = 2HG = 2 $(5x + 1) = 10x + 2$

12/04/18

तथा OE = 2EG = 2(4x+19) = 8x+38

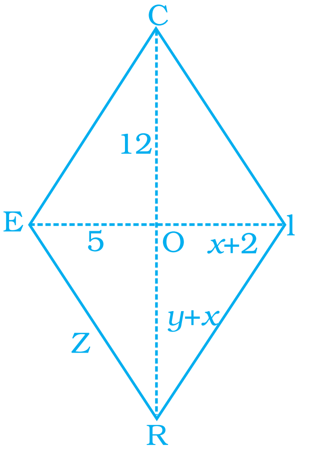
आयत के विकर्ण बराबर होते हैं। अतः, HP = OE है।

या 10x + 2 = 8x + 38

या 2x = 36, अर्थात् x = 18 है।

उदाहरण 37: समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

दी हुई आकृति में, RICE एक समचतुर्भुज है। x, y , और z ज्ञात कीजिए। इसके बाद समचतुर्भुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।



हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

हमें x, y और z का मान एवं समचतुर्भुज का परिमाप ज्ञात करना है।

हम क्या जानते हैं? RICE एक समचतुर्भुज है तथा

OC = 12, OE = 5, OI = x+2, OR = x+y है।

एक युक्ति की योजना बनाइए

(1) हमें विकर्णों के भाग ज्ञात करने हैं। हम इस गुण का प्रयोग करते हैं कि समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

(2) हमें समचतुर्भुज की भुजा ज्ञात करनी है। हम इस गुण का प्रयोग करते हैं कि समचतुर्भुज के विकर्ण समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं तथा साथ ही पाइथागोरस प्रमेय का भी प्रयोग करते हैं।

(3) क्योंकि समचतुर्भुज की सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, इसलिए इसका परिमाप = 4 × भुजा है।

हल चरण 1. OI = OE ⇒ x + 2 = 5 या x = 5 – 2 = 3

OC = OR ⇒ 12 = y + x या y = 12 – x

=12 – 3 = 9

चरण 2. EOR एक समकोण त्रिभुज है।

अतः, $ER^2 = OE^2 + OR^2$

$= 5^2 + 12^2$

= 25 + 144 = 169

इसलिए, Z = ER = $\sqrt{169}$ = 13cm

चरण 3. क्योंकि समचतुर्भुज की सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, अत:

$\therefore$ RE = RI = IC = CE = 13cm

इसलिए, समचतुर्भुज RICE का परिमाप = 4 × ER = 4 × 13cm

= 52cm

पुनर्निरीक्षण

हमें x, y और z तथा समचतुर्भुज का परिमाप ज्ञात करना था तथा वह हमने ज्ञात कर लिया है।

जाँच

$x + 2 = 5$ और $x = 3 \Rightarrow 3 + 2 = 5$

अत:, x का मान सही है।

$x + y = 12$ है। क्योंकि $x = 3$ और $y = 9$ है, इसलिए

$3 + 9 = 12$ है। $\Rightarrow$ अत: y का मान सही है।

समचतुर्भुज का परिमाप = $2\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ (जहाँ d_1 और d_2 विकर्ण हैं)

$= 2\sqrt{24^2 + 10^2}$

$= 2\sqrt{576 + 100}$

$= 2\sqrt{676} = 52$ cm

सोचिए और चर्चा कीजिए

(i) यदि RICE एक समचतुर्भुज न होकर एक समांतर चतुर्भुज हो तो क्या आप x, y और z ज्ञात कर सकते हैं?

(ii) यदि RICE ऐसा समचतुर्भुज है, जिसमें EC = 20cm और OC = 12cm है, तो क्या आप x, y और z ज्ञात कर सकते हैं?

उदाहरण 38: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

भुजा 4.5cm और एक विकर्ण 6cm वाला एक समचतुर्भुज खींचिए।

हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

आप क्या जानते हैं?

यहाँ समचतुर्भुज की भुजा = 4.5cm

और उसका विकर्ण = 6cm है।

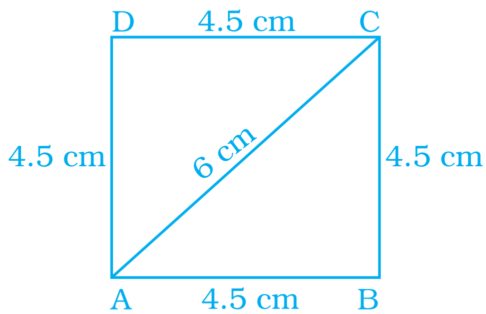
समचतुर्भुज को बनाने के लिए हमें किसकी आवश्यकता है?

उसकी चार भुजांए और उसका एक विकर्ण

एक युक्ति की योजना बनाइए

(1) समचतुर्भुज के इस गुण का प्रयोग कीजिए कि इसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं।

(2) एक मुक्त-हस्त रफ़ आकृति बनाइए और इसका नाम ABCD रखिए।



हल कीजिए

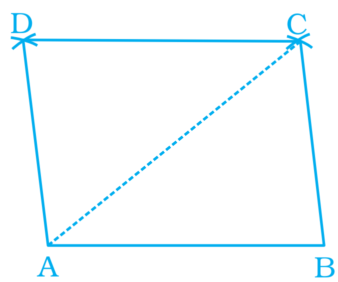
चरण 1. AB = 4.5cm खींचिए।

चरण 2. A को केंद्र मानकर और 6cm त्रिज्या लेकर, AB के ऊपर एक चाप खींचिए।

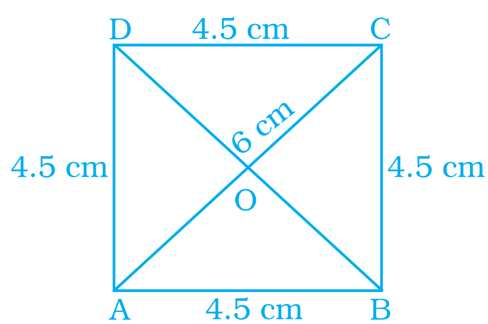
चरण 3. B को केंद्र मानकर और 4.5cm त्रिज्या का लेकर एक चाप खींचिए, जो चरण 2 के चाप को बिंदु C पर काटे।

चरण 4. AC और BC को मिलाइए।

चरण 5. A और C को केंद्र मानकर और 4.5 cm त्रिज्या लेकर दो चाप खींचिए, जो परस्पर बिंदु D पर प्रतिच्छेद करें।



चरण 6. ABCD ही वाँछित समचतुर्भुज है।



जाँच- अपनी रचना की जाँच, समचतुर्भुज के किसी अन्य गुण का प्रयोग करते हुए कीजिए।

चरण 1. BD को मिलाइए ताकि AC को O पर प्रतिच्छेद करे।

चरण 2. $\angle AOB$ को मापिए। क्या यह 90° है?

चरण 3. OA और OC को मापिए। क्या ये बराबर हैं?

चरण 4. OB और OD को मापिए। क्या ये बराबर हैं?

यदि 2, 3 और 4 में आपके उत्तर हाँ हैं, तो इसका अर्थ है कि जो आपने खींचा है वह समचतुर्भुज है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. क्या आप इस समचतुर्भुज को किसी अन्य गुण का प्रयोग करके खींच सकते हैं?
2. क्या आप इन दिए हुए मापनों से एक समांतर चतुर्भुज खींच सकते हैं?
3. आप इस समचतुर्भुज को किस प्रकार खींचेंगे, यदि भुजा 4.5cm के स्थान पर 4.5cm लंबाई वाला इसका विकर्ण दिया हुआ हो?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 52 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. यदि किसी चतुर्भुज के तीन कोणों में से प्रत्येक कोण 75° के बराबर है, तो चौथा कोण है–

(a) 150° (b) 135° (c) 45° (d) 75°

2. निम्न में से किसके लिए, विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं?

(a) वर्ग (b) पतंग

(c) समलंब (d) चतुर्भुज

3. निम्न में से किस के लिए, सभी कोण बराबर होते हैं?

(a) आयत (b) पतंग

(c) समलंब (d) समचतुर्भुज

4. निम्न में से किस आकृति में, विकर्ण परस्पर लंब होते हैं?

(a) समांतर चतुर्भुज (c) पतंग

(b) समलंब (d) आयत

5. निम्न में से किस आकृति के लिए विकर्ण बराबर होते हैं?

(a) समलंब (b) समचतुर्भुज

(c) समांतर चतुर्भुज (d) आयत

6. नीचे दी गयी आकृतियों में से कौन-सी आकृति निम्नलिखित गुणों को संतुष्ट करती है?

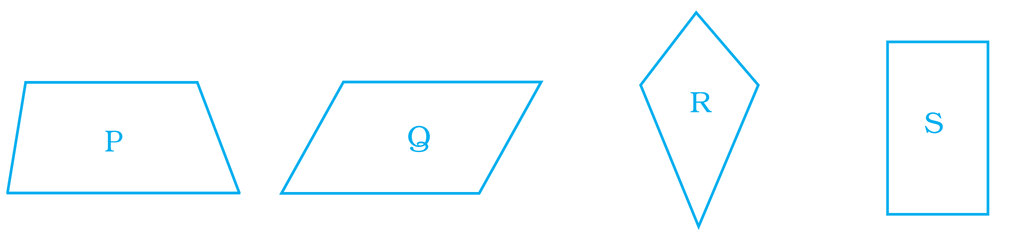
- सभी भुजाएँ बराबर हैं।
- सभी कोण समकोण हैं।
- सम्मुख भुजाएँ समांतर हैं।

12/04/18

(a) P (b) Q (c) R (d) S

7. निम्न में से कौन-सी आकृति नीचे लिखे गुण को संतुष्ट करती है?

''इसमें बराबर आसन्न भुजाओं के दो युग्म हैं।''



(a) P (b) Q (c) R (d) S

8. निम्न में से कौन-सी आकृति नीचे लिखे गुण को संतुष्ट करती है?

''भुजाओं का केवल एक युग्म समांतर है।''

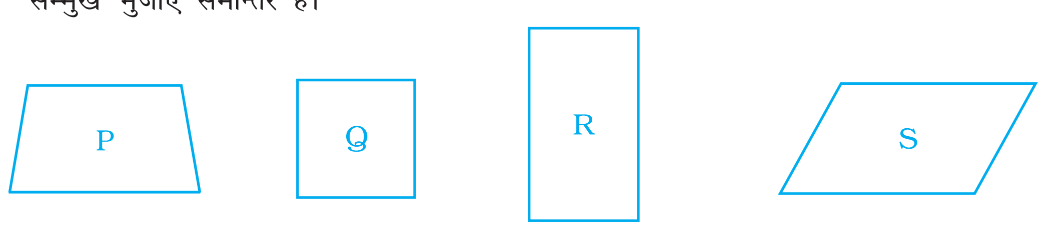
(a) P (b) Q (c) R (d) S

9. निम्न में से कौन-सी आकृति नीचे लिखे गुणों में से किसी भी गुण को संतुष्ट नहीं करती?

" सभी भुजाएँ बराबर हैं। "

" सभी कोण समकोण हैं। "

" सम्मुख भुजाएँ समान्तर हैं। "



(a) P (b) Q (c) R (d) S

10. निम्नलिखित गुणों में से किस एक के द्वारा एक समलंब की व्याख्या होती है?

(a) समांतर सम्मुख भुजाओं का एक युग्म

(b) विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

(c) विकर्ण परस्पर लंब होते हैं।

(d) विकर्ण बराबर होते हैं।

11. निम्न में से कौन एक समांतर चतुर्भुज का गुण है?

(a) सम्मुख भुजाएँ समांतर होती हैं।

(b) विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

(c) विकर्ण परस्पर लंब होते हैं।

(d) सभी कोण बराबर होते हैं।

12. एक चतुर्भुज में अधिक कोणों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

13. किसी n भुजाओं वाले बहुभुज में, हम शीर्षों को मिलाकर कितने परस्पर अनाच्छादित त्रिभुज बना सकते हैं?

(a) $n-1$ (b) $n-2$ (c) $n-3$ (d) $n-4$

14. किसी पंचभुज के कोणों का योग कितना होता है?

(a) 180° (b) 360° (c) 540° (d) 720°

15. किसी षड्भुज के कोणों का योग होता है–

(a) 180° (b) 360° (c) 540° (d) 720°

16. यदि किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोण $(5x-5)°$ और $(10x+35)°$ हैं, तो इन कोणों का अनुपात होगा–

(a) 1 : 3 (b) 2 : 3 (c) 1 : 4 (d) 1 : 2

17. एक चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों, सम्मुख कोण बराबर हों और विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करें, होता है एक

(a) समचतुर्भुज (b) समांतर चतुर्भुज (c) पतंग (d) आयत

18. एक चतुर्भुज जिसकी सम्मुख भुजाएँ और सभी कोण बराबर हों, होता है एक

(a) आयत (b) समांतर चतुर्भुज (c) समलंब (d) समचतुर्भुज

19. एक चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ, विकर्ण और कोण बराबर हों, होता है एक

(a) वर्ग (b) समलंब

(c) आयत (d) समचतुर्भुज

20. एक षड्भुज में कितने विकर्ण होते हैं?

(a) 9 (b) 8 (c) 2 (d) 6

21. यदि किसी समांतर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ बराबर हों, तो वह समांतर चतुर्भुज होता है एक

(a) आयत (b) समलंब (c) समचतुर्भुज (d) पतंग

22. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण बराबर हों तथा परस्पर समद्विभाजित करें, तो वह होता है एक

(a) समचतुर्भुज (b) आयत

(c) समलंब (d) समांतर चतुर्भुज

23. किसी त्रिभुज के एक ही क्रम के बहिष्कोणों का योग होता है–

(a) 180° (b) 360° (c) 540° (d) 720°

24. निम्न में से कौन एक समानकोणिक और समबाहु बहुभुज है?

(a) वर्ग (b) आयत (c) समचतुर्भुज (d) समकोण त्रिभुज

25. निम्न में से किस में पतंग और समांतर चतुर्भुज के सभी गुण हैं?

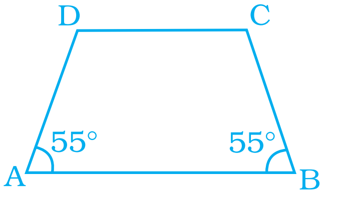
(a) समलंब (b) समचतुर्भुज (c) आयत (d) समांतर चतुर्भुज

26. किसी चतुर्भुज के कोण 1 : 2 : 3 : 4 के अनुपात में हैं। इनमें सबसे छोटा कोण है–

(a) 72° (b) 144° (c) 36° (d) 18°

27. नीचे दिए हुए समलंब ABCD में, $\angle D$ की माप होगी–

(a) 55° (b) 115° (c) 135° (d) 125°



28. यदि एक चतुर्भुज के तीन कोणों में से प्रत्येक की माप 80° है, तब चौथे कोण की माप होगी–

(a) 150° (b) 120° (c) 105° (d) 140°

29. उस समबहुभुज की भुजाओं की संख्या, जिसका प्रत्येक बहिष्कोण 45° माप का है, होगी–

(a) 8 (b) 10 (c) 4 (d) 6

30. यदि किसी समांतर चतुर्भुज PQRS में $\angle P = 60°$ है, तो उसके अन्य कोण हैं–

(a) 45°, 135°, 120° (b) 60°, 120°, 120°

(c) 60°, 135°, 135° (d) 45°, 135°, 135°

31. यदि किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का अनुपात 2 : 3 है, तो ये कोण हैं–

(a) 72°, 108° (b) 36°, 54° (c) 80°, 120° (d) 96°, 144°

32. यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, तो $\angle P - \angle R$ है–

(a) 60° (b) 90° (c) 80° (d) 0°

33. एक समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का योग है–

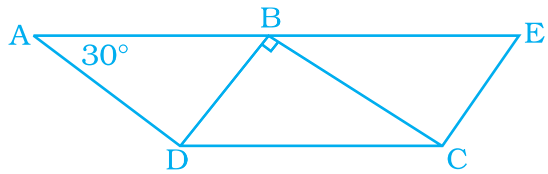
(a) 180° (b) 120° (c) 360° (d) 90°

34. किसी समांतर चतुर्भुज के एक अधिक कोण वाले शीर्ष से खींचे गये दो शीर्षलंबों के बीच का कोण 30° है। उस अधिक कोण की माप है–

(a) 100° (b) 150° (c) 105° (d) 120°

35. नीचे दी गयी आकृति में, ABCD और BDCE एक ही आधार DC पर दो समांतर चतुर्भुज हैं। यदि $BC \perp BD$ है, तो $\angle BEC$ बराबर है–

(a) 60° (b) 30° (c) 150° (d) 120°



36. एक आयत, जिसकी भुजाएँ 10cm और 24cm हैं, के एक विकर्ण की लंबाई है–

(a) 25cm (b) 20cm (c) 26cm (d) 3.5cm

37. यदि किसी समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोण बराबर हों, तो वह है एक–

(a) आयत (b) समलंब

(c) समचतुर्भुज (d) इनमें से कोई भी

38. निम्न में से कौन किसी चतुर्भुज के अंत:कोण हो सकते हैं?

(a) 140°, 40°, 20°, 160° (b) 270°, 150°, 30°, 20°

(c) 40°, 70°, 90°, 60° (d) 110°, 40°, 30°, 180°

39. एक अवतल चतुर्भुज के कोणों का योग होता है–

(a) 360° से ज्यादा (b) 360° से कम

(c) 360° के बराबर (d) 360° का दो गुना

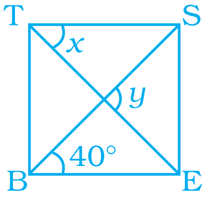
40. निम्न में कौन एक सम बहुभुज का बहिष्कोण नहीं हो सकता?

(a) 22° (b) 36° (c) 45° (d) 30°

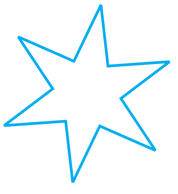
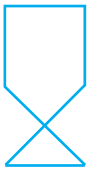
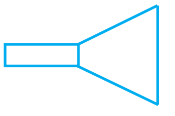
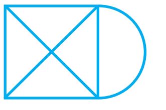
41. दी हुई आकृति में, BEST एक समचतुर्भुज है। तब, $y-x$ का मान है–

(a) 40° (b) 50° (c) 20° (d) 10°

12/04/18



42. बंद वक्र, जो एक बहुभुज भी है-

(a)  (b)  (c)  (d) 

43. निम्न में से कौन n भुजाओं वाले एक समबहुभुज के बहिष्कोण के लिए सत्य नहीं है?

(a) प्रत्येक बहिष्कोण = $\frac{360°}{n}$

(b) बहिष्कोण = 180° – अंतः कोण

(c) $n = \frac{360°}{\text{बहिष्कोण}}$

(d) प्रत्येक बहिष्कोण = $\frac{(n-2)\times 180°}{n}$

44. PQRS एक वर्ग है। PR और SQ परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तब $\angle POQ$ है एक

(a) समकोण (b) सरल कोण

(c) प्रतिवर्ती कोण (d) संपूर्ण कोण

45. एक समांतर चतुर्भुज दो आसन्न कोण 1:5 के अनुपात में हैं। तब, उस समांतर चतुर्भुज के कोण हैं-

(a) 30°, 150°, 30°, 150° (b) 85°, 95°, 85°, 95°

(c) 45°, 135°, 45°, 135° (d) 30°, 180°, 30°, 180°

46. QR = 6cm, PQ = 4 cm और $\angle PQR = 90°$ के साथ एक समांतर चतुर्भुज की रचना की जाती है। तब PQRS है एक

(a) वर्ग (b) आयत (c) समचतुर्भुज (d) समलंब

47. किसी चतुर्भुज PQRS के कोण P, Q, R और S 1:3:7:9 के अनुपात में है। तब, PQRS है एक

(a) समांतर चतुर्भुज (b) समलंब, जिसमें PQ | | RS है।

12/04/18

(c) समलंब, जिसमें QR||PS है। (d) पतंग

48. PQRS एक समलंब है, जिसमें PQ||SR है तथा $\angle P=130°$ और $\angle Q=110°$ है। तब $\angle R$ बराबर है–

(a) 70° (b) 50° (c) 65° (d) 55°

49. प्रत्येक अंत:कोण 135° वाले एक समबहुभुज की भुजाओं की संख्या है–

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9

50. यदि एक चतुर्भुज का एक विकर्ण उसके दो सम्मुख कोणों को समद्विभाजित करे, तो वह होता है एक

(a) पतंग (b) समांतर चतुर्भुज

(c) समचतुर्भुज (d) आयत

51. एक अद्वितीय समांतर चतुर्भुज की रचना करने के लिए, न्यूनतम आवश्यक मापों की संख्या है–

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

52. एक अद्वितीय आयत की रचना करने के लिए, न्यूनतम आवश्यक मापों की संख्या है–

(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

प्रश्न 53 से 91 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ।

53. चतुर्भुज HOPE में, सम्मुख भुजाओं के युग्म __________ हैं।

54. चतुर्भुज ROPE में, आसन्न कोणों के युग्म __________हैं।

55. चतुर्भुज WXYZ में, सम्मुख कोणों के युग्म __________हैं।

56. चतुर्भुज DEFG के विकर्ण __________ और __________हैं।

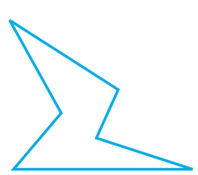
57. चतुर्भुज के सभी __________ का योग 360° है।

58. एक सम पंचभुज के प्रत्येक बहिष्कोण की माप __________है।

59. एक षड्भुज के कोणों का योग __________है।

60. 18 भुजाओं वाले एक सम बहुभुज के प्रत्येक बहिष्कोण की माप __________है।

61. उस सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या, जिसके प्रत्येक बहिष्कोण की माप 36° है, __________है।

62.  एक बंद वक्र है जो पूर्ण रूप से केवल रेखाखंडों से ही बना है। इसका अन्य नाम __________ है।

12/04/18

63. एक चतुर्भुज, जो समांतर चतुर्भुज नहीं है परंतु जिसमें सम्मुख कोणों का ठीक एक युग्म बराबर है, ___________होता है।

64. एक सम पंचभुज के प्रत्येक कोण की माप ___________है।

65. तीन भुजाओं वाले समबहुभुज का नाम ___________है।

66. एक षड्भुज में विकर्णों की संख्या ___________है।

67. बहुभुज एक सरल बंद वक्र है जो केवल ___________ से ही बनी होती है।

68. एक सम बहुभुज वह बहुभुज है जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, और सभी ___________ बराबर होते हैं।

69. n भुजाओं वाले एक बहुभुज के कोणों का योग ___________ समकोण होता है।

70. किसी बहुभुज के एक ही क्रम में लिये गये सभी बहिष्कोणों का योग ___________होता है।

71. ___________ एक सम चतुर्भुज है।

72. एक चतुर्भुज, जिसमें सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर हो, ___________कहलाता है।

73. यदि एक चतुर्भुज की सभी भुजाएँ बराबर हों, तो वह एक ___________होता है।

74. एक सम चतुर्भुज में विकर्ण ___________ पर प्रतिच्छेद करते हैं।

75. ___________ मापनों से एक चतुर्भुज अद्वितीय रूप से निर्धारित हो सकता है।

76. एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना हो सकती है, यदि उसकी तीन भुजाएँ और ___________ कोण दिये हों।

77. एक समचतुर्भुज ऐसा समांतर चतुर्भुज है, जिसमें ___________ भुजाएँ बराबर होती हैं।

78. एक अवतल चतुर्भुज के ___________ कोण की माप 180° से अधिक होती है।

79. एक चतुर्भुज का विकर्ण वह रेखाखंड है, जो उस चतुर्भुज के दो ___________ शीर्षों को मिलाता है।

80. एक बहिष्कोण 72° वाले एक सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या ___________है।

81. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करें, तो वह एक ___________ होता है।

82. एक समांतर चतुर्भुज की आसन्न भुजाएँ 5cm और 9cm है। उसका परिमाप ___________है।

83. एक नवमभुज में ___________ भुजाएँ होती हैं।

84. आयत के विकर्ण ___________ होते हैं।

85. 10 भुजाओं वाला बहुभुज ___________ कहलाता है।

86. एक आयत की यदि आसन्न भुजाएँ बराबर हों, तो वह एक ___________ बन जाता है।

87. यदि एक आयत के एक विकर्ण की लंबाई 6cm हो, तो उसके दूसरे विकर्ण की लंबाई __________ होगी।

88. एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोण __________ होते हैं।

89. यदि किसी चतुर्भुज का केवल एक विकर्ण ही दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करे, तो वह चतुर्भुज एक __________होता है।

90. एक समलंब ABCD, जिसमें AB | | CD है, यदि $\angle A = 100°$ है, तो $\angle D =$ __________होगा।

91. वह बहुभुज, जिसमें एक ही क्रम में लिये गये सभी बहिष्कोणों का योग उसके अंत:कोणों के योग के बराबर हो, एक __________ होता है।

प्रश्न संख्या 92 से 131 में, बताइए कि कथन सत्य है या असत्य–

92. समलंब के सभी कोण बराबर होते हैं।

93. सभी वर्ग आयत होते हैं।

94. सभी पतंग वर्ग होते हैं।

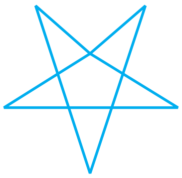
95. सभी आयत समांतर चतुर्भुज होते हैं।

96. सभी समचतुर्भुज वर्ग होते हैं।

97. चतुर्भुज के सभी कोणों का योग 180° होता है।

98. एक चतुर्भुज के दो विकर्ण होते हैं।

99. त्रिभुज एक ऐसा बहुभुज है जिसके एक ही क्रम में लिये गये बहिष्कोणों का योग उसके अंत:कोणों के योग का दोगुना होता है।

100.  एक बहुभुज है।

101. एक पतंग एक उत्तल चतुर्भुज नहीं है।

102. अंत:कोणों के योग और एक ही क्रम में लिये गये बहिष्कोणों के योग केवल चतुर्भुजों के लिए बराबर होते हैं।

103. यदि किसी बहुभुज के अंत:कोणों का योग उसके एक ही क्रम में लिए गए बहिष्कोणों के योग का दोगुना हो, तो वह एक षड्भुज होगा।

104. एक बहुभुज सम बहुभुज होता है, यदि उसकी सभी भुजाएँ बराबर हों।

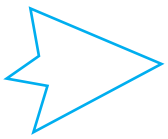
105. आयत एक सम चतुर्भुज है।

12/04/18

106. यदि एक समचतुर्भुज के विकर्ण बराबर हों, तो वह अवश्य ही आयत होगा।

107. यदि एक चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर हों, तो वह अवश्य ही समांतर चतुर्भुज होगा।

108. यदि एक त्रिभुज के अंत:कोणों का अनुपात 1:2:3 हो, तो उसके बहिष्कोणों का अनुपात 3:2:1 होगा।

109.  एक अवतल पंचभुज है।

110. समचतुर्भुज के विकर्ण बराबर और परस्पर लंब होते हैं।

111. आयत के विकर्ण बराबर होते हैं।

112. आयत के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

113. प्रत्येक पतंग एक समांतर चतुर्भुज है।

114. प्रत्येक समलंब एक समांतर चतुर्भुज है।

115. प्रत्येक समांतर चतुर्भुज एक आयत है।

116. प्रत्येक समलंब एक आयत है।

117. प्रत्येक आयत एक समलंब है।

118. प्रत्येक वर्ग एक समचतुर्भुज है।

119. प्रत्येक वर्ग एक समांतर चतुर्भुज है।

120. प्रत्येक वर्ग एक समलंब है।

121. प्रत्येक समचतुर्भुज एक समलंब है।

122. यदि केवल चतुर्भुज की चारों भुजाओं की माप दी हुई हों, तो उस चतुर्भुज को खींचा जा सकता है।

123. किसी चतुर्भुज के चारों कोण अधिक कोण हो सकते हैं।

124. एक चतुर्भुज की रचना की जा सकती है, यदि उसकी चारों भुजाएँ और एक विकर्ण दिया हो।

125. एक चतुर्भुज की रचना की जा सकती है, यदि उसके चारों कोण और एक भुजा दी हो।

126. एक चतुर्भुज खींचा जा सकता है, यदि उसकी चारों भुजाएँ और एक कोण दिया हो।

127. एक चतुर्भुज खींचा जा सकता है, यदि उसकी तीन भुजाएँ और दोनों विकर्ण दिये हों।

128. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करें, तो वह समांतर चतुर्भुज होगा।

129. एक चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि उसके तीन कोण तथा कोई भी दो भुजाएँ दी हों।

130. एक समांतर चतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि उसके दोनों विकर्ण और उनके बीच का कोण दिया हो।

नीचे दिए गए प्रश्नों को हल कीजिये–

131. एक समचतुर्भुज की अद्वितीय रूप से रचना की जा सकती है, यदि उसके दोनों विकर्ण दिये हों।

132. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 8cm और 15cm हैं। उसकी भुजा ज्ञात कीजिए।

133. एक समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोण 1:3 के अनुपात में हैं। उसके कोण ज्ञात कीजिए।

134. चार चतुर्भुजों – वर्ग, आयत, समचतुर्भुज और समलंब में से एक अन्य तीन से अपने डिजाइन के कारण कुछ भिन्न हैं। उसे ज्ञात कीजिए और उसका औचित्य दीजिए।

135. एक आयत ABCD में, AB=25cm और BC=15 है। $\angle C$ का समद्विभाजिक AB को किस अनुपात में विभाजित करता है?

136. PQRS एक आयत है। S से PR पर डाला गया लंब ST कोण S को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है। $\angle TPQ$ को ज्ञात कीजिए।

137. एक फोटो फ्रेम एक चतुर्भुज के आकार का है। इसका एक विकर्ण दूसरे से बड़ा है। क्या यह एक आयत है? क्यों और क्यों नहीं?

138. एक समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोण $(2x–4)°$ और $(3x–1)°$ है। इस समांतर चतुर्भुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।

139. किसी चतुर्भुज के विकर्णों का प्रतिच्छेद बिंदु इनमें से एक को 1:2 के अनुपात में विभाजित करता है। क्या यह एक समांतर चतुर्भुज होगा? क्यों और क्यों नहीं?

140. एक समबहुभुज के बहिष्कोण और अंत:कोण 1:5 के अनुपात में हैं। इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

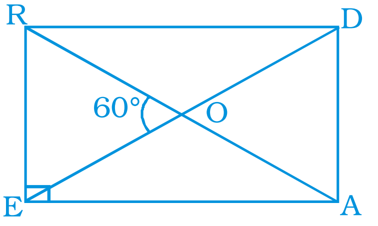
141. 5cm लंबाई वाली दो लकड़ियाँ परस्पर इस प्रकार काट रही हैं कि वे परस्पर समद्विभाजित करती हैं। इनके सिरों को मिलाने पर क्या आकार प्राप्त होगा? कारण दीजिए।

142. 7cm लंबाई वाली दो लकड़ियाँ परस्पर इस प्रकार काट रही हैं कि वे परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करती हैं। इनके सिरों को मिलाने पर क्या आकार प्राप्त होगा? कारण दीजिए।

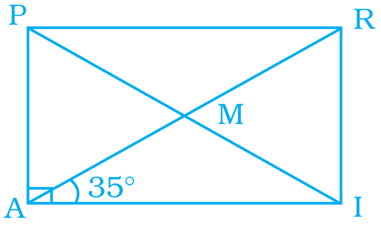
143. किसी शहर का एक खेल का मैदान पतंग के आकार का है। इसका परिमाप 106 मी है। इसकी एक भुजा 23 मी है, तो अन्य तीनों भुजाओं की लंबाइयाँ कितनी–कितनी हैं?

12/04/18

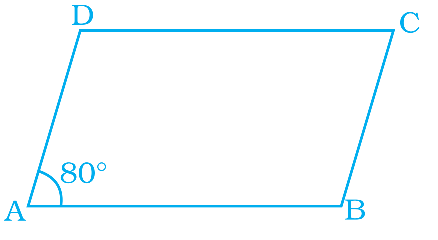
144. नीचे दिये आयत READ में, ∠EAR, ∠RAD और ∠ROD ज्ञात कीजिए।



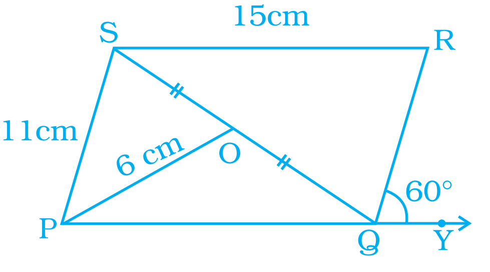
145. नीचे दिये आयत PAIR में, ∠ARI, ∠RMI और ∠PMA ज्ञात कीजिए।



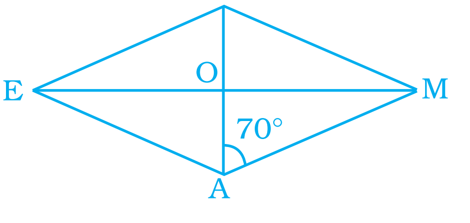
146. नीचे दिये समांतर चतुर्भुज ABCD में, ∠B, ∠C और ∠D ज्ञात कीजिए।



147. नीचे दिये समांतर चतुर्भुज PQRS में, O विकर्ण SQ का मध्य बिंदु है। ∠S, ∠R, PQ, QR और विकर्ण PR ज्ञात कीजिए।

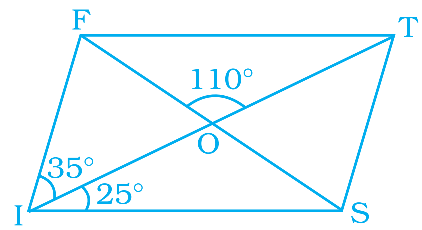


148. नीचे दिये समचतुर्भुज BEAM में, ∠AME और ∠AEM ज्ञात कीजिए।

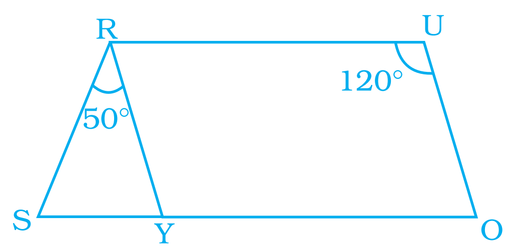


12/04/18

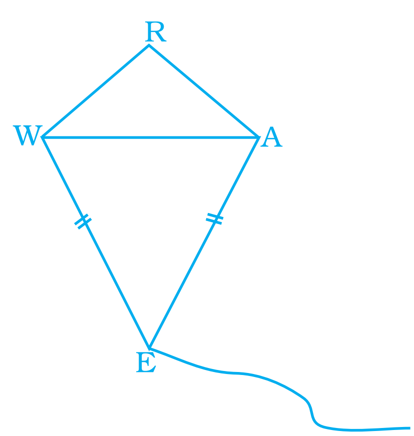
149. नीचे दिये समांतर चतुर्भुज FIST में, ∠SFT, ∠OST और ∠STO ज्ञात कीजिए।



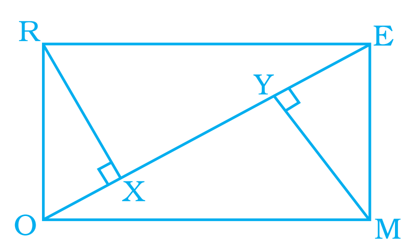
150. नीचे दिये गये समांतर चतुर्भुज YOUR में, ∠RUO=120° है और OY को एक बिंदु S तक बढ़ाया गया है, ताकि ∠SRY = 50° हो। ∠YSR ज्ञात कीजिए।



151. नीचे दिये गये पतंग WEAR में, ∠WEA = 70° और ∠ARW = 80° है। शेष दोनों कोणों को ज्ञात कीजिए।



152. नीचे दी गयी आकृति में, एक आयत MORE दर्शाया गया है–



उचित कारण देते हुए, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(i) क्या RE = OM है?

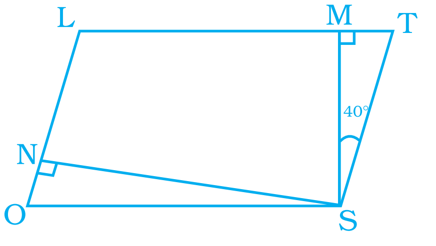
(ii) क्या ∠MYO = ∠RXE है?

(iii) क्या ∠MOY = ∠REX है?

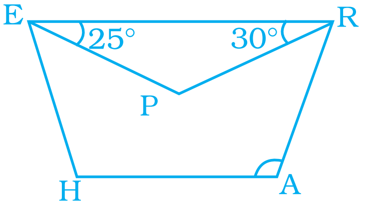
(iv) क्या ΔMYO ≅ ΔRXE है?

(v) क्या MY = RX है?

153. समांतर चतुर्भुज LOST में, SN⊥OL और SM⊥LT है। ∠STM, ∠SON और ∠NSM ज्ञात कीजिए।

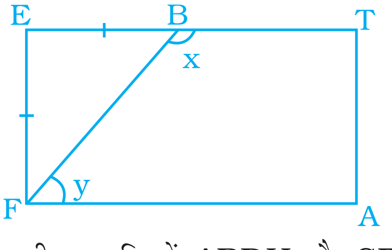


154. समलंब HARE में, EP और RP क्रमश: ∠E और ∠R के समद्विभाजक हैं। ∠HAR और ∠EHA ज्ञात कीजिए।



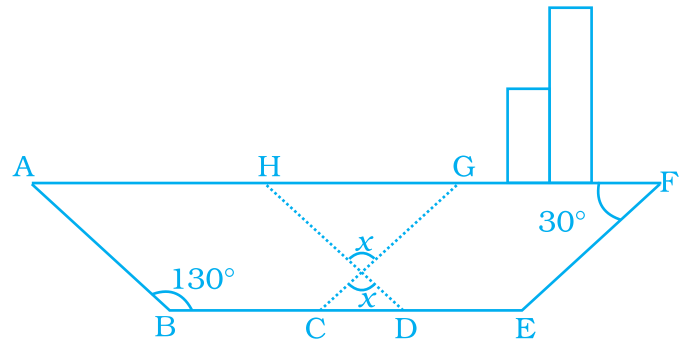
155. एक समांतर चतुर्भुज MODE में, ∠M कोण ∠O के समद्विभाजक Q पर मिलते हैं। ∠MQO की माप ज्ञात कीजिए।

156. एक खेल का मैदान एक आयत ATEF के रूप का है। दो खिलाड़ी बिंदु F और B पर खड़े हैं, जहाँ EF=EB है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।

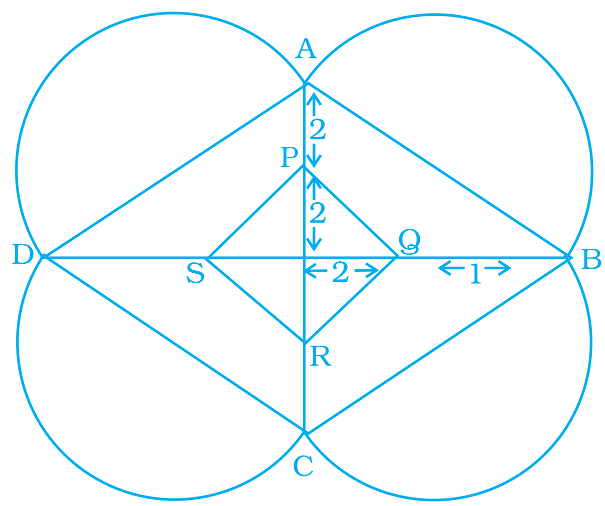


157. नीचे दिये गये एक जहाज की आकृति में, ABDH और CEFG दो समांतर चतुर्भुज हैं। x का मान ज्ञात कीजिए।

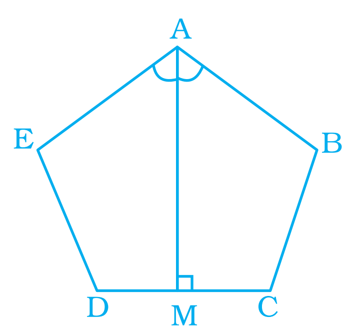
12/04/18



158. किसी घर के फर्श पर एक रंगोली बनायी गयी है। इसमें, ABCD और PQRS दोनों समचतुर्भुजों के आकर के हैं। समचतुर्भुज ABCD की प्रत्येक भुजा पर खींचे गये अर्धवृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



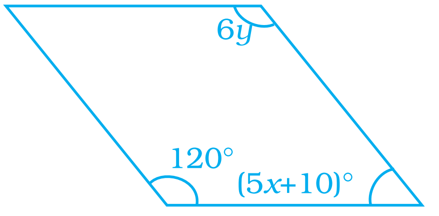
159. ABCDE एक सम पंचभुज है। कोण A का समद्विभाजक भुजा CD से M पर मिलता है। $\angle AMC$ ज्ञात कीजिए।



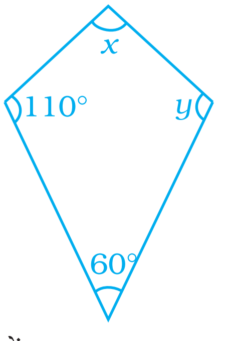
160. चतुर्भुज EFGH एक आयत है, जिसमें J दोनों विकर्णों का प्रतिच्छेद बिंदु है। x का मान ज्ञात कीजिए, $JF = 8x + 4$ और $EG = 24x - 8$ है।

12/04/18

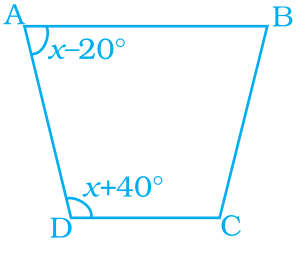
161. निम्न समांतर चतुर्भुज में, x और y के मान ज्ञात कीजिए–



162. निम्न पतंग में, x और y के मान ज्ञात कीजिए–



163. नीचे दिये गये समलंब ABCD में, x का मान ज्ञात कीजिए–



164. किसी चतुर्भुज के दो कोणों में से प्रत्येक की माप 75° है तथा अन्य दो कोण बराबर हैं। इन दोनों कोणों के माप क्या हैं? संभावित बनने वाली आकृतियों के नाम लिखिए।

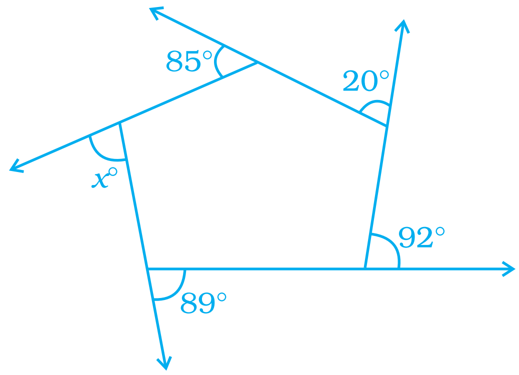
165. चतुर्भुज PQRS में, $\angle P = 50°$, $\angle Q = 50°$ और $\angle R = 60°$ है। $\angle S$ ज्ञात कीजिए। क्या यह चतुर्भुज उत्तल है या अवतल?

166. एक चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर और संपूरक हैं। प्रत्येक कोण की माप ज्ञात कीजिए।

167. एक सम अष्टभुज के प्रत्येक कोण की माप ज्ञात कीजिए।

168. एक सम पंचभुज के एक बहिष्कोण की माप तथा एक सम दशभुज के एक बहिष्कोण की माप ज्ञात कीजिए। इन दोनों मापों में क्या अनुपात है?

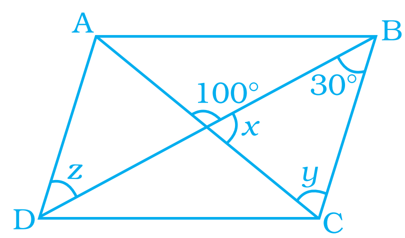
169. नीचे दी गयी आकृति में, x का मान ज्ञात कीजिए।



170. एक चतुर्भुज के तीन कोण बराबर हैं। चौथे कोण की माप 120° है। बराबर कोणों में से प्रत्येक की माप ज्ञात कीजिए।

171. एक चतुर्भुज HOPE में, PS और ES क्रमशः ∠P और ∠E के समद्विभाजक हैं। क्या ∠O + ∠H = 2∠PSE है? कारण दीजिए।

172. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। x, y और z के मान ज्ञात कीजिए।



173. एक चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर लंब हैं। क्या ऐसा चतुर्भुज सदैव एक समचतुर्भुज होता है? अपने उत्तर के औचित्य के लिए एक आकृति दीजिए।

174. ABCD एक समलंब है, जिसमें AB || CD, ∠A : ∠D = 2:1 और ∠B : ∠C = 7:5 है। इस समलंब के कोण ज्ञात कीजिए।

175. रेखा l रेखा m के समांतर है तथा एक तिर्यक रेखा p क्रमशः इन्हें X और Y पर प्रतिच्छेद करती है। X और Y पर स्थित अंतःकोणों के समद्विभाजक P और Q प्रतिच्छेद करते हैं। क्या PXQY एक आयत है? कारण दीजिए।

176. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। कोण A का समद्विभाजक CD को X पर प्रतिच्छेद करता है तथा कोण C का समद्विभाजक AB को Y पर प्रतिच्छेद करता है। क्या AXCY एक समांतर चतुर्भुज है? कारण दीजिए।

177. किसी समांतर चतुर्भुज का एक विकर्ण उसके एक कोण को समद्विभाजित करता है। क्या वह दूसरे कोण को भी समद्विभाजित करेगा? कारण दीजिए।

12/04/18

178. एक समांतर चतुर्भुज के अधिक कोण वाले शीर्ष से खींचे गये दो शीर्षलंबों के बीच का कोण 45° है। इस समांतर चतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।

179. ABCD एक समचतुर्भुज इस प्रकार है कि AB का लंब समद्विभाजक D से होकर जाता है। इस समचतुर्भुज के कोण ज्ञात कीजिए।

संकेत : BD को मिलाइए। तब ΔABD एक समबाहु त्रिभुज है।

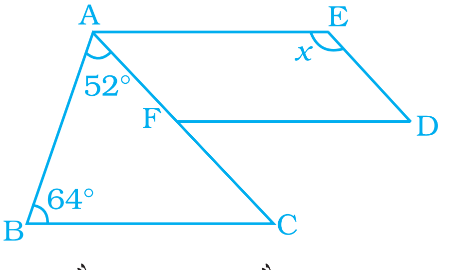
180. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। भुजा AB और AD पर क्रमश: बिंदु P और Q इस प्रकार लिये गये हैं कि एक समांतर चतुर्भुज PRQA बनता है। यदि ∠C=45° है, तो ∠R ज्ञात कीजिए।

181. समांतर ABCD में, ∠A का समद्विभाजक BC को समद्विभाजित करता है। क्या कोण B का समद्विभाजक AD को भी समद्विभाजित करता है? कारण दीजिए।

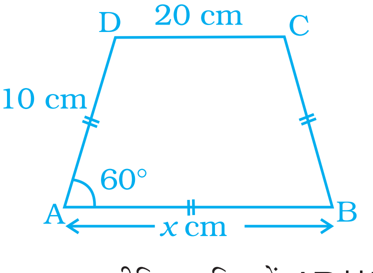
182. एक सम पंचभुज ABCDE और एक वर्ग ABFG रेखाखंड AB के विपरीत ओर बनाये जाते हैं। ∠BCF ज्ञात कीजिए।

183. उन न्यूनकोणों की अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए जो एक उत्तल चतुर्भुज, उत्तल पंचभुज और उत्तल षड्भुज में हो सकते हैं। इस पैटर्न को देखिए और इस परिणाम को एक बहुभुज के लिए व्यापीकृत कीजिए।

184. निम्न आकृति में, FD||BC||AE है और AC||ED है। x का मान ज्ञात कीजिए–



185. निम्न आकृति में, AB||DC और AD = BC है। x का मान ज्ञात कीजिए–



186. एक समलंब ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB||DC, ∠A=105°, AD=3cm, AB=4cm और CD=8cm है।

187. एक समांतर चतुर्भुज ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB=4cm, BC=5cm और ∠B=60° है।

12/04/18

188. एक समचतुर्भुज की रचना कीजिए, जिसकी एक भुजा 5cm और एक कोण 60° है।

189. एक आयत की रचना कीजिए, जिसकी एक भुजा 3cm और विकर्ण 5cm है।

190. 4cm भुजा का एक वर्ग खींचिए।

191. एक समचतुर्भुज CLUE की रचना कीजिए, जिसमें CL=7.5cm और LE=6cm है।

192. एक चतुर्भुज BEAR की रचना कीजिए, जिसमें BE = 6cm, EA = 7cm, RB = RE = 5cm और BA = 9cm है। चौथी भुजा को मापिए।

193. एक समांतर चतुर्भुज POUR की रचना कीजिए, जिसमें PO=5.5cm, OU = 7.2cm और $\angle$O=70° है।

194. त्रिज्या 3cm का एक वृत्त खींचिए और उसका एक व्यास खींचिए। इसे AC से नामांकित कीजिए। इसका लंब समद्विभाजक खींचिए तथा इसे वृत्त को B और D पर प्रतिच्छेद करने दीजिए। तब, ABCD किस प्रकार का चतुर्भुज है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

195. एक समांतर चतुर्भुज HOME की रचना कीजिए, जिसमें HO=6cm, HE=4cm और OE=3cm है।

196. क्या ऐसे चतुर्भुज ABCD की रचना करना संभव है, जिसमें AB=3cm, BC=4cm, CD=5.4cm, DA=5.9cm और विकर्ण AC=8cm है? यदि नहीं, तो क्यों?

197. क्या एक चतुर्भुज ROAM की रचना करना संभव है, जिसमें RO=4cm, OA=5cm, $\angle$O=120°, $\angle$R=105° और $\angle$A=135° है? यदि नहीं, तो क्यों?

198. एक वर्ग की रचना कीजिए जिसमें प्रत्येक विकर्ण 5cm लंबा हो।

199. एक चतुर्भुज NEWS की रचना कीजिए, जिसमें NE=7cm, EW=6cm, $\angle$N=60°, $\angle$E=110° और $\angle$S=85° है।

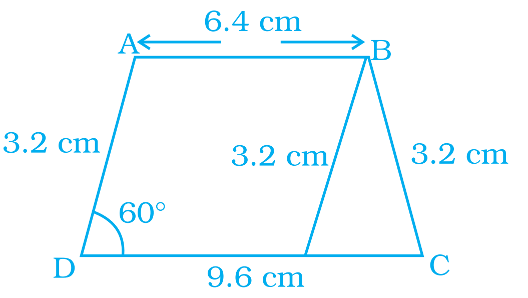
200. एक समांतर चतुर्भुज की रचना कीजिए जिसकी एक भुजा 4cm और दोनों विकर्ण 5.6cm और 7cm हों। दूसरी भुजा को मापिए।

201. 20 भुजाओं वाले एक सम बहुभुज का प्रत्येक कोण ज्ञात कीजिए।

202. एक समलंब RISK की रचना कीजिए, जिसमें RI | | KS, RI=7cm, IS=5cm, RK=6.5cm और $\angle$I=60° है।

203. एक समलंब ABCD की रचना कीजिए, जिसमें AB | | CD, AD=BC=3.2cm, AB=6.4cm और CD=9.6 cm है। $\angle$B और $\angle$A को मापिए।

12/04/18



[संकेत– दोनों समांतर भुजाओं के अंतर से एक समबाहु त्रिभुज की भुजा प्राप्त होती है।]

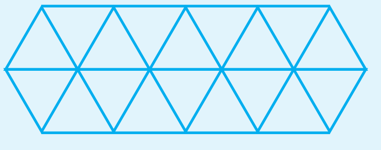
(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. एक टेस्सीलेशन की रचना करना।

टेस्सीलेशन: जब किसी समतल पृष्ठ को ढकने के लिए, किसी आकार का बार-बार प्रयोग किया जाता है, ताकि बीच में कोई रिक्तता या आच्छादन न हो, तो एक टेस्सीलेशन प्राप्त होता है।

नियमित टेस्सीलेशन या सम टेस्सीलेशन : इसका अर्थ है कि सर्वांगसम सम बहुभुजों से बना टेस्सीलेशन।

उदाहरण:



समबाहु त्रिभुजों का एक टेस्सीलेशन

इस व्यवस्था को आगे बढ़ाकर एक फर्श की टाइलिंग (या टेस्सीलेशन) पूरी की जा सकती है।

नियमित टेस्सीलेशन के नियम

(i) एक टेस्सीलेशन में, टाइलों के बीच में कोई रिक्तता या आच्छादन नहीं होना चाहिए।

(ii) टाइलें सम बहुभुज होनी चाहिए।

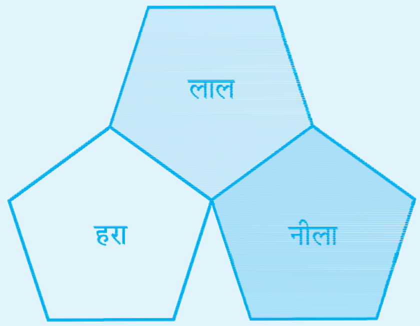
(iii) प्रत्येक शीर्ष पर डिजाइन एक जैसा दिखना चाहिए।

चेतावनी

क्या सम पंचभुज कार्य करेंगे?

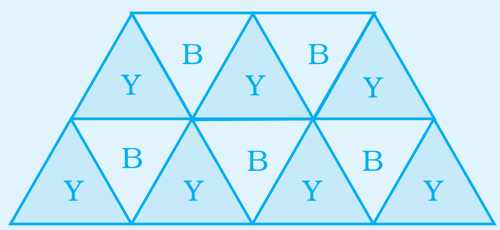
सम पंचभुज का अंत:कोण 108° . . . है।

$108° + 108° + 108° = 324°$ . . . नहीं!



इस प्रकार, क्योंकि समतल पृष्ठ को सम बहुभुजों द्वारा प्रत्येक शीर्ष पर पूरा-पूरा ढकना चाहिए, इसलिए बहुभुज का प्रत्येक अंत:कोण 360° का ठीक–ठीक विभाजक होना चाहिए।

अब, वह सम बहुभुज ज्ञात कीजिए, जो टेस्सीलेशन कर सकता है। इसके लिए, नीचे दी हुई सारणी में दिये गये प्रतिदर्श को लेते हुए प्रयास कीजिए :

बहुभुज	**टेस्सीलेशन**
1. त्रिभुज	
2. वर्ग	
3. सम पंचभुज	
4. सम षड्भुज	
5. सम सप्तभुज	
6. सम अष्ठभुज	

निष्कर्ष:

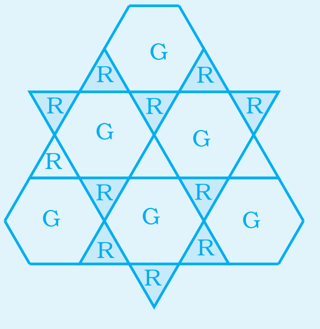
इस प्रकार, टेस्सीलेशन करने वाले केवल सम बहुभुज हैं–

1. ______________________
2. ______________________
3. ______________________

नियत कार्य

1. आप कम्प्यूटर पर निम्न चरणों का अनुपालन करते हुए एक टेस्सीलेशन बना सकते हैं–
   - बेसिक इमेजेस निकाल कर, प्वाइंट-ब्रश द्वारा कॉपी कीजिए।
   - प्रत्येक की स्थिति बदलते हुए, चलाते और पेस्ट करते रहिए जिससे एक टेस्सीलेशन दिखायी दे।

2. अर्ध नियमित टेस्सीलेशन– ये दो या अधिक भिन्न सम बहुभुजों का प्रयोग करते हुए, बनाये जाते हैं। प्रत्येक शीर्ष पर समान डिजाइन बनना चाहिए।



Y - पीला

B - नीला

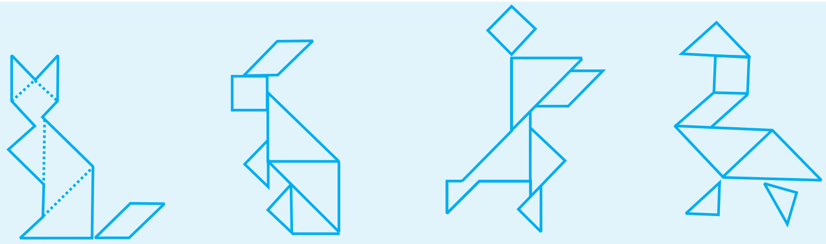
G - हरा

R - लाल

अब इसी प्रकार के कुछ और टेस्सीलेशन खोजिए।

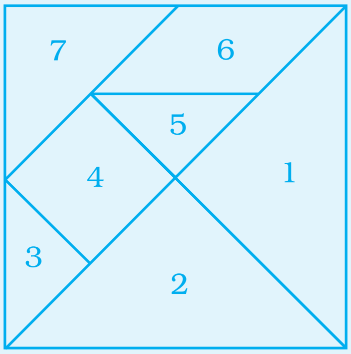
2. एक टेनग्राम बनाना

अगले पृष्ठ पर दिये गए वर्ग को दर्शाए अनुसार टुकड़ों में काटिए। और निम्नांकित आकारों की तरह विभिन्न आकार बनाइये। विभिन्न आकार टेनग्राम के टुकड़ों से बने हो सकते हैं।



पशुओं के विभिन्न आकारों का प्रयोग करते हुए एक कहानी बनाइए।

वाँछित वर्ग



3. विद्यार्थियों को प्रतिभागी बनने के लिए प्रेरित कीजिए

विद्यार्थियों के सम्मुख एक वर्ग के निम्न वर्णन को पढ़िए और उन्हें आपके वर्णन के अनुसार उस वर्ग की रचना करने दीजिए।

विवरण: "मेरे चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ बराबर हैं।"

विद्यार्थियों द्वारा खींचे गये चतुर्भुजों की उनको आपस में तुलना करने दीजिए तथा आपके वर्ग से भी तुलना करने दीजिए। विद्यार्थियों को चर्चा करने दीजिए कि उनकी रचनाओं में क्या उभयनिष्ठ है (ये सभी समांतर चतुर्भुज हैं) और क्या अतिरिक्त सूचना हो, जिससे वे एक वर्ग खींच सकें। (उदाहरणार्थ सभी 4 भुजाएँ बराबर हैं और एक कोण 90^0 है।

4: विभिन्न चतुर्भुजों के गुणों के आधार पर उचित स्थानों पर '✓' या '✕' रखिए।

	समांतर चतुर्भुज	आयत	समचतुर्भुज	वर्ग	समलंब जिसकी असमांतर भुजाएँ समान	समलंब	पतंग
सम्मुख भुजाएँ समांतर	✓	✓	✓	✓	✕	✕	✕
सम्मुख भुजाएँ बराबर							
सम्मुख कोण बराबर							
विकर्ण सर्वांगसम त्रिभुज बनाता है।							
विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।							
विकर्ण लंब हैं							
विकर्ण बराबर हैं							
विकर्ण सम्मुख कोणों को समद्विभाजित करते हैं							
सभी कोण समकोण हैं							
सभी भुजाएँ बराबर हैं							

12/04/18

उपरोक्त चतुर्भुज चार्ट का उपयोग कीजिए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) आप सभी समांतर चतुर्भुजों के बारे में जो सत्य है, उसके बारे में एक कथन देने के लिए, उपरोक्त चतुर्भुज चार्ट के गुणों का किस प्रकार उपयोग कर सकते हैं?

(b) आप सभी समचतुर्भुज के बारे में जो सत्य है, उसका कथन देने के लिए, उपरोक्त चतुर्भुज चार्ट के गुणों का किस प्रकार उपयोग कर सकते हैं?

(c) आप सभी समचतुर्भुजों के बारे में जो सत्य है, परंतु समांतर चतुर्भुजों के बारे में सत्य नहीं है, के बारे में एक कथन देने के लिए उपरोक्त चतुर्भुज चार्ट के गुणों का किस प्रकार प्रयोग कर सकते हैं?

(d) आप केवल समचतुर्भुजों के बारे में जो सत्य है, उसके बारे में एक कथन देने के लिए, किस प्रकार उपरोक्त चतुर्भुज चार्ट के गुणों का उपयोग कर सकते हैं?

(e) व्यापक रूप से समचतुर्भुजों के गुण किस प्रकार समांतर चतुर्भुजों के गुणों जैसे हैं?

(f) समचतुर्भुजों के गुण किस प्रकार समांतर चतुर्भुजों के गुणों से भिन्न है?

5. विद्यार्थियों को नीचे दिये चतुर्भुज लेकर उनकी भुजाओं के मध्य बिंदुओं को क्रम से मिलाने दीजिए। इसके बाद प्राप्त विशेष चतुर्भुज के बारे में बताने को कहें।

(a) समचतुर्भुज

(b) आयत

(c) समलंब चतुर्भुज जिसकी असमांतर भुजायें समान हों।

(d) समलंब चतुर्भुज जिसकी असमांतर भुजायें असमान हों।

(e) पतंग

6. क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए, फिर अगले पृष्ठ पर दिए हुए खानों को भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिए गये हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों वाली संख्याएँ संगत खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में संगत खानों में भरिए–

संकेत

एक्रॉस

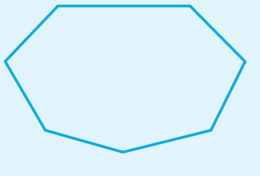
1. A quadrilateral with pair of parallel sides.
1. समांतर भुजाओं के युग्म वाला एक चतुर्भुज।
2. A simple closed curve made up of only line segments.
2. केवल रेखाखंडों से बना एक सरल बंद वक्र।

12/04/18

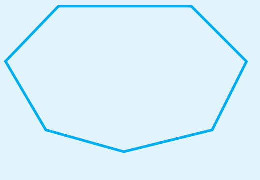
3. A quadrilateral which has exactly two distinct consecutive pairs of sides of equal length.
3. एक चतुर्भुज जिसमें बराबर आसन्न भुजाओं के ठीक दो युग्म हैं।
4. A line segment connecting two non-consecutive vertices of a polygon.
4. एक बहुभुज के दो अक्रमागत शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखंड।
5. The diagonals of a rhombus are _________ bisectors of one another.
5. समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर _________ समद्विभाजक होते हैं।
6. The ___________ sides of a parallelogram are of equal length.
6. समांतर चतुर्भुज ___________ की भुजाएँ बराबर होती हैं।
7. The number of sides of a regular polygon whose each exterior angle has a measure of 45^0.
7. एक समबहुभुज जिसके प्रत्येक बहिष्कोण की माप 45^0 है, की भुजाओं की संख्या।
8. The sum of measure of the three angles of a _________________ is 180^0.
8. एक _________________ के तीनों कोणों का योग 180^0 है।
9. A polygon which is both equiangular and equilateral is called a _________ polygon.
9. एक बहुभुज, जो समानकोणिक और समबाहु दोनों हो, _________ बहुभुज कहलाता है।
10. Number of sides of a nonagon.
10. एक नवमभुज में भुजाओं की संख्या।

डाउन

11. Name of the figure



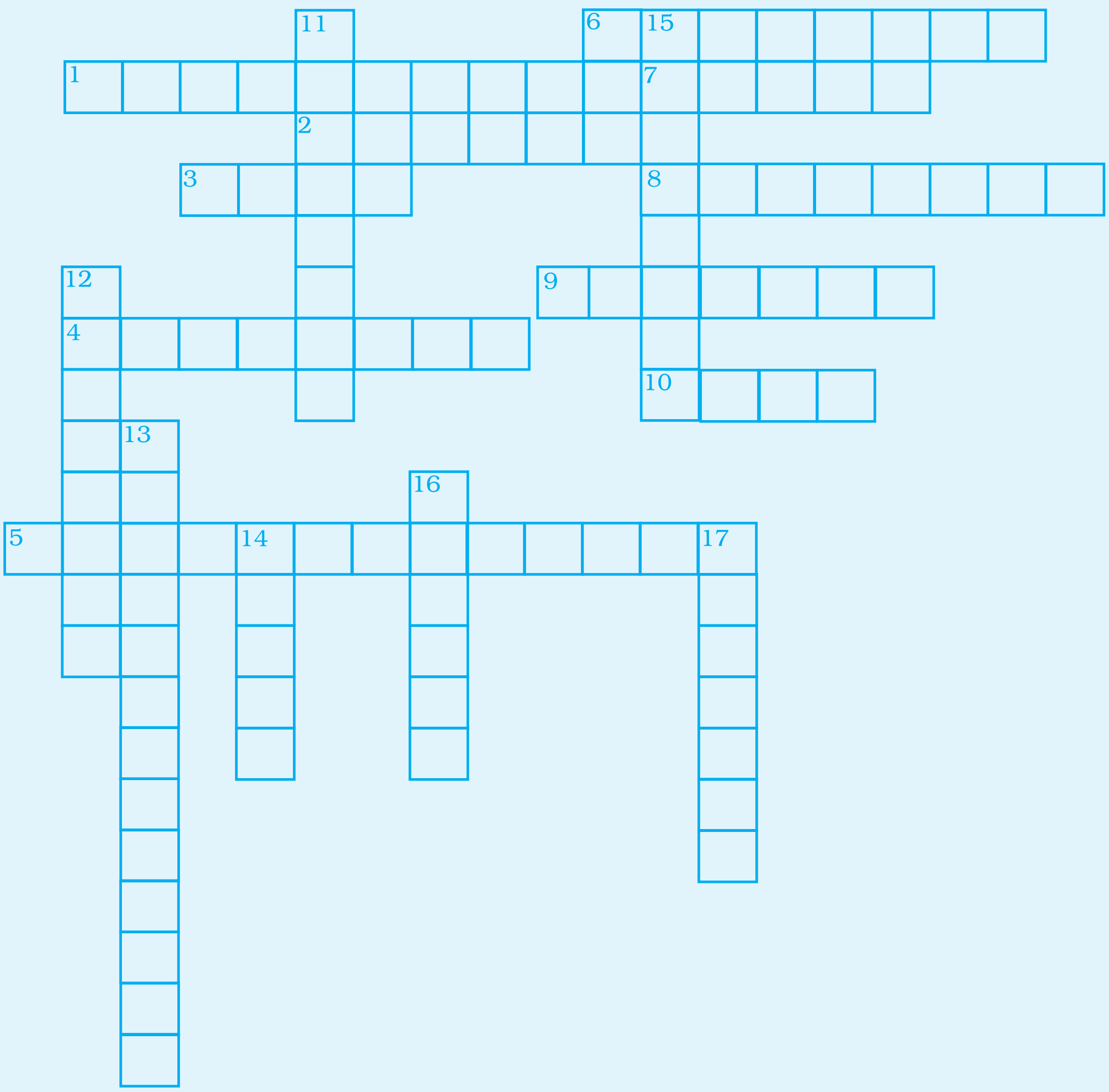
11. आकृति का नाम



12. The ___________ angles of a parallelogram are supplementary.
12. समांतर चतुर्भुज के ___________ कोण संपूरक होते हैं।
13. A ______________ is a quadrilateral whose pair of opposite sides are parallel.
13. एक ______________ वह चतुर्भुज है जिसकी सम्मुख भुजाओं के युग्म समांतर हों।

12/04/18

14. The diagonals of a rectangle are of _____________ length.
14. आयत के विकर्ण _____________ लंबाई के होते हैं।
15. A five sided polygon.
15. पाँच भुजाओं वाला एक बहुभुज।
16. The diagonals of a parallelogram ___________ each other.
16. समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर ___________ करते हैं।
17. A quadrilateral having all the properties of a parallelogram and also that of a kite.
17. एक चतुर्भुज जिसमें एक समांतर चतुर्भुज और एक पतंग के सभी गुण हों।



12/04/18

इकाई 6

ठोस आकारों का चित्रण

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

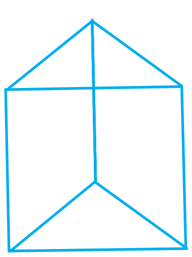
- **3D आकार / वस्तुएँ** वे आकार / वस्तुएँ हैं जो, एक तल में पूर्णतया स्थित नहीं होती हैं।
- 3D वस्तुओं के विभिन्न स्थानों से विभिन्न दृश्य दिखायी देते हैं।
- वह ठोस एक **बहुफलक** या **बहुफलकी (या बहुष्फलक)** कहलाता है, यदि वह केवल बहुभुजीय फलकों से मिलकर ही बना हो। ये फलक किनारों में मिलते हैं, जो **रेखाखंड** होते हैं तथा किनारे बिंदुओं पर मिलते हैं, जो **शीर्ष** कहलाते हैं।
- किसी भी बहुफलक के लिए, ऑयलर सूत्र है:

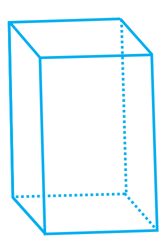
  $F + V - E = 2$

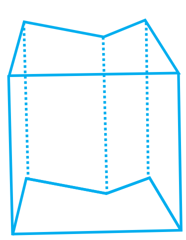
  जहाँ F फलकों की संख्या, V शीर्षों की संख्या और E किनारों की संख्या को निरूपित करता है।
- **बहुफलकों के प्रकार**

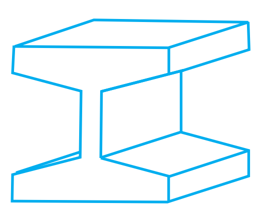
  (a) **उत्तल बहुफलक**

  एक उत्तल बहुफलक में, सभी फलक उत्तल होते हैं। उदाहरणार्थ, निम्न आकृतियों में,


(1)


(2)


(3)

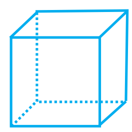

(4)

(1) और (2) उत्तल बहुफलक हैं, जबकि
(3) और (4) उत्तल बहुफलक नहीं हैं।

(b) सम बहुफलक या प्लेटोनिक ठोस

एक बहुफलक **सम बहुफलक** कहलाता है, यदि इसके सभी फलक सर्वांगसम सम बहुभुज हों तथा प्रत्येक शीर्ष पर मिलने वाले फलकों की संख्या बराबर हो।

उदाहरणार्थ, घन एक प्लेटोनिक ठोस है, क्योंकि इसके सभी छः फलक सर्वांगसम वर्ग होते हैं। ऐसे पाँच ठोस होते हैं- सम चतुष्फलक, घन, सम अष्टफलक (ऑक्टाहेड्रन), सम द्वादशफलक (टोडेका-हेड्रन) और सम आइकोसाहेड्रन (20 फलक वाला)। उदाहरण के लिए,



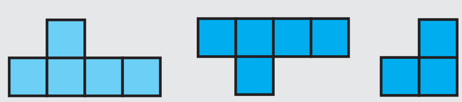
घन

- एक **प्रिज़्म** वह बहुफलकी है, जिसके निचले और ऊपरी फलक (जो आधार कहलाते हैं) सर्वांगसम बहुभुज हों तथा अन्य फलक, जिन्हें पार्श्व फलक कहा जाता है, समांतर चतुर्भुज हों। (जब पार्श्व फलक आयत हों, तो यह आकार या ठोस एक **लंब प्रिज़्म** कहलाता है।)
- एक **पिरामिड** वह बहुफलकी है, जिसका आधार कोई बहुभुज होता है तथा पार्श्व फलक त्रिभुज होते हैं।
- एक **मानचित्र** किसी विशिष्ट वस्तु / स्थान की अन्य वस्तुओं / स्थानों के संदर्भ में अवस्थिति प्रदर्शित करता है।

प्रयास कीजिए

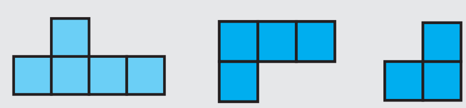
किसी आकृति का सामने का हिस्सा, ऊपर तथा पार्श्व दर्शाये गये हैं। सेंटीमीटर घनों का उपयोग कर आकृति बनायें। तब आकृति का रेखाचित्र खींचे।

1.



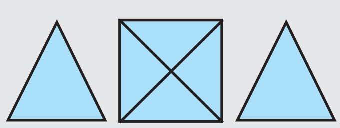
सामने का हिस्सा ऊपर पार्श्व

2.

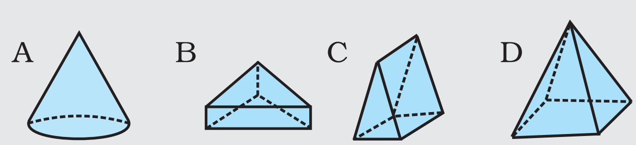


सामने का हिस्सा ऊपर पार्श्व

3. किसी त्रिविमीय आकृति के दृश्य नीचे दिखाये गये हैं जिन्हें घनों से नहीं बनाया जा सकता है। निश्चित कीजिए कि कौन आकृति दृश्यों से सुमेलित होती है।



सामने का हिस्सा ऊपर पार्श्व



12/04/18

- **स्केल** उस मानचित्र की ड्राइंग / मॉडल की विमाओं और वास्तविक वस्तु की विमाओं के बीच संबंध होता है।
- एक मानचित्र में, विभिन्न वस्तुओं और स्थानों को दर्शाने के लिए संकेतों का प्रयोग किया जाता है।
- मानचित्रों में एक स्केल संबद्ध होता है, जो एक विशिष्ट मानचित्र के लिए निश्चित होता है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. समझाईए कि आप ऊपर से खुले एक बक्से, जो लंब प्रिज़्म के आकार का हो, का पृष्ठ कैसे ज्ञात करेंगे।
2. किसी बेलन की नेट का निर्माण कीजिए।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: प्रिज्म एक बहुफलकी है जिसके पार्श्वफलक होते हैं–

(a) वृत्त (b) त्रिभुज

(c) समांतर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 2: पिरामिड एक बहुफलकी है, जिसके पार्श्वफलक होते हैं–

(a) आयत (b) त्रिभुज

(c) समांतर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

हल सही उत्तर (b) है।

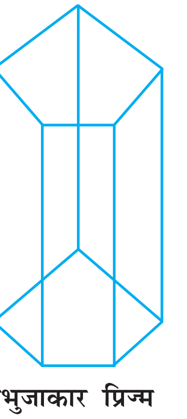
उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: एक समबहुफलकी में, प्रत्येक शीर्ष पर मिलने वाले फलकों की संख्या _______ होती है।

हल एक ही या बराबर

उदाहरण 4: एक पंचभुजाकार प्रिज्म में _______ किनारे होते हैं।

हल 15



पंचभुजाकार प्रिज्म

उदाहरण 5 और 6 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य

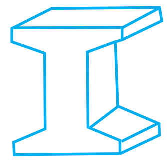
उदाहरण 5: एक गोला बहुफलकी है।

हल असत्य

उदाहरण 6: एक प्रिज्म में, पार्श्वीय (या पार्श्व) फलकों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

हल सत्य

उदाहरण 7: नीचे दिये ठोस के ऊपर से, सामने से तथा पार्श्व दृश्य खींचिए–

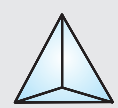
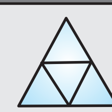
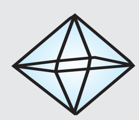
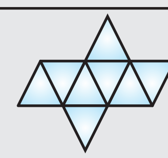
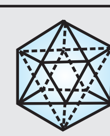
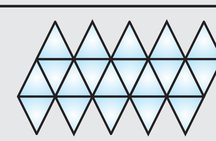
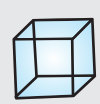
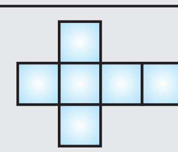
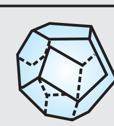
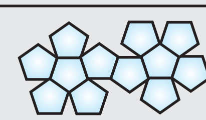


हल

सामने का दृश्य ऊपर का दृश्य पार्श्व दृश्य

क्रियाकलाप

पटरी और परकार का उपयोग एक कार्ड बोर्ड पर प्रत्येक नेट का बड़ा रूपांतरण खींचने के लिए कीजिए। प्रत्येक नेट को बहुफलक के रूप में तह कीजिए।

सम बहुफलक			
नाम	**फलक**	**उदाहरण**	**नेट**
चतुष्फलक	4 त्रिभुज		
अष्टफलक	8 त्रिभुज		
आइकोसाहेड्रान	20 त्रिभुज		
घन	6 वर्ग		
द्वादशफलक	12 पंचभुज		

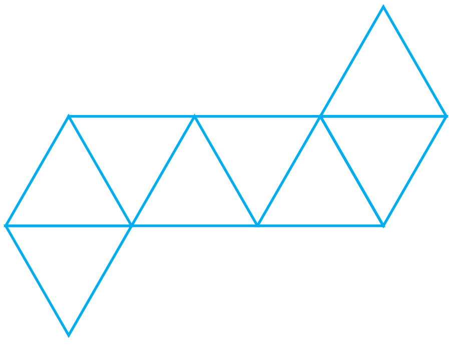
12/04/18

प्रयास कीजिए

1. प्रत्येक बहुफलक, जो आपने बनाये हैं के लिए शीर्षों की संख्या V, किनारों की E तथा फलकों की F से सारणी को पूरा कीजिए।
2. **अनुमान लगाइए :** बहुफलक के शीर्षों की, किनारों की तथा फलकों की संख्याओं के संबंध के बारे में आप क्या सोचते हैं कि सत्य है?

बहुफलक	V	E	F	V - E + F
चतुष्फलक				
अष्टफलक				
आइकोसाहेड्रान				
घन				
द्वादशफलक				

उदाहरण 8: उस आकार की पहचान कीजिए, जिसका जाल (या नेट) नीचे दिया है–

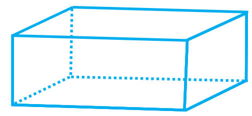


हल यह आकार पूर्ण रूप से समबाहु त्रिभुजों से बना है। जब इसे उपयुक्त रूप से मोड़ा जाता है, तो एक नियमित या सम अष्टफलक बनता है। ध्यान दीजिए कि क्योंकि ये फलक समबाहु त्रिभुज (सम बहुभुज) और सर्वांगसम हैं, इसलिए उपरोक्त ठोस एक सम बहुफलकी है।

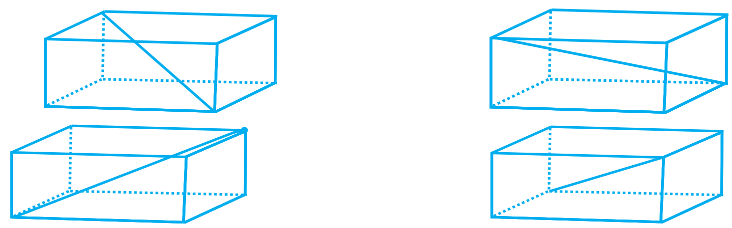
बहुफलकों का निर्माण करने में नेटों का उपयोग

एक बहुफलकी चार या अधिक बहुभुजों, जो केवल किनारों पर प्रतिच्छेद करते हैं, से बनता है और प्रत्येक शीर्ष पर समान संख्या के फलक प्रतिच्छेद करते हैं। सम बहुफलकों को प्लेटोनिक ठोस भी कहते हैं। ऐसे केवल पाँच सम बहुफलक हैं।

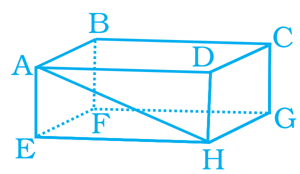
उदाहरण 9: नीचे दिया ठोस एक आयताकार प्रिज्म या घनाभ है। इस आकार के सभी विकर्ण बनाइए।



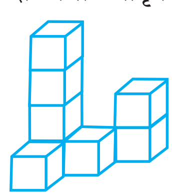
हल इसके केवल चार विकर्ण हैं, जिन्हें नीचे दर्शाया गया है–

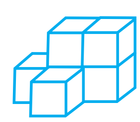


ध्यान दीजिए कि एक 3D आकार में, उन दो शीर्षों को मिलाते हैं, जो एक ही फलक में स्थित नहीं होते हैं। उदाहरणार्थ, नीचे दी आकृति में रेखाखंड AH इस ठोस का विकर्ण नहीं है। विकर्णों को अवश्य ही, ठोस के अभ्यंतर या आंतरिक भाग से होकर जाना चाहिए। परंतु AH फलक ADHE का विकर्ण है।



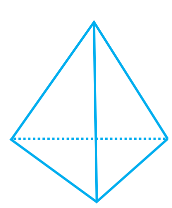
उदाहरण 10: दी गयी आकृतियों में घनों की संख्या लिखिए।



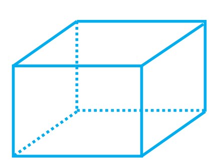


हल (i) 8 घन (ii) 6 घन

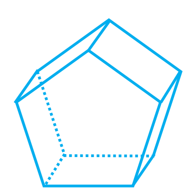
उदाहरण 11: निम्न बहुफलकियों के नाम लिखिए तथा प्रत्येक के लिए ऑयलर के सूत्र का सत्यापन कीजिए–



(a)



(b)



(c)

हल

क्रम सं.	बहुफलकी	F	V	F + V	E	F + V –E
1	चतुष्फलक	4	4	8	6	2
2	घन	6	8	14	12	2
3	पंचभुजाकार प्रिज्म	7	10	17	15	2

किसी त्रिविमीय वस्तु के भीतर के स्थान आयतन को घन इकाई में मापा जाता है। यदि आपने ऐसे ब्लॉक (घन) बनाये हों जो एक घन इकाई के हों तो इनसे बनी संरचना का आयतन उसमें ब्लाक की संख्या के बराबर है। उदाहरण के लिए, 8 ब्लाक से बनी संरचना का आयतन 8 घन इकाई है। यदि ब्लाक की एक किनारी 1cm लंबी हो तो संरचना का आयतन $8cm^3$ है।

उदाहरण 12: किसी बहुफलकी में 7 फलक और 10 शीर्ष हैं। इस बहुफलकी में कितने किनारे (या कोर) हैं?

हल किसी बहुफलकी के लिए,

$F + V - E = 2$

यहाँ $F = 7, V = 10, E = ?$ है।

उपरोक्त सूत्र के प्रयोग से,

$7 + 10 - E = 2$

$17 - E = 2$

$17 - 2 = E$

$E = 15$

उदाहरण 13: उस बहुफलकी में शीर्षों की संख्या ज्ञात कीजिए, जिसमें 30 किनारे और 12 फलक हैं।

हल किसी भी बहुफलकी के लिए,

$F + V - E = 2$

यहाँ $F = 12, V = ?, E = 30$ है।

उपरोक्त सूत्र का प्रयोग करने पर,

$12 + V - 30 = 2$

$V - 18 = 2$

$V = 2 + 18$

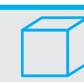
$V = 20$

उदाहरण 14: किसी मानचित्र में, शहर A और शहर B की दूरी 6cm दर्शायी गयी है। यदि स्केल 1cm = 200 km निरूपित करता है, तो शहर A और शहर B के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

हल 1 cm द्वारा निरूपित वास्तविक दूरी = 200km

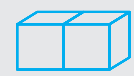
सोचिए और चर्चा कीजिए

एक अकेले ब्लाक का पृष्ठीय क्षेत्रफल वर्ग इकाई में कितना है?



यदि ब्लाक के किनारे की लंबाइयाँ 2 सेमी हैं तो ब्लाक का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

दायीं ओर दी गयी संरचना का आयतन घन इकाई में क्या है?



उपरोक्त संरचना में वर्ग इकाई में पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

(**याद रखिये** संरचना में केवल बाहरी वर्गों को गिनिए)

अतः, 6cm द्वारा निरूपित वास्तविक दूरी = 6 × 200km

= 1200km

अतः शहर A और शहर B के बीच की वास्तविक दूरी 1200km है।

उदाहरण 15: एक भवन की ऊँचाई 9m है तथा इसे एक मानचित्र में, 9cm द्वारा निरूपित किया गया है। इस मानचित्र के लिए, क्या स्केल प्रयुक्त किया गया है?

हल मानचित्र का स्केल $= \dfrac{\text{खींची गयी माप}}{\text{वास्तविक माप}}$

$= \dfrac{9\,\text{cm}}{900\,\text{cm}}$ (क्योंकि 9m = 900cm है)

$= \dfrac{1}{100}$

इस प्रकार, स्केल 1 : 100 है।

उदाहरण 16: किसी मानचित्र पर स्केल 1mm : 4m है। वास्तविक दूरी 52m के लिए, मानचित्र पर दूरी ज्ञात कीजिए।

हल वास्तविक दूरी 4m के लिए मानचित्र पर दूरी = 1mm

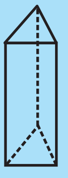
अतः, वास्तविक दूरी 52m के लिए, मानचित्र पर दूरी $= \dfrac{1}{4} \times 52\,\text{mm}$

= 13 mm

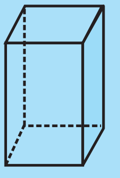
इस प्रकार, 52m की वास्तविक दूरी के लिए, मानचित्र पर दूरी 13mm है।

सभी प्रिज्मों में दो सर्वसम समांतर फलक होते हैं। ये दोनों फलक सदैव बहुभुज होते हैं। प्रिज्म में शेष फलक सदैव समांतर चतुर्भुज होते हैं।

प्रिज्म को कभी-कभी उसके सिरों के समांतर फलकों के आकार द्वारा जाना जाता है। उदाहरण के लिए त्रिभुजाकार प्रिज्म के सिरे त्रिभुजाकार फलक होते हैं और आयताकार प्रिज़्म के सिरे आयताकार फलक होते हैं।



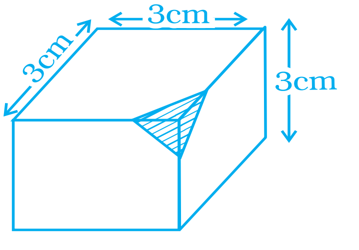
त्रिभुजाकार प्रिज्म



आयताकार प्रिज्म

उदाहरण 17: **समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग**

निम्न आकृति में, किनारों, शीर्षों और फलकों की संख्याएँ निर्धारित कीजिए-



हल **समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए**

- हमें प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है?
  एक घन जिसका एक कोना कटा हुआ है।
- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं?
  किनारों, शीर्षों और फलकों की संख्या।
- क्या कोई ऐसी सूचना है, जिसकी आवश्यकता नहीं है?
  किनारों की मापों की आवश्यकता नहीं है।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- किनारे, शीर्ष और फलक की परिभाषाओं के बारे में सोचिए तथा इनका ऊपर दी हुई आकृति से सह-संबंध स्थापित करने का प्रयास कीजिए।

हल कीजिए

- बहुभुजीय क्षेत्र फलक कहलाते हैं। अतः, यहाँ 7 फलक हैं।
- दो फलकों के प्रतिच्छेदन से बना रेखाखंड एक किनारा कहलाता है। अतः, यहाँ 15 किनारे हैं।
- किनारे शीर्षों पर मिलते हैं, जो बिंदु हैं। अतः, यहाँ 10 शीर्ष हैं।

पुनर्निरीक्षण

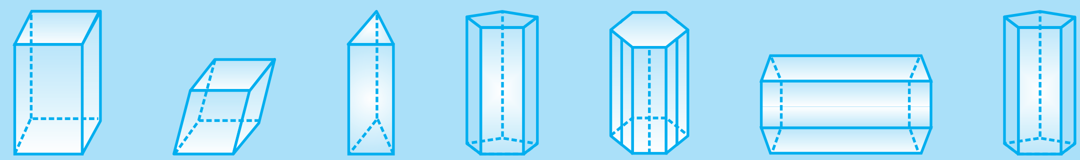
- इस उत्तर को ऑयलर के सूत्र $F + V = E + 2$ से सत्यापित करते हैं।
  उपरोक्त समस्या के लिए, $F = 7$, $V = 10$, $E = 15$ है।

$$F + V = 7 + 10 = 17$$

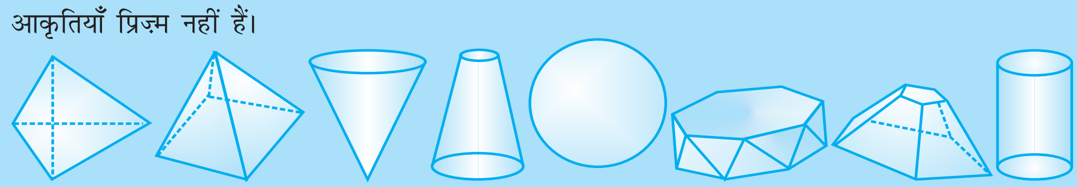
$$E + 2 = 15 + 2 = 17$$

इस प्रकार, $F + V = E + 2$ का सत्यापन हो गया।

ये आकृतियाँ प्रिज़्म हैं।



ये आकृतियाँ प्रिज़्म नहीं हैं।



(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 21 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. निम्न में से कौन एक बहुफलकी नहीं है?

(a) (b) (c) (d)

2. निम्न में से किसी से एक बहुफलकी नहीं बनेगा?

(a) 3 त्रिभुज (b) 2 त्रिभुज और तीन समांतर चतुर्भुज

(c) 8 त्रिभुज (d) 1 पंचभुज और 5 त्रिभुज

3. निम्न में से कौन एक सम बहुफलकी है?

(a) घनाभ (b) त्रिभुजाकार प्रिज़्म

(c) घन (d) वर्गाकार प्रिज़्म

12/04/18

4. निम्न में से कौन एक द्विविमीय आकार है?

(a) आयत (b) आयताकार प्रिज़्म

(c) वर्गाकार पिरामिड (d) वर्गाकार प्रिज़्म

5. निम्न में से कौन एक पिरामिड का आधार हो सकता है?

(a) रेखाखंड (b) वृत्त (c) अष्ठभुज (d) अंडाकार आकृति

6. किस त्रिविमीय आकार में शीर्ष नहीं होता है?

(a) पिरामिड (b) प्रिज़्म (c) शंकु (d) गोला

7. ठोस, जिसके किनारे केवल रेखाखंड ही हों–

(a) बहुफलकी (b) शंकु (c) बेलन (d) बहुभुज

सोचिए और चर्चा कीजिए

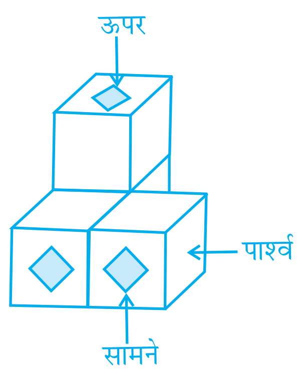
सभी प्रिज़्म क्या उभयनिष्ट हैं?

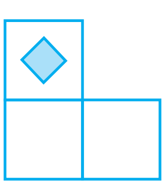
जो प्रिज़्म नहीं हैं वे कैसे प्रिज़्मों से भिन्न हैं?

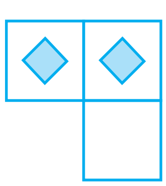
8. एक बहुफलकी में, यदि F = V = 5 है, तो इस आकार में किनारों की संख्या होगी–

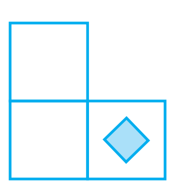
(a) 6 (b) 4 (c) 8 (d) 2

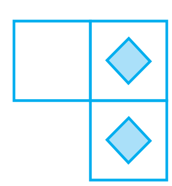
9. निम्न में से कौन दिये हुए आकार का ऊपर से दृश्य है?



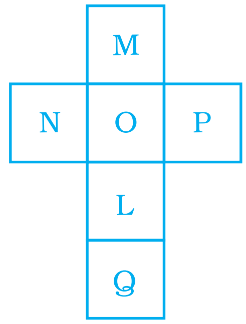

(a)


(b)


(c)

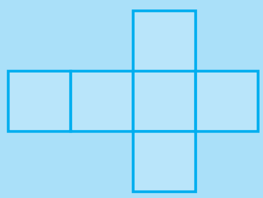

(d)

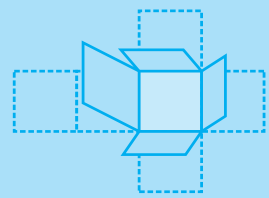
10. नीचे दिये जाल को मोड़कर एक घन का आकार प्राप्त किया जा सकता है। अक्षर L से अंकित फलक किस अक्षर से अंकित फलक के सम्मुख है?

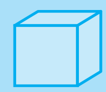


(a) M (b) N (c) Q (d) O

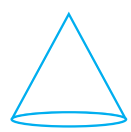
एक नेट एक ऐसी सपाट आकृति है जिसे तह करने पर एक बंद त्रिविमीय वस्तु प्राप्त की जा सकती है। ऐसी वस्तु ठोस कहलाती है।

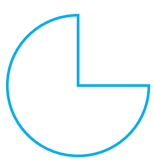

नेट

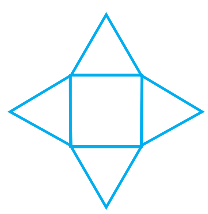


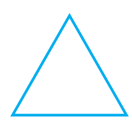

ठोस घन

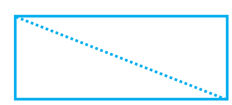
11. निम्न में से किस जाल से शंकुजनित होगा?



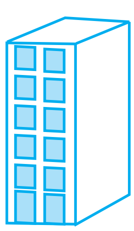

(a)

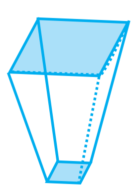

(b)

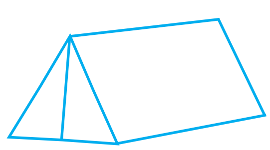

(c)

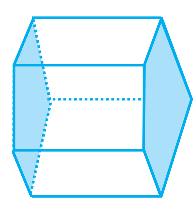

(d)

12. निम्न में से कौन एक प्रिज़्म नहीं है?


(a)


(b)


(c)


(d)

12/04/18

13. हमारे पास 4 सर्वांगसम समबाहु त्रिभुज हैं। एक पिरामिड बनाने के लिए, हमें और किसकी आवश्यकता है?

(a) एक समबाहु त्रिभुज।

(b) एक वर्ग जिसकी भुजा की लंबाई त्रिभुज की भुजा के बराबर हो।

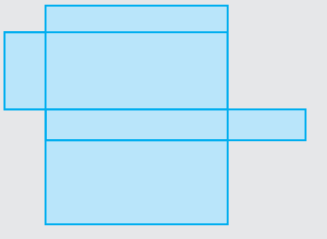
(c) 2 समबाहु त्रिभुज जिनकी भुजाएँ त्रिभुज की भुजाओं के बराबर हों।

(d) 2 वर्ग जिनकी भुजाओं की लंबाइयाँ त्रिभुज की भुजाओं के बराबर हों।

भागीदारी और संक्षिप्तीकरण

1. समझाइए कि किसी ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके नेट से कैसे प्राप्त करते हैं ।

2. यहाँ एक आयताकार ठोस की नेट है। आप कोई माप लीजिए जो आप सोचते हैं कि ठोस के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिए आवश्यक है। समझाइए कि आपने क्या मापें लीं तथा आपने उनसे क्या किया ।

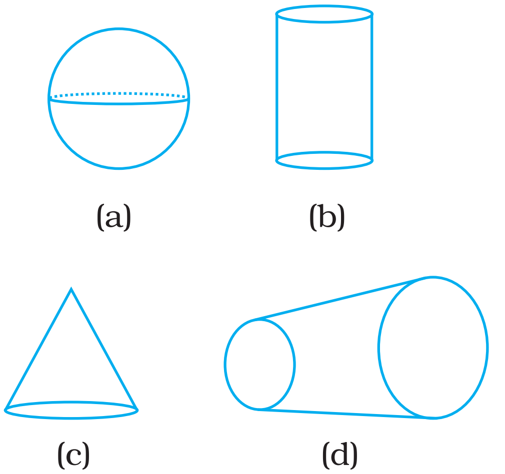


किसी त्रिविमीय वस्तु का पृष्ठीय क्षेत्रफल वस्तु के पृष्ठ द्वारा घेरा गया स्थान है। यदि आप वस्तु को लें और उसे इस प्रकार फैला दें कि आप उसकी सभी किनारी एक साथ देख सकें, तो सपाट आकृति का क्षेत्रफल ही पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा। (नीचे का पृष्ठ लेना मत भूलिए) पृष्ठीय क्षेत्रफल भी वर्ग इकाई में मापा जाता है।

14. एक वर्गाकार बगीचे की भुजा 30m है। इसका चित्र खींचने के लिए स्केल 1cm : 5m का प्रयोग किया गया है। तब, चित्र में इस बगीचे का परिमाप होगा–

(a) 20cm (b) 24cm (c) 28cm (d) 30cm

15. निम्न में से किस आकार का एक शीर्ष है?

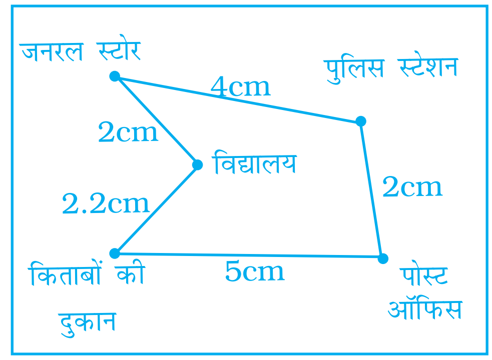


(a) (b)

(c) (d)

16. नीचे दिये मानचित्र में, स्थानों के बीच की दूरी स्केल 1cm : 0.5km का प्रयोग करते हुए दर्शायी गयी है तब, स्कूल और पुस्तक की दुकान की दूरी (km में) है–

(a) 1.25 (b) 2.5
(c) 2 (d) 1.1



शब्दावली संबंध

इस इकाई में कुछ शब्दावली पदों से परिचित होने के लिए निम्न पर विचार कीजिए:

1. शब्द **edge** (किनारा) लैटिन शब्द **ACER**, जिसका अर्थ 'पैना' है, से बना है। किसी त्रिविमीय आकृति के किनारे को परिभाषित करने के लिए लैटिन मूल आपकी कैसे सहायता करता है?

2. शब्द **vertex** (शीर्ष) का अर्थ 'चोटी' अथवा 'सबसे ऊँचा बिंदु' हो सकता है। शंकु या पिरामिड का कौन-सा भाग शीर्ष है?

4. शब्द **prism** (प्रिज़्म) यूनानी शब्द **PRIEIN**, जिसका अर्थ 'चीरना' है, से आया है। आप प्रिज़्म को चीरने अथवा काटने से कैसे बता सकते हैं?

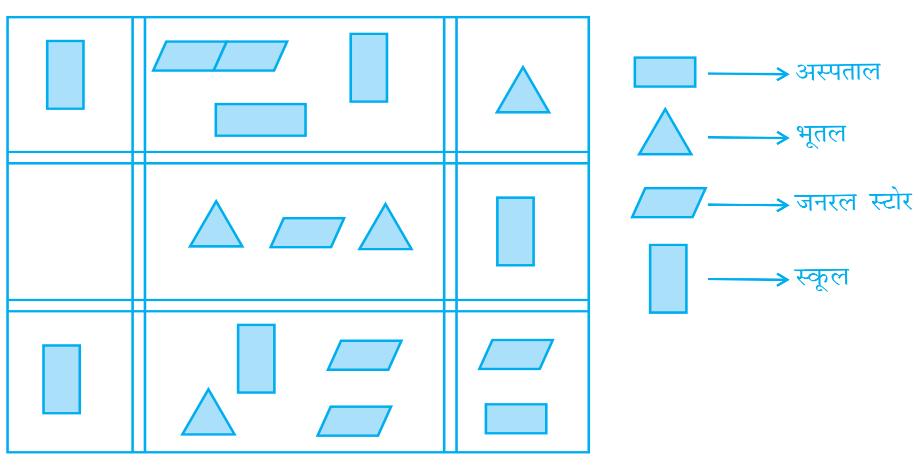
17. निम्न में से कौन एक बहुफलकी के लिए सत्य नहीं हो सकता?

(a) V = 4, F = 4, E = 6 (b) V = 6, F = 8, E = 12
(c) V = 20, F = 12, E = 30 (d) V = 4, F = 6, E = 6

18. एक कमरे के मानचित्र में, किसी आर्किटेक्ट ने कमरे की ऊँचाई को 33cm दर्शाया है। यदि कमरे की वास्तविक ऊँचाई 330cm है, तो उसके द्वारा प्रयुक्त स्केल है–

(a) 1:11 (b) 1:10 (c) 1:100 (d) 1:3

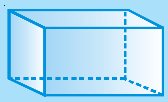
नीचे एक नगर का मानचित्र दिया गया है– प्रश्न 19-21 के उत्तर दीजिए।



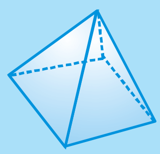
12/04/18

19. नगर में अस्पतालों की संख्या है–

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

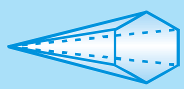


इसमें दो आयताकार आधार हैं।
इसमें चार अन्य आयताकार फलक हैं।
आकृति एक आयताकार प्रिज़्म है।



इसमें एक आयताकार आधार है।
इसमें चार त्रिभुजाकार फलक हैं।
आकृति एक आयताकार पिरामिड है।

इसमें दो त्रिभुजाकार आधार हैं।
इसमें तीन आयताकार फलक हैं।
आकृति एक त्रिभुजाकार प्रिज़्म है।



इसमें एक षट्भुजाकार आधार है।
इसमे छः त्रिभुजाकार फलक हैं।
आकृति एक षट्भुजाकार पिरामिड है।

20. जनरल स्टोरों और मैदानों की संख्याओं का अनुपात है–

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 2 : 3 (d) 3 : 2

21. मानचित्र के अनुसार, नगर में स्कूलों की संख्या है–

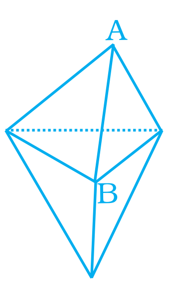
(a) 4 (b) 3 (c) 5 (d) 2

प्रश्न 22 से 41 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

22. एक त्रिभुजाकार पिरामिड को ______ भी कहा जाता है।

23. आयताकार प्रिज़्म ______ भी कहलाता है।

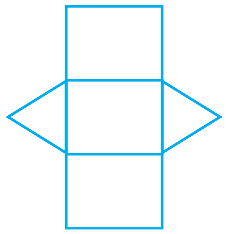
24. आकृति



में, B पर मिलने वाले फलकों की संख्या ______ है।

25. n भुजाओं वाले बहुभुज पर बने पिरामिड में ______ फलक होते हैं।

26. यदि किसी बहुफलकी के 12 फलक और 20 शीर्ष हैं, तो इस ठोस में किनारों की संख्या ______ है।

27. दिये हुए जाल  को मोड़कर _______ बनाया जा सकता हैं।

28. केवल 1 शीर्ष वाली ठोस आकृति _______ है।

29. आठ किनारों वाले पिरामिड में फलकों की कुल संख्या _______ है।

30. एक आयताकार प्रिज़्म के जाल में _______ आयत होते हैं।

(संकेत- प्रत्येक वर्ग एक आयत है, परंतु प्रत्येक आयत एक वर्ग नहीं है)।

त्रिविमीय आकृतियों में तीन विमाएँ-लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई होती हैं। त्रिविमीय आकृति में सपाट पृष्ठ **फलक** होता है। **किनारा** वह है जहाँ दो फलक मिलते हैं।
एक **बहुफलकी** ऐसी त्रिविमीय आकृति है जिसके सभी फलक बहुभुज हैं। बहुफलकी का एक शीर्ष वह बिंदु है जहाँ तीन या अधिक किनारे मिलते हैं। बहुफलकी को नाम देने के लिए जिस फलक का उपयोग होता है, उसे आधार कहते हैं।

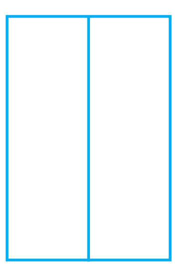
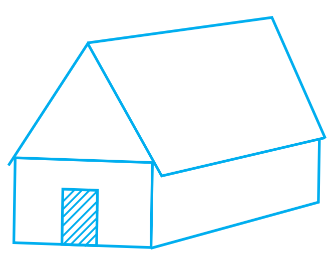
31. एक त्रिविमीय आकार में, विकर्ण वह रेखाखंड है जो ऐसे दो शीर्षों को मिलाने से बनता है, जो एक ही _______ पर स्थित नहीं है।

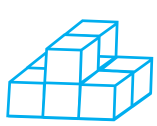
32. यदि एक मानचित्र पर 4km को 1cm से निरूपित किया जाता है, तो 16km को _______ cm से निरूपित किया जाएगा।

33. यदि दो A और B स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी 110km को एक मानचित्र पर 25mm से निरूपित किया जाता है, तो प्रयुक्त स्केल _______ है।

34. एक पंच भुजाकार प्रिज़्म में _______ फलक होते हैं।

35. यदि एक पिरामिड का आधार एक षड्भुज है, तो इसके शीर्षों की संख्या _______ है।

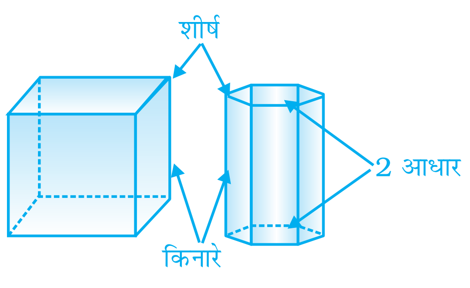
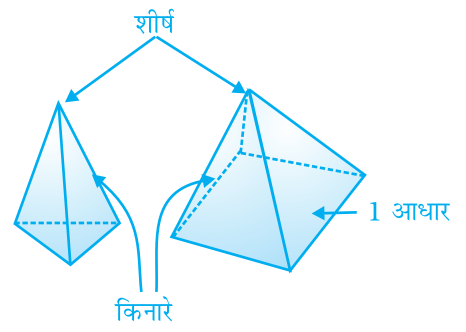
36.  है _______ दृश्य  का।

37.  में घनों की संख्या _______ है।

38. यदि एक बहुफलकी में शीर्षों और फलकों की संख्याओं का योग 14 है, तो इस आकार में किनारों की संख्या ——— है।

39. सम बहुफलकियों की कुल संख्या ——— है।

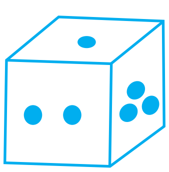
एक प्रिज़्म में दो आधार होते हैं और एक पिरामिड में एक आधार होता है।

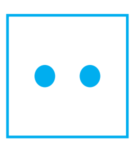
<table>
<tr><th>प्रिज़्म</th><th>पिरामिड</th></tr>
<tr><td>प्रिज़्म एक ऐसा बहुफलकी है जिसमें दो समांतर, सर्वांगसम आधार होते हैं। आधार के कई बहुभुज हो सकते हैं। अन्य फलक समांतर चतुर्भुज होते हैं।

</td><td>पिरामिड एक ऐसा बहुफलकी है जिसमें एक आधार होता है। आधार कोई बहुभुज हो सकता है। अन्य फलक त्रिभुज होते हैं।

</td></tr>
</table>

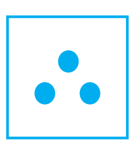
40. एक सम बहुफलकी ऐसा ठोस है, जो _______ फलकों से बनता है।

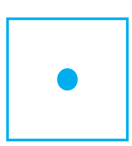
41. निम्न ठोस में से प्रत्येक में, 'सामने से', 'पार्श्व' और 'ऊपर से' दृश्यों को पहचानिए तथा उन्हें दिये हुए स्थानों पर लिखिए–

(a)



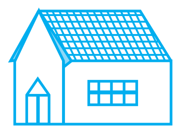
(i)  ______________

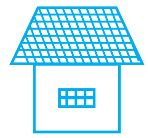
(ii)  ______________

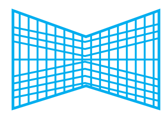
(iii)  ______________

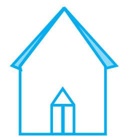
12/04/18

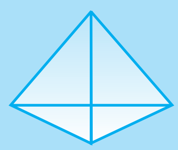
(b)



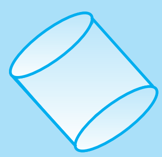
(i)  ______________

(ii)  ______________

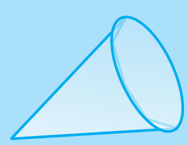
(iii)  ______________



सभी फलक बहुभुज हैं अतः आकृति बहुफलकी है।
इसमें एक त्रिभुजाकार आधार है।
आकृति एक त्रिभुजाकार पिरामिड है।

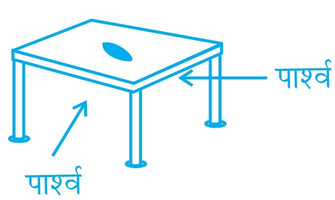


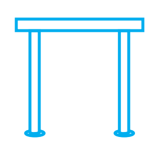
सभी फलक बहुभुज नही हैं। अतः आकृति बहुफलकी नहीं है।
इसमें दो वृत्ताकार आधार हैं।
आकृति एक बेलन है।

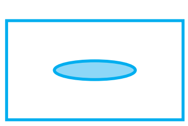


सभी फलक बहुभुज नहीं हैं। अतः आकृति बहुफलकी नहीं है।
इसमें एक वृत्ताकार आधार है।
आकृति एक शंकु है।

(c)

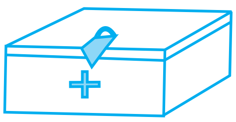


(i)  ______________

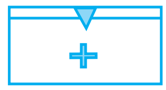
(ii)  ______________

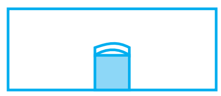
(iii) ______________

(d)



(i) ____________

(ii)  ____________

(iii)  ____________

प्रश्न 42 से 61 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

42. घनाभ का अन्य नाम चतुष्फलक है।

43. एक बहुफलकी में तीन फलक हो सकते हैं।

44. न्यूनतम फलकों वाला एक बहुफलकी एक त्रिभुजाकार पिरामिड कहलाता है।

45. सम अष्टफलक में, आठ सर्वांगसम फलक होते हैं, जो समद्विबाहु त्रिभुज होते हैं।

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. समझाइए कि प्रिज़्म या पिरामिड कैसे पहचानते हैं।

2. बेलनों और प्रिज़्मों की तुलना कीजिए और उनमें भेद कीजिए। वे किस प्रकार एक जैसे हैं? वे कैसे अलग हैं?

3. पिरामिडों और शंकुओं की तुलना कीजिए और उनमें भेद कीजिए। वे कैसे एक जैसे हैं? वे कैसे अलग हैं?

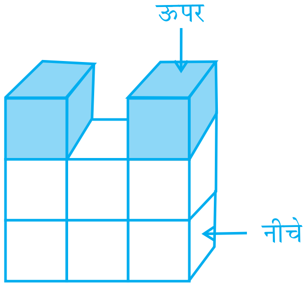
46. पंचभुजाकार प्रिज़्म में, पाँच पंचभुज होते हैं।

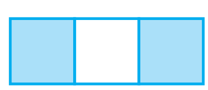
47. प्रत्येक बेलन में, 2 सम्मुख फलक सर्वांगसम वृत्त होते हैं। अतः, यह एक प्रिज़्म भी है।

48. ऑयलर का सूत्र सभी त्रिविमीय आकारों के लिए सत्य है।

49. एक बहुफलकी में 10 फलक, 20 किनारे और 15 शीर्ष हो सकते हैं।

50. ऊपर से आकृति का दृश्य है–





इकाई -6

51. एक समांतर चतुर्भुज में किनारों की संख्या 4 है।

52. प्रत्येक ठोस आकार का एक अद्वितीय जाल होता है।

53. पिरामिड में कोई विकर्ण नहीं होता।

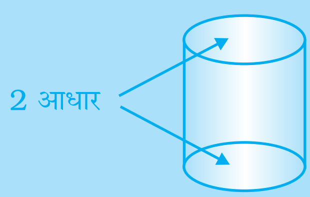
54. दायीं तरफ दिया गया आकार एक बेलन है–

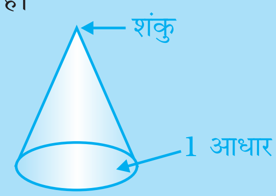
55. एक घनाभ के न्यूनतम 4 विकर्ण होते हैं।

56. सभी घन प्रिज़्म हैं।

बेलन और शंकु बहुफलकी नहीं होते हैं, क्योंकि वे सभी बहुभुजीय फलकों से नहीं बने होते हैं।

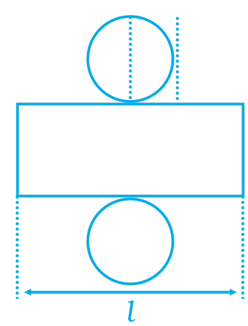
बेलन	शंकु
एक बेलन में दो समांतर सर्वांगसम आधार जो वृत्त हैं, होते हैं।	एक शंकु में एक आधार होता है जो एक वृत्त है तथा एक पृष्ठ होता है, जो एक बिंदु पर पहुँचता है जिसे शीर्ष कहते हैं।





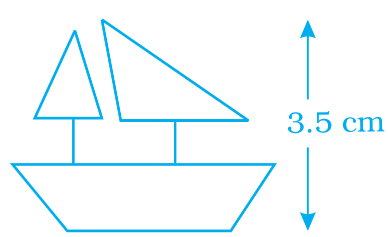
57. एक बेलन एक त्रिविमीय आकार है, जिसमें विभिन्न त्रिज्याओं के दो वृत्ताकार फलक होते हैं।

58. दायीं तरफ दी हुई आकृति के आधार पर एक बेलन के जाल में आयत की लंबाई उसके जाल में वृत्तों की परिधि के बराबर है।



59. यदि एक मानचित्र पर 100 m की दूरी 1cm से निरूपित की जाती है, तो 2cm के संगत दूरी 200 m है।

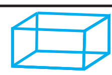
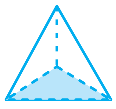
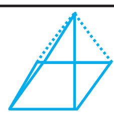
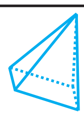
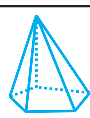
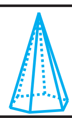
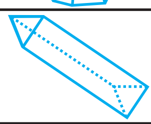
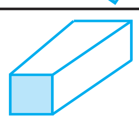
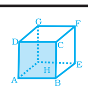
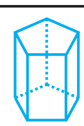
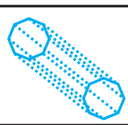
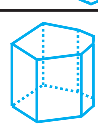
60. यदि नीचे दर्शाए गए एक जहाज के मॉडल की ऊँचाई 3.5 cm है, तो जहाज की वास्तविक ऊँचाई 210 cm होगी, जबकि स्केल 1 : 60 चुना जाता है।



61. किसी स्टोर के कमरे की वास्तविक चौड़ाई 280 cm है। यदि इसकी ड्राइंग बनाने के लिए, 1 : 7 स्केल लिया जाता है, तो ड्राइंग में कमरे की चौड़ाई 40 cm होगी।

12/04/18

62. नीचे दी गई सारणी को पूरा कीजिए–

क्रम No	ठोस	ठोस का आकार	फलकों की संख्या F	शीर्षों की संख्या V	किनारों की संख्या E	F + V	E + 2
a.	घनाभ						
b.	त्रिभुजाकार पिरामिड						
c.	वर्गाकार पिरामिड						
d.	आयताकार पिरामिड						
e.	पंचभुजाकार पिरामिड						
f.	षड्भुजाकार पिरामिड						
g.	त्रिभुजाकार प्रिज़्म						
h.	वर्गाकार प्रिज़्म						
i.	घन						
j.	पंचभुजाकार प्रिज़्म						
k.	अष्ठभुजाकार प्रिज़्म						
l.	सप्तभुजाकार प्रिज़्म						

63. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने फलक हैं?

(a) चतुष्फलक

(b) षट्फलक

(c) अष्ठभुजाकार पिरामिड

(d) अष्टफलक

64. एक सम षड्भुज आधार का एक प्रिज़्म खींचिए, जिसका एक फलक आपके सामने हो। अब, इस ठोस का ऊपर से दृश्य, सामने से दृश्य और पार्श्व दृश्य खींचिए।

65. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने शीर्ष हैं?

(a) शंकु (b) बेलन

(c) गोला (d) अष्ठभुजाकार पिरामिड

(e) चतुष्फलक (f) षड्भुजाकार प्रिज़्म

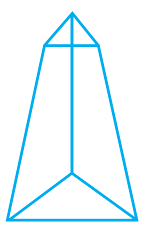
66. निम्न ठोसों में से प्रत्येक में कितने किनारे हैं?

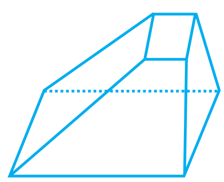
(a) शंकु (b) बेलन

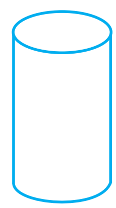
(c) गोला (d) अष्ठभुजाकार पिरामिड

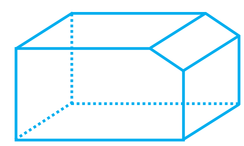
(e) षड्भुजाकार प्रिज़्म (f) केलिडस्कोप

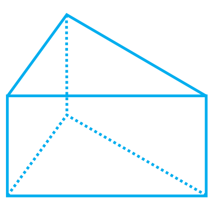
67. निम्न आकारों को देखिए और बताइए कि इनमें कौन-कौन बहुफलकी हैं।

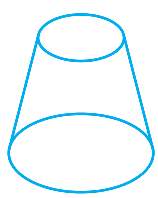

(a)

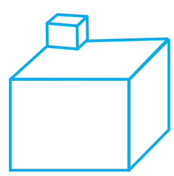

(b)

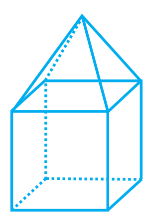

(c)

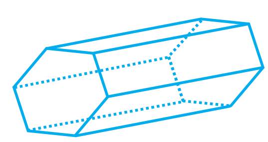

(d)

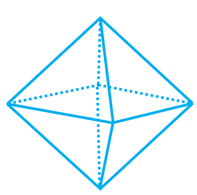

(e)

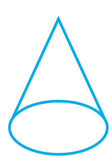

(f)

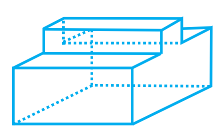

(g)

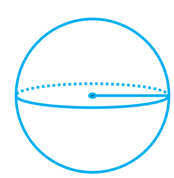

(h)


(i)


(j)

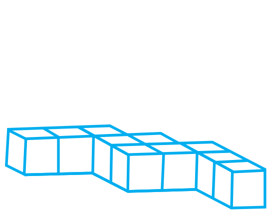

(k)

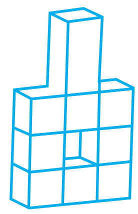

(l)

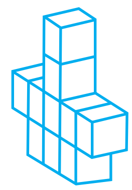

(m)

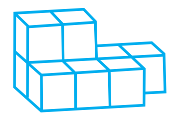
12/04/18

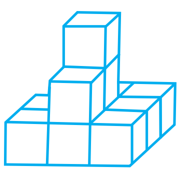
68. नीचे दिये आकारों में घनों की संख्याओं को गिनिए–

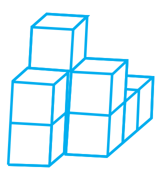

(a)

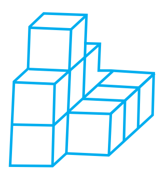

(b)

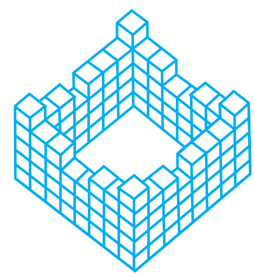

(c)

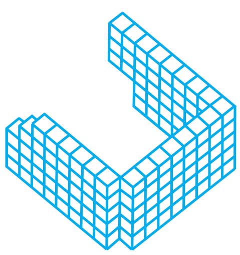

(d)

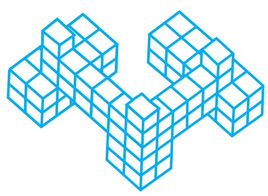

(e)

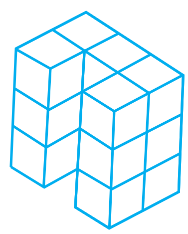

(f)

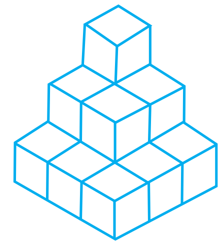

(g)


(h)

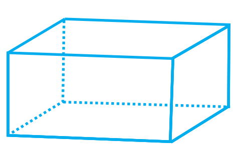

(i)

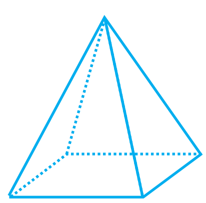

(j)

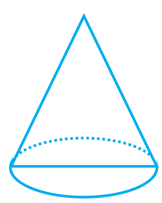

(k)

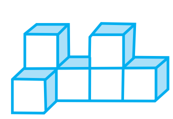

(l)

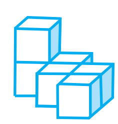
69. नीचे दिए गए आकारों के सामने से, पार्श्व और ऊपर से दृश्यों को खींचिए–

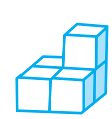

(a)

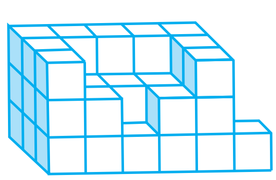

(b)

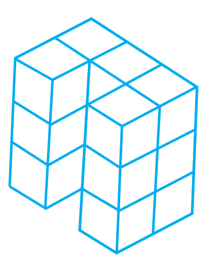

(c)

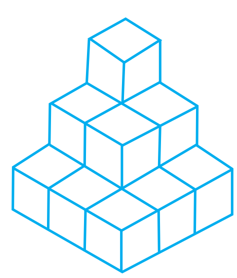

(d)

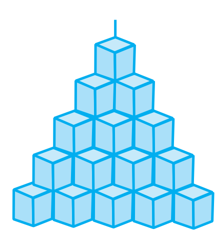

(e)


(f)


(g)


(h)


(i)


(j)

प्रयास कीजिए

1. एक नेट का उपयोग 3 cm × 6 cm × 9 cm का एक आयताकार प्रिज़्म बनाने के लिए कीजिए।

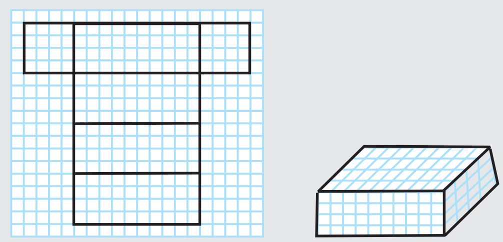
2. ऊँचाई 3 cm तथा त्रिज्या 1.5 cm का एक बेलन बनाने के लिए एक नेट का उपयोग कीजिए। (संकेत: नेट में आयत की लंबाई वृत्त की परिधि से सुमेलित होनी चाहिए, इसलिए लंबाई $2\pi r = 2\pi \times 1.5 \approx$ 9.42 cm होनी चाहिए।)

प्रिज़्मों और बेलनों को बनाने में नेटों का उपयोग

एक नेट द्विविमीय ऐसा पैटर्न है जिसको तह करके त्रिविमीय आकृति बनायी जा सके। आप 1cm वाले ग्राफ पेपर का उपयोग नेट बनाने में कर सकते हैं।

क्रियाकलाप

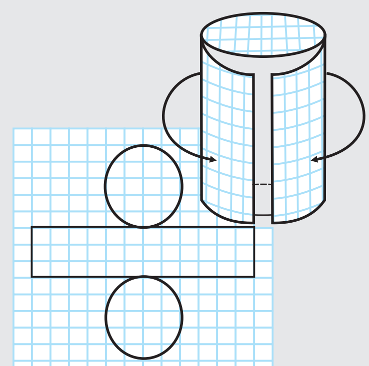
1. आयताकार प्रिज़्म बनाने में नेट का उपयोग



a. दाएँ ओर दी गयी नेट को एक ग्राफ पेपर पर खींचिए। प्रत्येक आयत 10 वर्ग×4 वर्ग का है। दो वर्ग प्रत्येक ओर 4 छोटे वर्ग के बराबर हैं।

b. नेट को काटकर निकाल लीजिए। प्रत्येक आयत के अनु तह कर एक आयताकार प्रिज़्म बना लीजिए। किनारों को टेप से चिपकाकर उसे स्थिर कीजिए।

2. बेलन बनाने में नेट का उपयोग



a. दाएँ ओर की नेट को एक ग्राफ पेपर पर खींचिए। आयत 25 वर्ग ×8 वर्ग का है। वृत्तों को बनाने के लिए परकार का उपयोग कीजिए। प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या 4 वर्गों के बराबर है।

b. नेट को काटकर निकाल लीजिए। नेट को, जैसा दिखाया गया है, तह करके एक बेलन बना लीजिए। किनारों को टेप से चिपकाकर उसे स्थिर कीजिए।

70. ऑयलर के सूत्र का प्रयोग करते हुए, नीचे दी गई सारणी में अज्ञात $x, y, z, p, q, r,$ को ज्ञात कीजिए–

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
फलक	7	y	9	p	6	8
शीर्ष	10	12	z	6	q	11
किनारे	x	18	16	12	12	r

सोचिए और चर्चा कीजिए

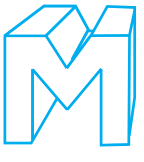
1. आयताकार प्रिज़्म, जो आपने बनाया है, की विमाएँ क्या हैं?
2. बेलन, जो आपने बनाया है, की ऊँचाई क्या है? बेलन की त्रिज्या क्या है?

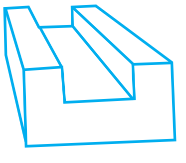
71. क्या किसी बहुफलकी में V = F = 9 और E = 16 हो सकता है? यदि हाँ, तो इसकी आकृति खींचिए।

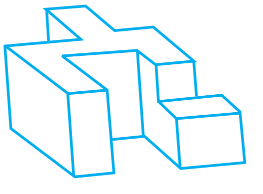
72. जाँच कीजिए कि क्या एक बहुफलकी में V = 12, E = 6 और F = 8 हो सकता है।

73. एक बहुफलकी में 60 किनारे और 40 शीर्ष हैं। उसके फलकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

74. नीचे दिये गए आकारों में फलकों की संख्या ज्ञात कीजिए–


(a)


(b)


(c)

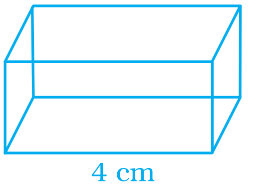
75. एक बहुफलकी में 20 फलक और 12 शीर्ष हैं। इसके किनारों की संख्या ज्ञात कीजिए।

76. एक बहुफलकी में 40 फलक और 60 किनारे हैं। इस ठोस के शीर्षों की संख्या ज्ञात कीजिए।

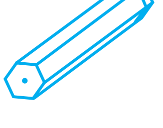
77. एक सम हेक्साहेड्रन का एक जाल खींचिए, जिसकी भुजाएँ 3cm हों। (संकेत– सम षट्फलक एक घन होता है।)

78. 6 cm की भुजा लेकर एक सम चतुष्फलक का जाल खींचिए।

79. निम्न घनाभ का जाल खींचिए–

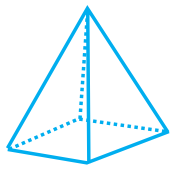


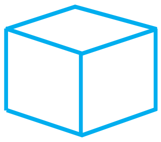
80. निम्न का सुमेलन कीजिए–

आकृति	**नाम**
(a) 	(a) षट्फलक

12/04/18

(b)

(c) 

(d) 

(b) षड्भुजाकार प्रिज़्म

(c) वर्गाकार पिरामिड

(d) शंकु

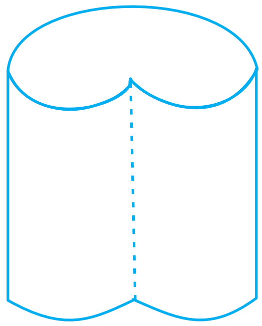
(e) षड्भुजाकार पिरामिड

81. दिये गये ठोस में लागू गुण के आधार पर निम्न सारणी में सही चिह्न (✓) लगाकर पूरा कीजिए–

ठोस

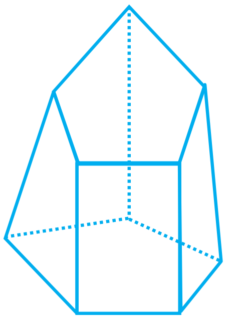
गुण	शंकु	बेलन	प्रिज़्म	पिरामिड
1. आकृति एक बहुफलकी है।				
2. आकृति के विकर्ण हैं।				
3. आकार में एक वक्रीय किनारा है।				
4. आकृति का आधार एक बहुभुज है।				
5. दोनों आधार सर्वांगसम हैं।				
6. आकृति का आधार एक बहुभुज है और अन्य फलक एक बिंदु पर मिलते हैं।				
7. आकृति के आधार का एक वक्रीय किनारा है तथा अन्य फलक एक बिंदु पर मिलते हैं।				

82. निम्न आकार का एक जाल खींचिए–



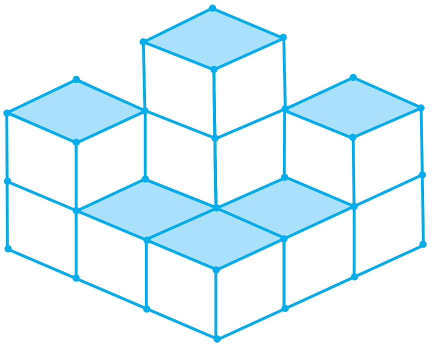
12/04/18

83. निम्न आकार का एक जाल खींचिए–



(संकेत– पंचभुज सर्वांगसम नहीं हैं।)

84. निम्न ठोस के आधार वाली परत में घनों की संख्या ज्ञात कीजिए–



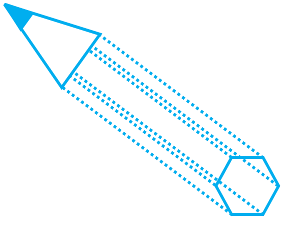
85. उपरोक्त आकृति में, यदि ऊपर से केवल छायांकित घन ही दिखायी देते हैं, तो आधार की परत खींचिए।

86. n भुजाओं वाले बहुभुज के आधार के पिरामिड में कितने फलक, किनारे और शीर्ष हैं?

87. एक आकृति खींचिए जो आपकी गणित पुस्तक को निरूपित करती है। इस आकृति का क्या नाम है? क्या यह एक प्रिज़्म है?

88. नीचे दी गई आकृतियों में विभिन्न संबद्ध आकारों को पहचानिए–

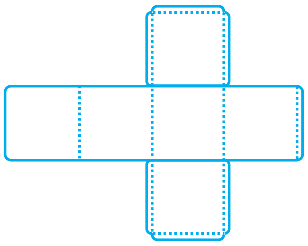
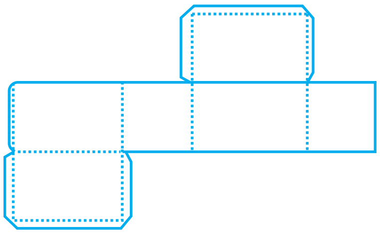
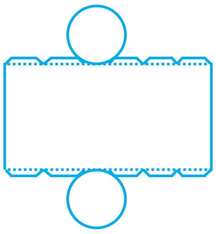
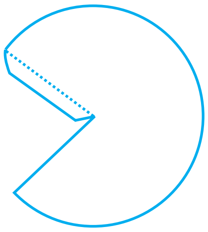
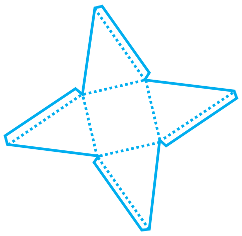
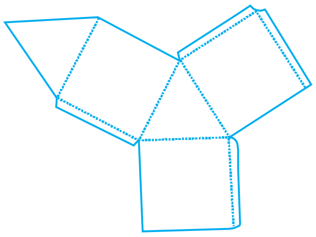
(a)



(b)

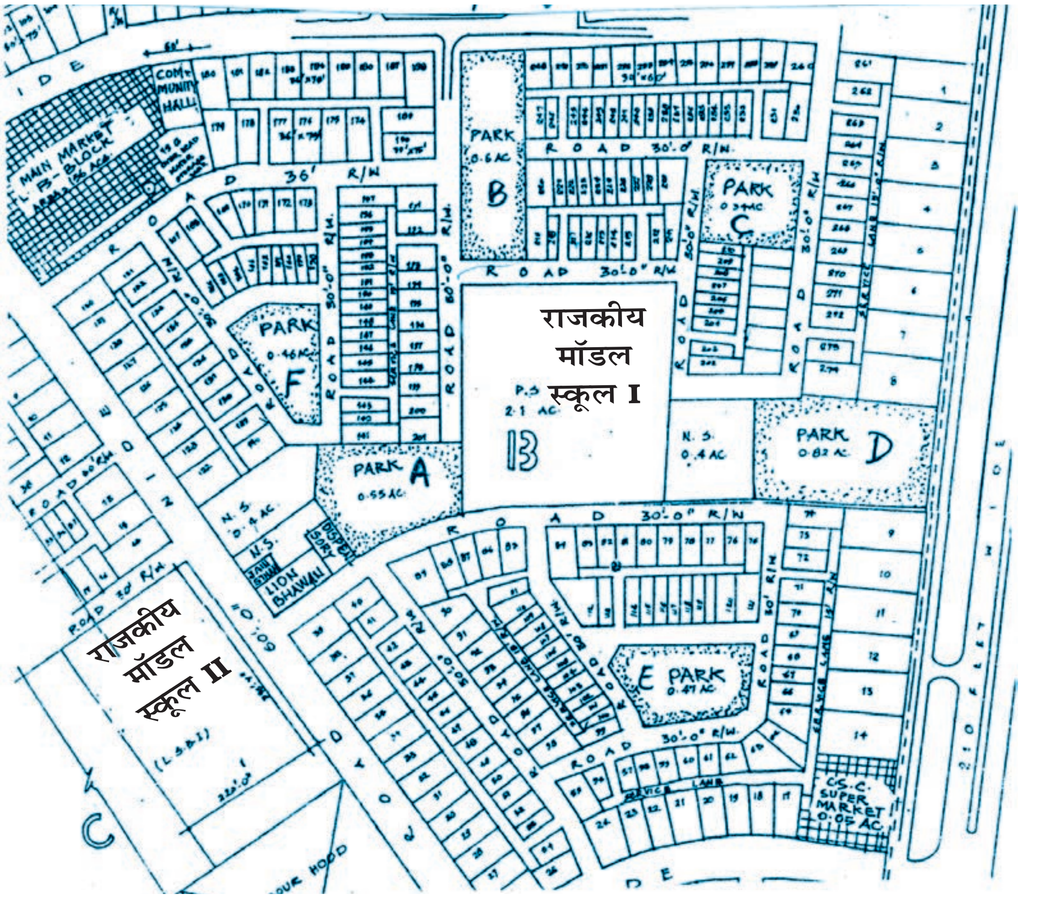
89. यदि किसी घन की केवल ऊँचाई ही बढ़ाई या घटाई जाती है, तो कौन-सी आकृति बनती है?

90. नीचे दिए हुए जालों को पहचानिए और इनसे बनने वाले ठोस के नाम दिये हुए स्थान पर लिखिए–

जाल	ठोस का नाम
(a) 	
(b) 	
(c) 	
(d) 	
(e) 	
(f) 	

91. अपने स्कूल के खेल के मैदान का एक मानचित्र खींचिए। सभी महत्वपूर्ण स्थानों जैसे लाइब्रेरी, खेल का मैदान, मेडिकल कक्ष, कक्षायें, प्रार्थना सभा स्थल इत्यादि को अंकित कीजिए।

92. आगे आने प्रश्नों के उत्तर देने के लिए निम्न मानचित्र को देखिए–



(a) राजकीय मॉडल स्कूल 1 का निर्मित क्षेत्रफल क्या है?

(b) चित्र में दर्शाए स्कूलों के नाम लिखिए।

(c) कौन-सा पार्क डिस्पेंसरी के निकटतम है?

(d) मुख्य बाजार किस ब्लॉक में है?

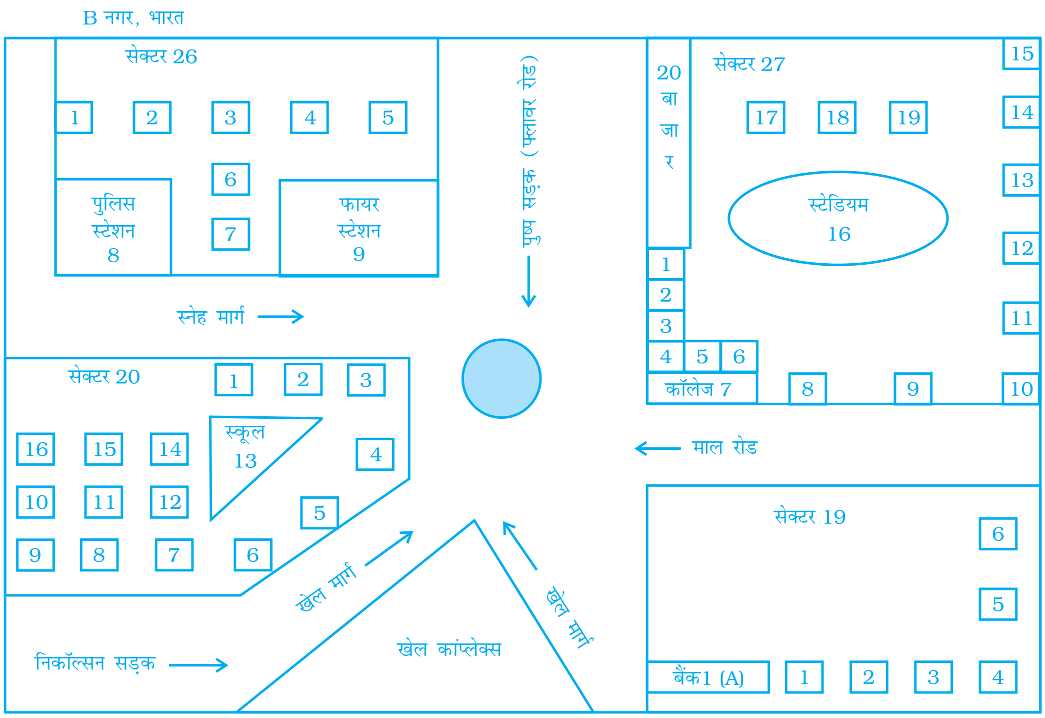
(e) मानचित्र में कितने पार्क निरूपित हैं?

93. आगे दिए गए मानचित्र को देखिए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) कौन-से दो अस्पताल एक दूसरे के सामने हैं?

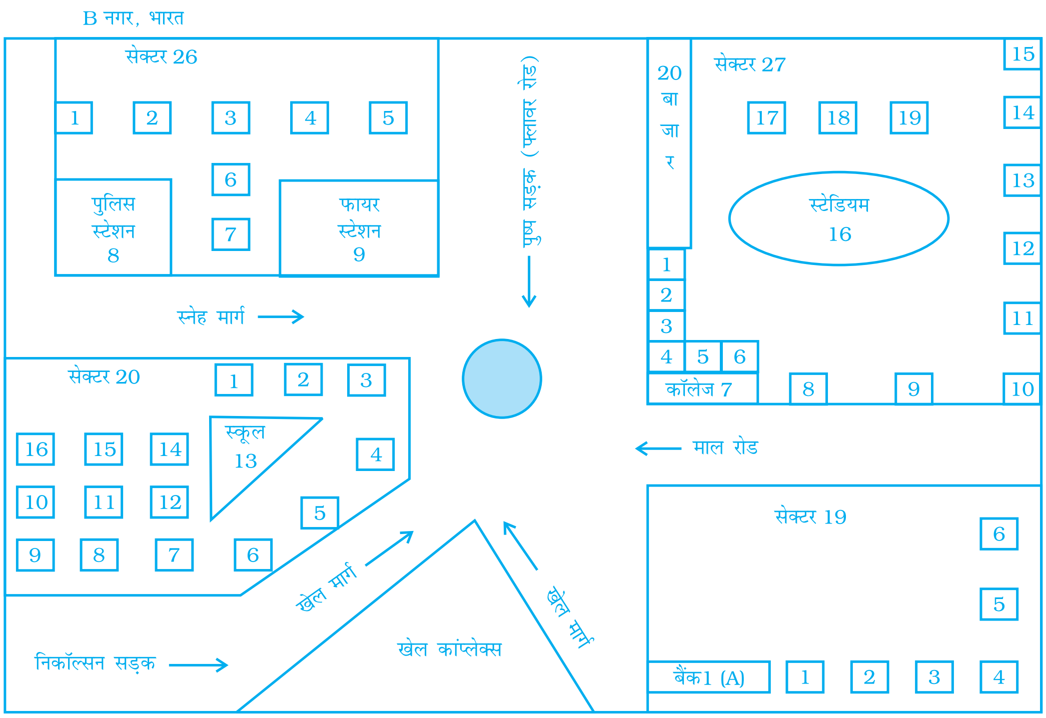
(b) एक व्यक्ति, जो नीति बाग में रहता है, अपनी पुत्री को एशियाड टॉवर पर छोड़ कर चिराग दिल्ली पहुँचता है। सड़कों पर जाते समय उसे कौन-कौन से मुख्य स्थान मिलेंगे?

(c) किस सड़क का नाम किसी महीने के नाम जैसा है?



94. नीचे दिये मानचित्र को देखिए–

☐ घर



अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) उन सड़कों के नाम लिखिए जो गोल चक्कर पर मिलती हैं।

(b) स्टेडियम का क्या पता है?

(c) पुलिस स्टेशन किस रोड पर स्थित है?

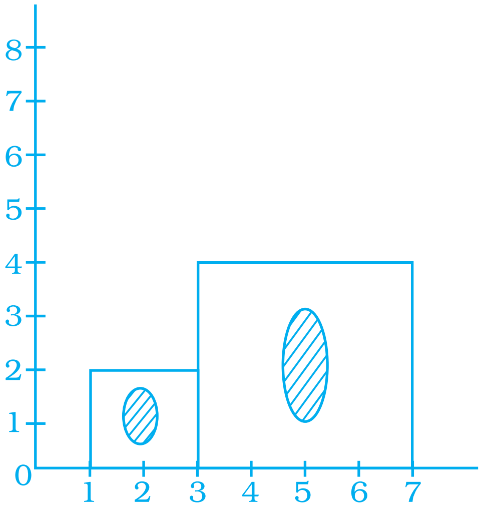
(d) यदि रीतिका बैंक के पास रहती है, आपको उसे एक कार्ड भेजना है, तो उस पर क्या पता लिखेंगे?

(e) किस सेक्टर में घरों की संख्या अधिकतम है?

(f) किस सेक्टर में फायर स्टेशन स्थित है?

(g) मानचित्र में कितने सेक्टर दर्शाए गये हैं?

95. एक फोटोग्राफर नीचे दर्शाए गए ग्राफ के अनुसार एक फोटो को बड़े साइज में बनाने के लिए एक कंप्यूटर प्रोग्राम का प्रयोग करता है। उसकी चौड़ाई को किस स्केल द्वारा बढ़ाया गया है?



96. एक वर्गाकार बोर्ड की भुजा 50cm है। एक विद्यार्थी को इस बोर्ड का अपनी अभ्यास-पुस्तिका पर एक प्रतिबिंब बनाना है। यदि अभ्यास-पुस्तिका पर इस वर्गाकार बोर्ड की ड्राइंग का परिमाप 40cm है, तो यह आकृति किस स्केल पर खींची गयी है?

97. एक लड़की के स्कूल और घर की दूरी एक चित्र में, 1cm : 5cm स्केल का प्रयोग करते हुए 5cm दी हुई है। दोनों स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

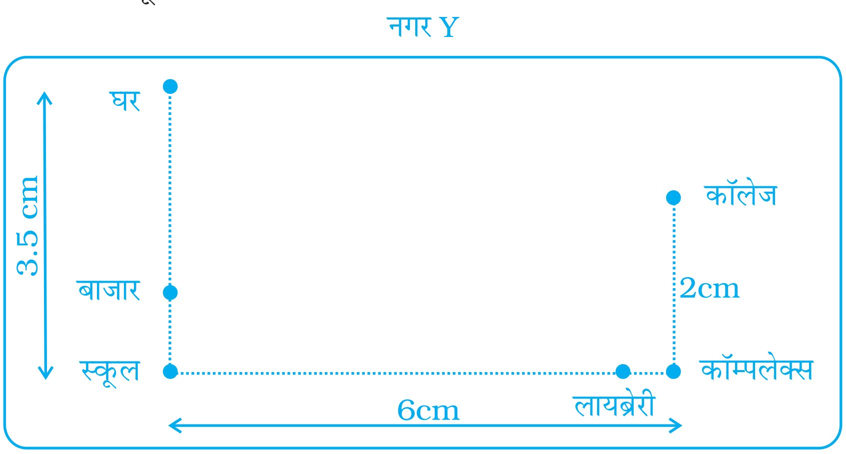
12/04/18

98. नीचे दिये मानचित्र में बिंदुकित रेखाओं द्वारा मिलाये गये स्थानों के बीच की दूरी (सेमी में) पटरी से मापिए। यदि यह मानचित्र स्केल 1सेमी : 10cm पर खींचा गया है, तो निम्न के बीच की वास्तविक दूरियाँ ज्ञात कीजिए–

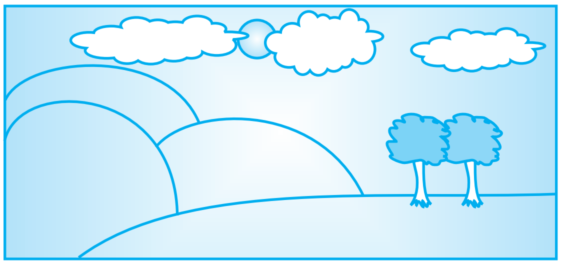
(1) स्कूल और लाइब्रेरी

(2) कॉलेज और कॉम्पलेक्स

(3) घर और स्कूल



99. एक पेंटिग की वास्तविक लंबाई 2m है। इसकी चित्र में क्या लंबाई है, यदि 1mm : 20cm स्केल का प्रयोग किया गया है?



100. स्केल ज्ञात कीजिए–

(a) वास्तविक माप 12m
    ड्राइंग में माप 3cm

(b) वास्तविक माप 45m
    ड्राइंग में माप 5cm

101. किसी शहर में, एक आइसक्रीम पार्लर ने आइसक्रीम की 360 cm ऊँची एक मूर्ति प्रदर्शित की हुई है। पार्लर वाला यह दावा करता है कि ये आइसक्रीम और मूर्ति 1: 30 के स्केल में हैं। परोसी जाने वाली आइसक्रीमों की ऊँचाई कितनी है?

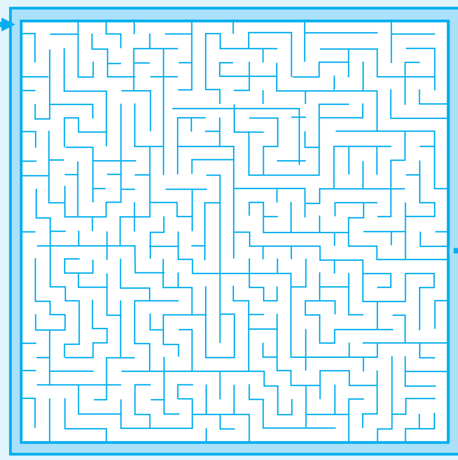
12/04/18

(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1: प्रारंभ से समाप्त तक जाने का सबसे उपयुक्त रास्ता ज्ञात कीजिए–

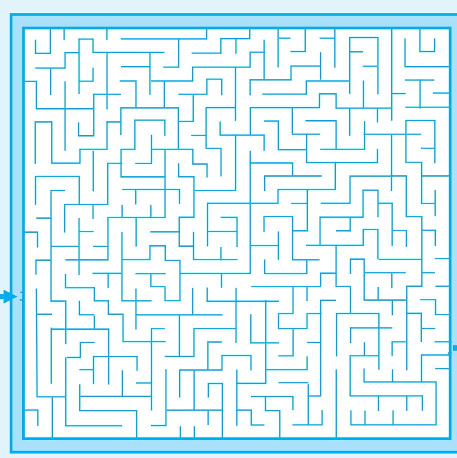
(चले गये रास्ते या पथ को दर्शाने के लिए अपने पसंद के रंग के पेन का प्रयोग कीजिए।

प्रारंभ



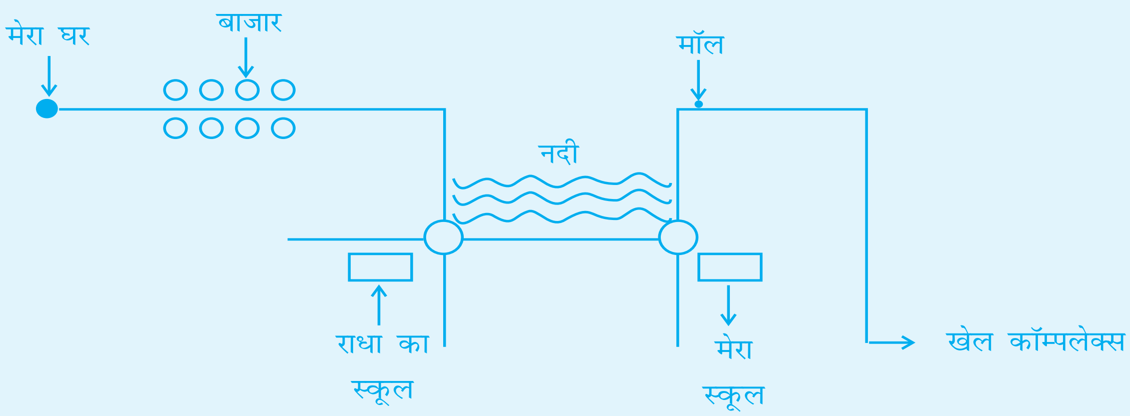
अंत

प्रारंभ



अंत

क्रियाकलाप 2: रोहित 7 वर्ष का एक बच्चा है। उसके चाचा राज ने रोहित से घर से खेल कॉम्पलेक्स तक जाने का एक मानचित्र खींचने को कहा। उसने निम्न मानचित्र खींचा–



अपने को रोहित का माता / पिता समझते हुए, क्या आप चाचा राज की एक इससे अच्छा मानचित्र खींचने में सहायता कर सकते हैं?

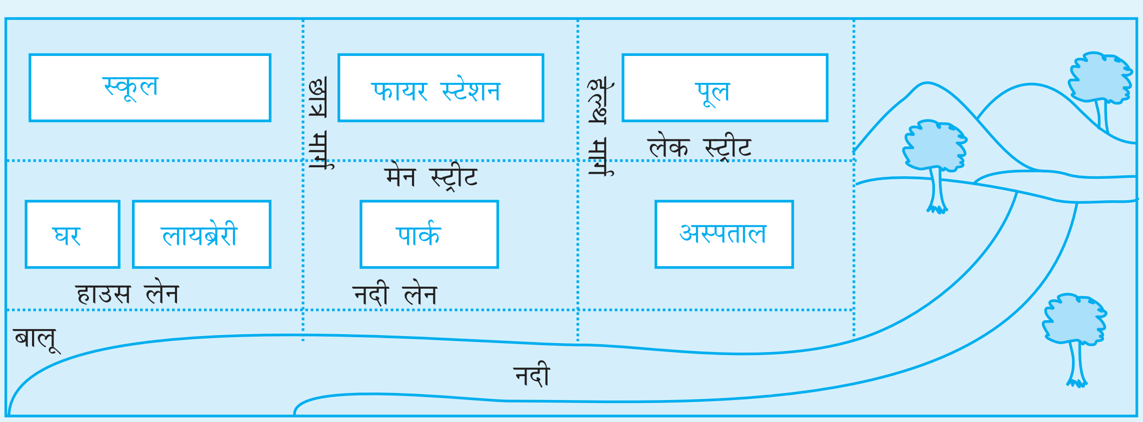
क्रियाकलाप 3: नीचे दिये गये शहर के मानचित्र को देखिए–

(a) इस मानचित्र को दिये गये कलर कोड का प्रयोग करते हुए रंग भरिए–

नीला–पानी, लाल–फायर स्टेशन, सफेद अस्पताल, हरा–पार्क, नदी के किनारे–क्रीम, पहाड़–भूरे।

(b) घर से तालाब तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता तीरों द्वारा दर्शाइए।

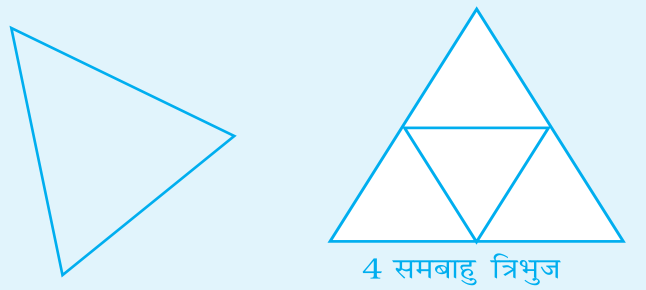
(c) छात्र मार्ग और हाउस लेन के प्रतिच्छेदन पर X अंकित कीजिए।



12/04/18

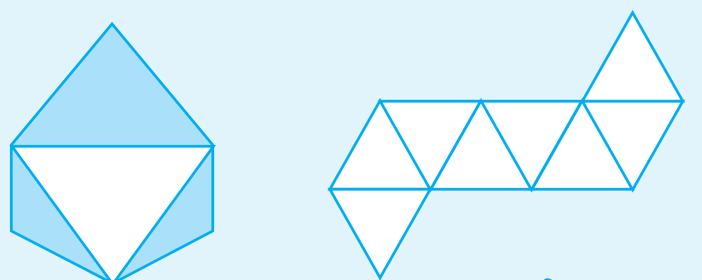
क्रियाकलाप 4: रंगीन शीटों पर नीचे दिये गए जाल इस प्रकार खींचिए कि त्रिभुज की भुजा 3 सेमी हो तथा उसके सम्मुख वह आकार बनाने का प्रयास कीजिए। इनमें किनारों, फलकों और शीर्षों की संख्याएँ गिनिए तथा ऑयलर के सूत्र का सत्यापन कीजिए।

(a)



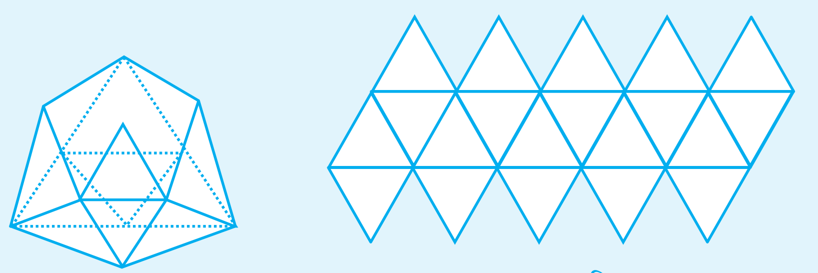
4 समबाहु त्रिभुज

(b)



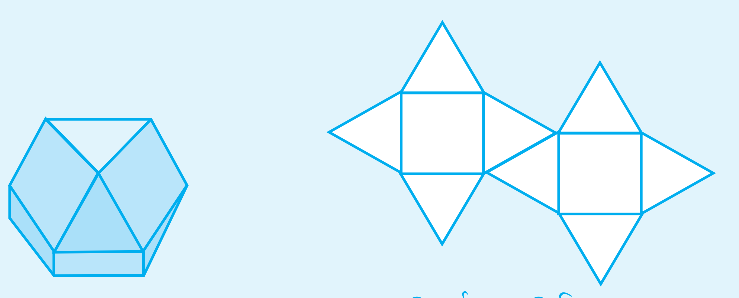
8 समबाहु त्रिभुज

(c)



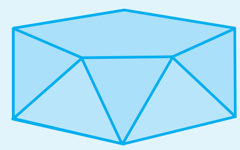
20 समबाहु त्रिभुज

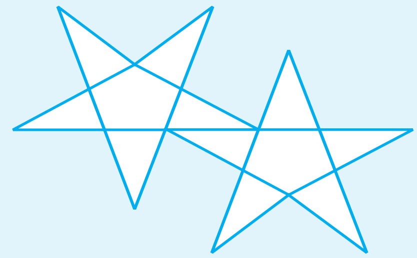
(d)



2 वर्ग तथा 8 त्रिभुज

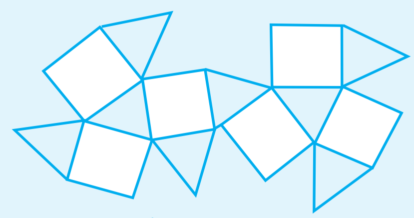
(e)





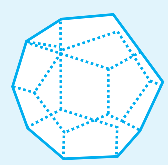
2 पंचभुज तथा 10 त्रिभुज

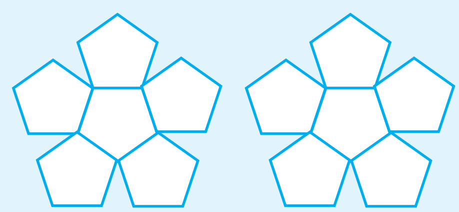
(f)



6 वर्ग तथा 8 त्रिभुज

(g)





12 पंचभुज

क्रियाकलाप 5: अनुमान लगाइए, मैं कौन हूँ, क्योंकि मेरा नाम नीचे बॉक्स में दिया है। हाँ! मेरे नाम की स्पेलिंग उथल-पुथल हो गयी है।

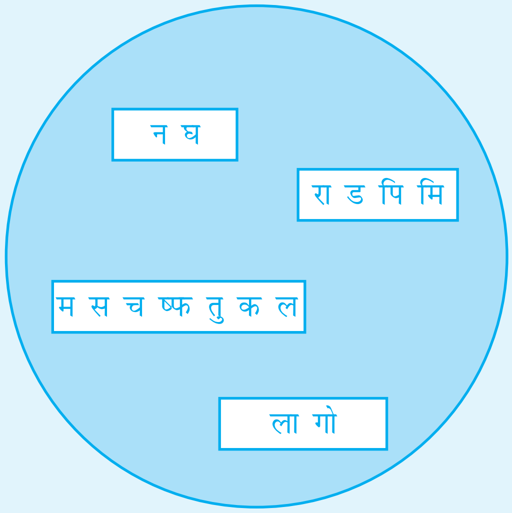
दिये हुए संकेत से इसे पहचानने का प्रयास कीजिए और रिक्त स्थान में लिखिए।

(1) मैं न्यूनतम फलकों वाला बहुफलकी हूँ। _________

(2) मैं एक प्रिज़्म हूँ जिसका प्रत्येक फलक एक वर्ग है। _________

(3) कंचे की तरह दिखता हूँ, परंतु कोई शीर्ष नहीं _________

(4) मैं एक ठोस हूँ जिसका आधार बहुभुजीय है और अन्य फलक त्रिभुज हैं। _________



क्रियाकलाप 6: अपने मोहल्ले का एक मानचित्र खींचिए, जिसमें आपके सेक्टर / ब्लॉक का पूर्ण विवरण हो। साथ ही, कुछ मुख्य पहचान के स्थान भी बताइए जिनसे आपके मित्र को आपके सेक्टर / ब्लॉक में आपका घर ढूँढ़ने में सहायता मिले।

क्रियाकलाप 7:

क्रॉसवर्ड पहेली

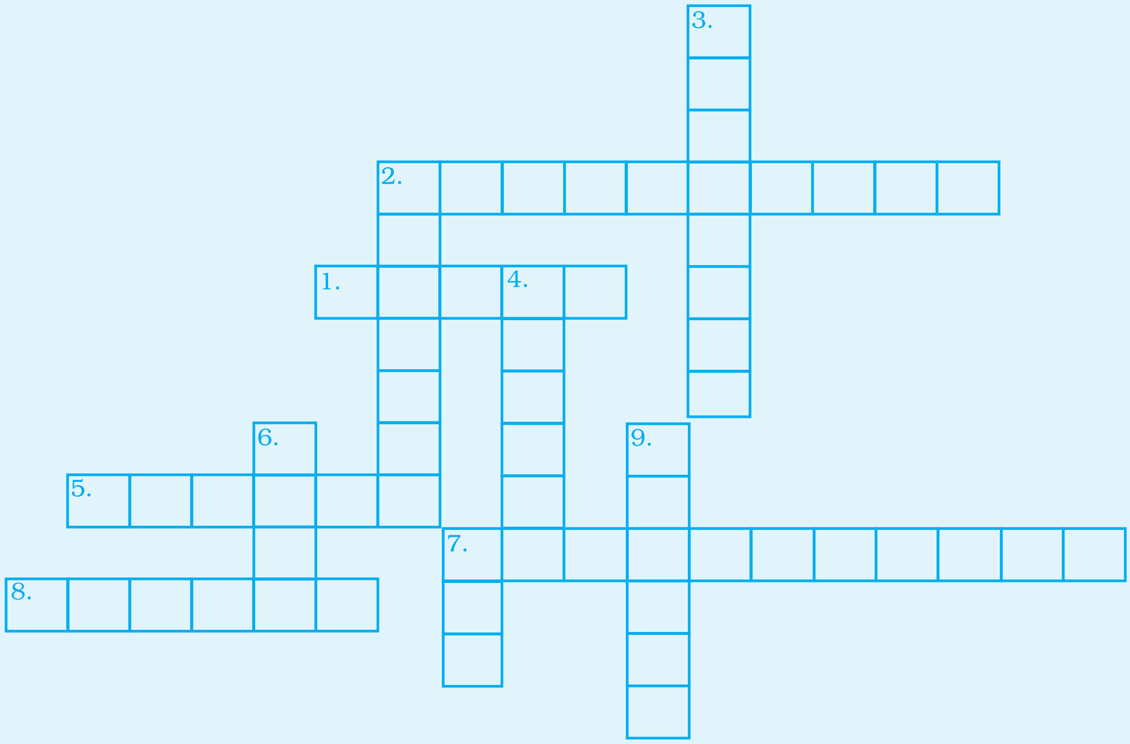
दिये हुए संकेतों के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए और क्रॉसवर्ड को अंग्रेजी के अक्षरों द्वारा भरिए–

एक्रॉस

1. Polyhedron whose lateral faces are parallelograms.
1. बहुफलकी जिसके पार्श्वफलक समांतर चतुर्भुज हैं।
2. Prism having fifteen edges
2. पंद्रह किनारों वाला प्रिज़्म।
5. Another name for a square prism
5. ऐसे प्रिज़्म का अन्य नाम जिसके सभी फलक सर्वांगसम वर्ग हैं।
7. Polyhedron made up of four triangles
7. चार त्रिभुजों से बना बहुफलकी।
8. Polyhedron made up of convex polygons
8. उत्तल बहुभुजों से बना बहुफलकी।

डाउन

2. Polyhedron whose lateral faces are triangles.
2. बहुफलकी जिसके पार्श्वफलक त्रिभुज हैं।
3. In a solid shape, the line segment joining two vertices not lying on the same face.
3. एक ठोस आकार में, उन शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखंड जो एक ही फलक पर नहीं स्थित हों।
4. A 3-D shape having no vertex.
4. एक 3D आकार जिसका कोई शीर्ष नहीं है।
6. A solid figure having only one vertex.
6. केवल एक शीर्ष वाली ठोस आकृति।
7. Number of pentagons in a pentagonal prism.
7. एक पंचभुजाकार प्रिज्म में पंचभुजों की संख्या।
9. Point where edges of a solid shape meet.
9. वह बिंदु जहाँ ठोस आकार के किनारे मिलते हैं।



इकाई 7

बीजीय व्यंजक, सर्वसमिकाएँ और गुणनखंडन

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

(i) **बीजीय व्यंजक**

- चरों और अचरों के गुणनफल से **पद** बनते हैं, जैसे $-3xy$, $2xyz$, $5x^2$, इत्यादि।
- व्यंजकों को बनाने के लिए पदों को जोड़ा जाता है, जैसे $-2xy + 5x^2$।
- वे व्यंजक जिनमें ठीक एक, दो और तीन पद हों क्रमश: **एकपदी**, **द्विपदी** और **त्रिपद** कहलाते हैं।
- व्यापक रूप में, एक या अधिक पदों वाला कोई भी व्यंजक जिसमें चर के घातांक केवल ऋणेतर पूर्णांक हों, एक **बहुपद** कहलाता है।
- **समान पद** समान-चरों से बनते हैं तथा इन चरों की घातें भी समान होती हैं। परंतु समान पदों के गुणांक समान होना आवश्यक नहीं है।
- अनेक स्थितियों में, हमें बीजीय व्यंजकों को गुणा करने की आवश्यकता पड़ती है, जैसे कि आयत, त्रिभुज आदि के क्षेत्रफल ज्ञात करने में।
- दो बीजीय व्यंजकों का गुणनफल पुन: एक बीजीय व्यंजक होता है।
- एक एकपदी को अन्य एकपदी से गुणा करने पर सदैव एक एकपदी प्राप्त होता है।
- एक बहुपद को एक एकपदी से गुणा करने के लिए, हम बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से गुणा करते हैं और वितरण गुण $a(b + c) = ab + ac$ का प्रयोग करते हैं।
- एक बहुपद को एक द्विपद (या त्रिपद) से गुणा करने के लिए, हम उन्हें पदों के अनुसार गुणा करते हैं, अर्थात् बहुपद के प्रत्येक पद को द्विपद (या त्रिपद) के प्रत्येक पद से गुणा किया जाता है और फिर वितरण गुण का प्रयोग किया जाता है।

- एक **सर्वसमिका** वह समिका है जो अपने सभी चरों के मानों के लिए सत्य होती है।
- एक समीकरण अपने चरों के केवल कुछ मानों के लिए ही सत्य होती है।
- कुछ मानक सर्वसमिकाएँ –

  (i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  (ii) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

  (iii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

  (iv) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(ii) **गुणनखंडन**

- किसी व्यंजक को दो या अधिक व्यंजकों के गुणनफल के रूप में निरूपित करने को **गुणनखंडन** या **गुणनखंड** करना कहते हैं। इनमें से प्रत्येक व्यंजक दिये हुए व्यंजक का एक गुणनखंड कहलाता है।
- जब हम किसी व्यंजक के गुणनखंड करते हैं, तो हम इसे व्यंजक को इसके गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं। ये गुणनखंड संख्याएँ, बीजीय (या अक्षर) चर या बीजीय व्यंजक हो सकते हैं।
- एक **अखंडनीय गुणनखंड** ऐसा गुणनखंड होता है, जिसके और आगे गुणनखंड न किया जा सके। ऐसे गुणनखंडन को अखंडनीय गुणनखंडन का पूर्ण गुणनखंडन कहते हैं।
- एक गुणनखंड जो सभी पदों में उपस्थित हो, एक सार्व या **उभयनिष्ठ गुणनखंड** कहलाता है।

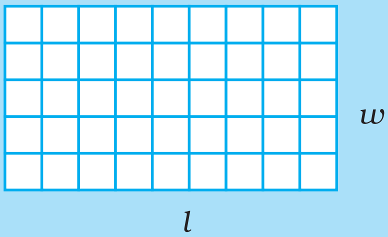
सूत्र एक समीकरण होता है, जो दो या अधिक चरों के बीच किसी संबंध को प्रदर्शित करता है। उदाहरणार्थ, किसी आयत के क्षेत्रफल में वर्ग इकाइयों की संख्या (A) लंबाई में इकाइयों की संख्या (l) तथा चौड़ाई में इकाइयों की संख्या (w) के गुणनफल के बराबर होती है।

अत:, आयत के क्षेत्रफल के लिए सूत्र $A = lw$ है।

$A = lw$

$A = 9 \times 5$

$A = 45$



अत:, क्षेत्रफल 45 वर्ग इकाई या 45 इकाई^2 है।

कभी-कभी, आप दी हुई सूचना का प्रयोग करते हुए किसी सूत्र में चर का मान निकाल सकते हैं।

दी गयी आकृति में, लंबाई 9 इकाई तथा चौड़ाई 5 इकाई है।

12/04/18

- वितरण नियम (गुण) का प्रयोग करते हुए, किया गया गुणनखंडन की **सार्व गुणनखंड विधि** कहलाती है।
- कभी-कभी गुणनखंड किये जाने वाले व्यंजक या तो $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 – 2ab + b^2$, $a^2– b^2$ या $x^2 + (a + b)\, x + ab$ के रूप के होते हैं या उन्हें इस रूप में रखा जा सकता है। ऐसे व्यंजकों को सरलता से निम्न सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए गुणनखंडित किया जा सकता है –

  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

  $a^2 – 2ab + b^2 = (a – b)^2$

  $a^2 – b^2 = (a + b)\, (a – b)$

  $x^2 + (a + b)\, x + ab = (x + a)\, (x + b)$
- एक बहुपद को एक एकपदी से भाग देते समय, हम बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से भाग देते जाते हैं।
- एक बहुपद को एक अन्य बहुपद से भाग देने के लिए, हम प्रत्येक बहुपद के गुणनखंड करते हैं तथा उनमें सार्व या उभयनिष्ठ गुणनखंडों को काट देते हैं।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 4, में चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: निम्न में कौन-सा $24a^2bc$ का समान पद है?

(a) $13 \times 8a \times 2b \times c \times a$ (b) $8 \times 3 \times a \times b \times c$

(c) $3 \times 8 \times a \times b \times c \times c$ (d) $3 \times 8 \times a \times b \times b \times c$

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 2: निम्न में से कौन-सा एक सर्वसमिका है?

(a) $(p + q)^2 = p^2 + q^2$ (b) $p^2 – q^2 = (p – q)^2$

(c) $p^2 – q^2 = p^2 + 2pq – q^2$ (d) $(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3 : $3a^3 + 6a$ का अखंडनीय गुणनखंडन है?

(a) $3a\,(a^2 + 2)$ (b) $3\,(a^3 + 2)$

(c) $a\,(3a^2 + 6)$ (d) $3 \times a \times a \times a + 2 \times 3 \times a$

हल सही उत्तर (*a*) है।

उदाहरण 4 : $a(b + c) = ab + ac$ दर्शाता है–

(a) क्रमविनिमेय गुण (b) वितरण गुण

(c) सहचारी गुण (d) संवृत गुण

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 5 और 6 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 5 : किसी व्यंजक का उसके गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में निरूपण ________ कहलाता है।

हल गुणनखंडन

उदाहरण 6 : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x +$ ________ है।

हल ab

उदाहरण 7 से 9 में, बताइए कि कथन सत्य है या असत्य –

उदाहरण 7 : एक सर्वसमिका अपने सभी चरों के सभी मानों के लिए सत्य होती है।

हल सत्य

उदाहरण 8 : x^2y और $-xy^2$ में सार्व गुणनखंड xy है।

हल सत्य

उदाहरण 9 : $(3x + 3x^2) \div 3x = 3x^2$ है।

हल असत्य

उदाहरण 10 : सरल कीजिए – (i) $-pqr(p^2 + q^2 + r^2)$

(ii) $(px + qy)(ax - by)$

हल (i) $-pqr(p^2 + q^2 + r^2)$

$= -(pqr) \times p^2 - (pqr) \times q^2 - (pqr) \times r^2$

$= -p^3qr - pq^3r - pqr^3$

(ii) $(px + qy)(ax - by)$

$= px(ax - by) + qy(ax - by)$

$= apx^2 - pbxy + aqxy - qby^2$

यथार्थ जीवन गणित

शक्तिशाली स्थानों में बीजगणित: आप सोच सकते हैं कि बीजगणित एक ऐसा विषय है, जो केवल पुस्तकों में पाया जाता है। परंतु आप बीजगणित को अपने परिवेश में अन्य स्थानों पर भी देख सकते हैं।

क्या आप जानते हैं कि चींटी के रेंगने की चाल और वायु के तापमान के बीच में कोई संबंध होता है? यदि आप कुछ चींटियों को बाहर रेंगते हुए देखते हैं तथा उनके रेंगने का समय ज्ञात कर लेते हैं, तो आप वास्तविक रूप से उस समय के तापमान का आकलन कर सकते हैं। यहाँ एक बीजीय समीकरण दी जा रही है, जो इस संबंध को दर्शाती है:

सेल्सियस में तापमान → t

$$t = 15s + 3$$

s ← चींटी की सेंटीमीटर प्रति सेकेंड में चाल

इसी प्रकार कुछ अन्य स्थान भी हैं जब आपको बीजगणित देखने को मिल सकता है।

जरा सोचिए:
एक विशेष तरह की चींटी की चाल के बारे में आप क्या सोचते हैं?

उदाहरण 11 : उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, निम्न का प्रसारण कीजिए –

(i) $(3x + 7y)(3x - 7y)$ (ii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

हल (i) $(3x + 7y)(3x - 7y)$

क्योंकि, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ है,

अतः, $(3x + 7y)(3x - 7y) = (3x)^2 - (7y)^2$

$= 9x^2 - 49y^2$

(ii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

क्योंकि, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ है,

अतः, $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

$=\left(\frac{4x}{5}\right)^2+\left(\frac{y}{4}+\frac{3y}{4}\right)\times\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\times\frac{3y}{4}$

$=\frac{16x^2}{25}+\frac{4y}{4}\times\frac{4x}{5}+\frac{3y^2}{16}$

$=\frac{16x^2}{25}+\frac{4xy}{5}+\frac{3y^2}{16}$

12/04/18

उदाहरण 12 : निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $21x^2y^3 + 27x^3y^2$ (ii) $a^3 - 4a^2 + 12 - 3a$

(iii) $4x^2 - 20x + 25$ (iv) $\frac{y^2}{9} - 9$

(v) $x^4 - 256$

हल (i) $21x^2y^3 + 27x^3y^2$

$= 3 \times 7 \times x \times x \times y \times y \times y + 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y$

$= 3 \times x \times x \times y \times y\ (7y + 9x)$ [$(ab + ac = a(b + c)$ के प्रयोग से)]

$= 3x^2y^2\ (7y + 9x)$

(ii) $a^3 - 4a^2 + 12 - 3a$

$= a^2\ (a - 4) - 3a + 12$

$= a^2\ (a - 4) - 3\ (a - 4)$

$= (a - 4)\ (a^2 - 3)$

(iii) $4x^2 - 20x + 25$

$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + (5)^2$

$= (2x - 5)^2$ (क्योंकि, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$)

$= (2x - 5)\ (2x - 5)$

(iv) $\frac{y^2}{9} - 9$

$= \left(\frac{y}{3}\right)^2 - (3)^2$

यदि आप दो संख्याओं से अपरिचित हों, तो यह कोई समस्या नहीं है। आप दो भिन्न-2 चरों का प्रयोग कर सकते हैं अर्थात् प्रत्येक अज्ञात संख्या के लिए एक।

शब्दों में	संख्याएँ
a और b का योग	$a + b$
v तथा w का गुणनफल	$v \times w$, or vw
q में से p को घटाने पर	$q - p$

आप एक (या एक से अधिक) अज्ञात राशियों वाली स्थितियों को निरूपित करने के लिए दो (या अधिक) चरों वाले व्यंजकों का प्रयोग कर सकते हैं।

चरों से संबद्ध एक समीकरण चरों के सभी मानों के लिए सत्य हो सकती है। उदाहरण के तौर पर $y + y = 2y$ (इस प्रकार की समीकरण को प्राय: सर्वसमिका कहा जाता है।)
चर के वह मान ज्ञात करना जिससे समीकरण सत्य हो, समीकरण का हल करना कहलाता है। अथवा यह समीकरण चर के केवल कुछ विशिष्ट मानों के लिए ही सत्य हो सकती है– उदाहरणार्थ, $2y + 3 = 11$ जो केवल $y = 4$ के लिए ही सत्य है।

$= \left(\frac{y}{3}+3\right)\left(\frac{y}{3}-3\right)$ (क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$)

(v) $x^4 - 256$

$= (x^2)^2 - (16)^2$

$= (x^2 + 16)(x^2 - 16)$ ($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ के प्रयोग से)

$= (x^2 + 16)(x^2 - 4^2)$

$= (x^2 + 16)(x + 4)(x - 4)$ ($a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ के प्रयोग से)

उदाहरण 13 : उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न के मान निकालिए –

(i) $(48)^2$ (ii) $181^2 - 19^2$

(iii) 497×505 (iv) 2.07×1.93

हल (i) $(48)^2$

$= (50 - 2)^2$

क्योंकि, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ है,

अतः, $(50 - 2)^2 = (50)^2 - 2 \times 50 \times 2 + (2)^2$

$= 2500 - 200 + 4$

$= 2504 - 200$

$= 2304$

(ii) $181^2 - 19^2 = (181 - 19)(181 + 19)$

[$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ के प्रयोग से]

$= 162 \times 200$

$= 32400$

(iii) $497 \times 505 = (500 - 3)(500 + 5)$

$= 500^2 + (-3 + 5) \times 500 + (-3)(5)$

[$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से]

$= 250000 + 1000 - 15$

$= 250985$

(iv) $2.07 \times 1.93 = (2 + 0.07)(2 - 0.07)$

$= 2^2 - (0.07)^2$

$= 4 - 0.0049$

$= 3.9951$

12/04/18

उदाहरण 14 : सत्यापित कीजिए कि $(3x + 5y)^2 - 30xy = 9x^2 + 25y^2$ है।

हल L.H.S $= (3x + 5y)^2 - 30xy$

$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 - 30xy$ [Since $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$]

$= 9x^2 + 30xy + 25y^2 - 30xy$

$= 9x^2 + 25y^2$

= R.H.S

अतः, सत्यापित हुआ।

उदाहरण 15 : सत्यापित कीजिए कि $(11pq + 4q)^2 - (11pq - 4q)^2 = 176pq^2$ है।

हल $(11pq + 4q)^2 - (11pq - 4q)^2$

$= (11pq + 4q + 11pq - 4q) \times (11pq + 4q - 11pq + 4q)$

[$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ के प्रयोग से, यहाँ $a = 11pq + 4q$

और $b = 11\,pq - 4q$) है]

$= (22pq)\,(8q)$

$= 176\,pq^2$

सेल्सियस तापमान को फॉरेनहाइट तापमान में बदलने के लिए, सेल्सियस तापमान $\frac{9}{5}$ ज्ञात कीजिए और उसमें 32 जोड़िए।	$F = \frac{9}{5}C + 32$

यह स्पष्ट रूप से दर्शाता है कि किस प्रकार राशियाँ – सेल्सियस तापमान और फॉरेनहाइट तापमान परस्पर संबंधित हैं और ये आपको सेल्सियस तथा फॉरेनहाइट तापमानों को एक-दूसरे में बदलने में सहायता करता है।

उदाहरण 16 : एक आयत का क्षेत्रफल $x^2 + 12xy + 27y^2$ है तथा इसकी लंबाई $(x + 9y)$ है। आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल चौड़ाई $= \dfrac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लंबाई}}$

$$= \frac{x^2 + 12xy + 27y^2}{(x + 9y)}$$

$$= \frac{x^2 + 9xy + 3xy + 27y^2}{(x + 9y)}$$

12/04/18

$$= \frac{x(x+9y)+3y(x+9y)}{x+9y}$$

$$= \frac{(x+9y)\,(x+3y)}{(x+9y)}$$

$= (x + 3y)$

उदाहरण 17 : 15 $(y + 3)$ $(y^2 - 16)$ को 5 $(y^2 - y - 12)$ से भाग दीजिए।

हल 15 $(y + 3)$ $(y^2 - 16)$ के गुणनखंड करने पर, हमें प्राप्त होता है –

$5 \times 3 \times (y + 3)\ (y - 4)\ (y + 4)$

5 $(y^2 - y - 12)$ के गुणनखंड करने पर, हमें प्राप्त होता है –

$5\ (y^2 - 4y + 3y - 12)$

$= 5\ [y\ (y - 4) + 3\ (y - 4)]$

$= 5\ (y - 4)\ (y + 3)$

अतः, पहले व्यंजक को दूसरे व्यंजक से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है –

$$\frac{15(y+3)\,(y^2-16)}{5(y^2-y-12)}$$

$$= \frac{5\times3\times(y+3)(y-4)(y+4)}{5\times(y-4)(y+3)}$$

$= 3\ (y + 4)$

उदाहरण 18 : यदि $x+\frac{1}{x}=5$ है, तो उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, $x^2+\frac{1}{x^2}$ का मान निकालिए।

हल दिया है- $x+\frac{1}{x} = 5$

अत :, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=25$

अब, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

[$a = x$ और $b = \frac{1}{x}$ लेकर, सर्वसमिका

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ के प्रयोग से]

$$= x^2 + 2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$= x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) + 2$$

क्योंकि $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 25$ है, अत: $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25$ हुआ।

या $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23$

उदाहरण 19 : एक उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करते हुए, $\frac{38^2 - 22^2}{16}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ है, अत:

$$38^2 - 22^2 = (38 - 22)(38 + 22)$$

$$= 16 \times 60$$

अत:, $$\frac{38^2 - 22^2}{16} = \frac{16 \times 60}{16}$$

$$= 60$$

उदाहरण 20 : x का मान ज्ञात कीजिए, यदि

$10000x = (9982)^2 - (18)^2$ है।

हल R.H.S. $= (9982)^2 - (18)^2$

$= (9982 + 18)(9982 - 18)$ [क्योंकि $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

$= (10000) \times (9964)$

L.H.S. $= (10000) \times x$

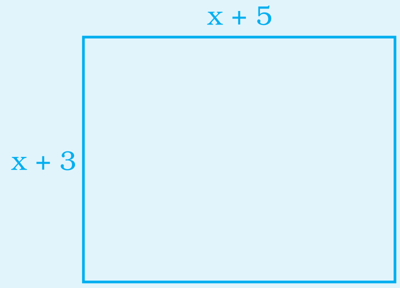
L.H.S. और R.H.S. की तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है –

$10000x = 10000 \times 9964$

या $$x = \frac{10000 \times 9964}{10000} = 9964$$

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

नीचे दी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- प्रश्न में क्या सूचना दी गयी है?

  ABCD एक आयत है। लंबाई = x + 5 और चौड़ाई = x + 3 है।

- आप क्या ज्ञात करने का प्रयास कर रहे हैं?
- क्या कोई ऐसी सूचना है जिसकी आवश्यकता नहीं है?

  नहीं

योजना बनाइए

- आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई होता है।

हल कीजिए

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$\Rightarrow$ $(x + 5) = (x + 3)$

$\Rightarrow$ $x^2 + (5+3)x + 5\times 3$

$\Rightarrow$ $x^2 + 8x + 15$

[सर्वसमिका $(x + a)\ (x + b)$

$=$ $x^2+(a+b)x + ab$ से]

पुनर्निरीक्षण

- उपरोक्त उत्तर की जाँच $(x + 5)$ और $(x + 3)$ का वास्तविक रूप से गुणा करके की जा सकती है।

अब, $(x + 5)\ (x + 3) = x\ (x + 3) + 5\ (x + 3)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$

$= x^2 + 8x + 15$

शब्दावली से संबंध

1. शब्द 'तुल्य' की उत्पत्ति शब्द 'बराबर' (समान) से हुई है। तुल्य व्यंजकों के बारे में आप क्या सोचते हैं?
2. शब्द 'सरल कीजिए' का अर्थ है 'कम जटिल बनाना', किसी व्यंजक को सरल करने से आप क्या अर्थ समझते हैं?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 33 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. एक एकपदी और द्विपद का गुणनफल होता है–

(a) एकपदी (b) द्विपद (c) त्रिपद (d) इनमें से कोई नहीं

2. एक बहुपद में, चरों के घातांक सदैव होते हैं–

(a) पूर्णांक (b) धनात्मक पूर्णांक

(c) ऋणेतर पूर्णांक (d) घनेतर पूर्णांक

3. निम्न में से कौन सही है ?

(a) $(a-b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$ (b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(c) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ (d) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$

4. $-7pq$ और $2pq$ का योग है–

(a) $-9pq$ (b) $9pq$ (c) $5pq$ (d) $-5pq$

5. यदि हम $-3x^2y^2$ को x^2y^2 में से घटाएँ, तो हमें प्राप्त होता है–

(a) $-4x^2y^2$ (b) $-2x^2y^2$ (c) $2x^2y^2$ (d) $4x^2y^2$

6. $4m^3n^2$ जैसा समान पद है–

(a) $4m^2n^2$ (b) $-6m^3n^2$ (c) $6pm^3n^2$ (d) $4m^3n$

7. निम्न में से कौन-सा एक द्विपद है?

(a) $7 \times a + a$ (b) $6a^2 + 7b + 2c$

(c) $4a \times 3b \times 2c$ (d) $6(a^2 + b)$

8. $a - b + ab$, $b + c - bc$ और $c - a - ac$ का योग है–

(a) $2c + ab - ac - bc$ (b) $2c - ab - ac - bc$

(c) $2c + ab + ac + bc$ (d) $2c - ab + ac + bc$

12/04/18

9. एक पदियों $4p$, $-7q^3$ और $-7pq$ का गुणनफल है–

(a) $196\ p^2q^4$ (b) $196\ pq^4$ (c) $-196\ p^2q^4$ (d) $196\ p^2q^3$

10. ‘$4ab$’ और चौड़ाई ‘$6b^2$’ वाले आयत का क्षेत्रफल है–

(a) $24a^2b^2$ (b) $24ab^3$ (c) $24ab^2$ (d) $24ab$

11. लंबाई = $2ab$, चौड़ाई = $3ac$ और ऊँचाई = $2ac$ वाले एक आयताकार डिब्बे (घनाभ) का आयतन है–

(a) $12a^3bc^2$ (b) $12a^3bc$ (c) $12a^2bc$ (d) $2ab + 3ac + 2ac$

12. $6a^2 - 7b + 5ab$ और $2ab$ का गुणनफल है–

(a) $12a^3b - 14ab^2 + 10ab$ (b) $12a^3b - 14ab^2 + 10a^2b^2$

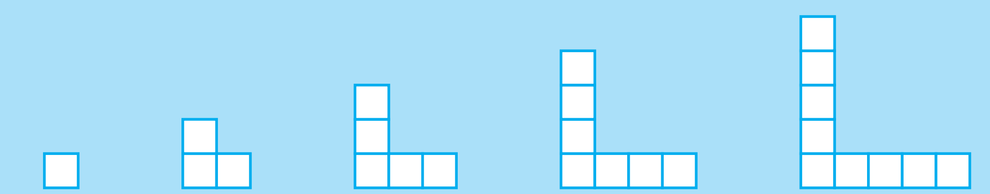
(c) $6a^2 - 7b + 7ab$ (d) $12a^2b - 7ab^2 + 10ab$

13. $3x - 4y$ का वर्ग है–

(a) $9x^2 - 16y^2$ (b) $6x^2 - 8y^2$

(c) $9x^2 + 16y^2 + 24xy$ (d) $9x^2 + 16y^2 - 24xy$

ये पाँच आकृतियाँ एक पैटर्न बनाते हैं।



आकृति 1 आकृति 2 आकृति 3 आकृति 4 आकृति 5

1. निम्न सारणी की प्रतिलिपि बनाइए तथा प्रत्येक आकृति का परिमाप ज्ञात करने के लिए इस सारणी को पूरा कीजिए। उपरोक्त आकृतियों में प्रत्येक वर्ग की भुजा एक इकाई है।

आकृति	1	2	3	4	5
परिमाप					

2. बिना चित्र खींचे हुए, बताइए कि छठी आकृति किस प्रकार की दिखायी देगी और उसके परिमाप का अनुमान लगाइए।

3. यदि आप इस पैटर्न को जारी रखें, तो 35 वीं आकृति का परिमाप क्या होगा?

4. स्पष्ट कीजिए कि प्रत्येक आकृति का परिमाप अपनी आकृति संख्या से किस प्रकार संबंधित है।

5. आकृति संख्या के लिए चर n का तथा परिमाप के लिए P का प्रयोग करते हुए उपरोक्त प्रश्न 4 निहित संबंध के लिए एक समीकरण लिखिए।

14. निम्न में से कौन-सा समान पद है?

(a) $5xyz^2, -3xy^2z$
(b) $-5xyz^2, 7xyz^2$
(c) $5xyz^2, 5x^2yz$
(d) $5xyz^2, x^2y^2z^2$

15. पद $\frac{-y}{3}$ में y का गुणांक है–

(a) – 1
(b) – 3
(c) $\frac{-1}{3}$
(d) $\frac{1}{3}$

16. $a^2 - b^2$ बराबर है–

(a) $(a-b)^2$
(b) $(a-b)(a-b)$
(c) $(a+b)(a-b)$
(d) $(a+b)(a+b)$

17. $17abc$, $34ab^2$ और $51a^2b$ में सार्व गुणनखंड है–

(a) $17abc$
(b) $17ab$
(c) $17ac$
(d) $17a^2b^2c$

18. $9x - 7xy$ का वर्ग है–

(a) $81x^2 + 49x^2y^2$
(b) $81x^2 - 49x^2y^2$
(c) $81x^2 + 49x^2y^2 - 126x^2y$
(d) $81x^2 + 49x^2y^2 - 63x^2y$

19. $23xy - 46x + 54y - 108$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(23x + 54)(y - 2)$
(b) $(23x + 54y)(y - 2)$
(c) $(23xy + 54y)(-46x - 108)$
(d) $(23x + 54)(y + 2)$

20. $r^2 - 10r + 21$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(r-1)(r-4)$
(b) $(r-7)(r-3)$
(c) $(r-7)(r+3)$
(d) $(r+7)(r+3)$

21. $p^2 - 17p - 38$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $(p-19)(p+2)$
(b) $(p-19)(p-2)$
(c) $(p+19)(p+2)$
(d) $(p+19)(p-2)$

22. $57p^2qr$ को $114pq$ से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है–

(a) $\frac{1}{4}pr$
(b) $\frac{3}{4}pr$
(c) $\frac{1}{2}pr$
(d) $2pr$

23. $p(4p^2 - 16)$ को $4p(p-2)$ से भाग देने पर, हमें प्राप्त होता है–

(a) $2p + 4$
(b) $2p - 4$
(c) $p + 2$
(d) $p - 2$

24. $3ab$ और $2cd$ का सार्व गुणनखंड है–

(a) 1 (b) – 1 (c) a (d) c

25. $24x^2y^2$ का एक अखंडनीय गुणनखंड है–

(a) x^2 (b) y^2 (c) x (d) $24x$

26. $(a + b)^2$ के गुणनखंडों की संख्या है–

(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

27. $3x – 24$ का गुणनखंडित रूप है–

(a) $3x \times 24$ (b) $3\ (x – 8)$ (c) $24\ (x – 3)$ (d) $3(x – 12)$

28. $x^2 – 4$ के गुणनखंड हैं–

(a) $(x – 2), (x – 2)$ (b) $(x + 2), (x – 2)$

(c) $(x + 2), (x + 2)$ (d) $(x – 4), (x – 4)$

29. $(– 27x^2y) \div (– 9xy)$ का मान है–

(a) $3xy$ (b) $– 3xy$ (c) $– 3x$ (d) $3x$

30. $(2x^2 + 4) \div 2$ का मान है–

(a) $2x^2 + 2$ (b) $x^2 + 2$ (c) $x^2 + 4$ (d) $2x^2 + 4$

31. $(3x^3 +9x^2 + 27x) \div 3x$ का मान है–

(a) $x^2 +9 + 27x$ (b) $3x^3 +3x^2 + 27x$

(c) $3x^3 +9x^2 + 9$ (d) $x^2 +3x+ 9$

32. $(a + b)^2 + (a – b)^2$ का मान है–

(a) $2a + 2b$ (b) $2a – 2b$ (c) $2a^2 + 2b^2$ (d) $2a^2 – 2b^2$

33. $(a + b)^2 – (a – b)^2$ का मान है–

(a) $4ab$ (b) $–4ab$ (c) $2a^2 + 2b^2$ (d) $2a^2 – 2b^2$

प्रश्न 34 से 58 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

34. समान चिह्नों वाले दो पदों का गुणनफल एक ________ पद होता है।

35. असमान चिह्नों वाले दो पदों का गुणनफल एक ________ पद होता है।

36. $a\ (b + c) = a \times$ ____ $+ a \times$ _____ है।

37. $(a – b)$ (_________) $= a^2 – 2ab + b^2$

38. $a^2 – b^2 = (a + b)$ (_________)

39. $(a-b)^2 +$ ____________ $= a^2 - b^2$

40. $(a+b)^2 - 2ab =$ ____________ + ____________ है।

41. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x +$ ________ है।

42. दो बहुपदों का गुणनफल एक ________ होता है।

43. ax^2 और bx का सार्व गुणनखंड __________ है।

44. $18mn + 10mnp$ का गुणनखंडित रूप ________ है।

45. $4y^2 - 12y + 9$ का गुणनखंडित रूप ________ है।

46. $38x^3y^2z \div 19xy^2$ का मान _________ के बराबर है।

47. लंबाई $2x$, चौड़ाई $3y$ और ऊँचाई $4z$ वाले आयताकार डिब्बे का आयतन _________ है।

48. $67^2 - 37^2 = (67 - 37) \times$ (________) = _________ है।

49. $103^2 - 102^2 =$ (________) $\times (103 - 102) =$ _________ है।

50. भुजाओं $4x^2$ और $3y^2$ वाले एक आयताकार भूमिखंड का क्षेत्रफल __________ है।

51. $l = b = h = 2x$ वाले एक आयताकार डिब्बे का आयतन _________ है।

52. पद $-37abc$ का गुणांक __________ है।

53. व्यंजक $a^2 + bc \times d$ में पदों की संख्या ________ है।

54. $4a$ और $4b$ वाले वर्गों के क्षेत्रफलों का योग _______ है।

55. बहुपद के गुणनखंडन की सार्व गुणनखंड विधि ___________ गुण पर आधारित है।

56. भुजा $9y^2$ वाले वर्ग का क्षेत्रफल __________ है।

57. सरल करने पर, $\frac{3x+3}{3} =$ _________ है।

58. $2x + 4y$ का गुणनखंडन __________ है।

प्रश्न 59 से 80 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य –

59. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ है।

60. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ है।

61. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ है।

62. दो ऋणात्मक पदों का गुणनफल एक ऋणात्मक पद होता है।

63. एक ऋणात्मक पद और एक घनात्मक पद का गुणनफल एक ऋणात्मक पद होता है।

64. पद $-6x^2y^2$ का गुणांक -6 है।

65. $p^2q + q^2r + r^2q$ एक द्विपद है।

66. $a^2 - 2ab + b^2$ के गुणनखंड $(a + b)$ और $(a + b)$ हैं।

67. $2\pi (h + r)$ का एक गुणनखंड h है।

68. $\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$ के गुणनखंड $\frac{1}{2}, n$ और $(n+1)$ है।

69. एक समीकरण उसके चरों के सभी मानों के लिए सत्य होती है।

70. $x^2 + (a + b)x + ab = (a + b)(x + ab)$ है।

71. $11pq^2$, $121p^2q^3$ और $1331p^2q$ का सार्व गुणनखंड $11p^2q^2$ है।

72. $12a^2b^2 + 4ab^2 - 32$ के पदों में सार्व गुणनखंड 4 है।

73. $-3a^2 + 3ab + 3ac$ का गुणनखंडन $3a(-a - b - c)$ है।

74. $p^2 + 30p + 216$ का गुणनखंडित रूप $(p + 18)(p - 12)$ है।

75. दो क्रमागत संख्याओं के वर्गों का अंतर उनके योग के बराबर होता है।

76. $abc + bca + cab$ एक एकपदी है।

77. $\frac{p}{3}$ को $\frac{3}{p}$ से भाग देने पर भागफल 9 है।

78. $51^2 - 49^2 = 100p$ के लिए, p का मान 2 है।

79. $(9x - 51) \div 9 = x - 51$ है।

80. $(a + 1)(a - 1)(a^2 + 1)$ का मान $a^4 - 1$ है।

81. **जोड़िए -**

(i) $7a^2bc$, $-3abc^2$ और $3a^2bc$, $2abc^2$

(ii) $9ax$, $+3by - cz$ और $-5by + ax + 3cz$

(iii) $xy^2z^2 + 3x^2y^2z - 4x^2yz^2$ और $-9x^2y^2z + 3xy^2z^2 + x^2yz^2$

(iv) $5x^2 - 3xy + 4y^2 - 9$ और $7y^2 + 5xy - 2x^2 + 13$

(v) $2p^4 - 3p^3 + p^2 - 5p + 7$ और $-3p^4 - 7p^3 - 3p^2 - p - 12$

(vi) $3a\,(a - b + c)$ और $2b\,(a - b + c)$

(vii) $3a\,(2b + 5c)$ और $3c\,(2a + 2b)$

82. घटाइए –

(i) $5a^2b^2c^2$ में से $-7a^2b^2c^2$

(ii) $6x^2 - 4xy + 5y^2$ में से $8y^2 + 6xy - 3x^2$

(iii) $2ab^2c^2 + 4a^2b^2c - 5a^2bc^2$ में से $-10a^2b^2c + 4ab^2c^2 + 2a^2bc^2$

(iv) $3t^4 - 4t^3 + 2t^2 - 6t + 6$ में से $-4t^4 + 8t^3 - 4t^2 - 2t + 11$

(v) $2ab + 5bc - 7ac$ में से $5ab - 2bc - 2ac + 10abc$

(vi) $7p\,(3q + 7p)$ में से $8p\,(2p - 7q)$

(vii) $-3p^2 + 3pq + 3px$ में से $3p\,(-p - a - r)$

83. निम्न को गुणा कीजिए –

(i) $-7pq^2r^3, -13p^3q^2r$

(ii) $3x^2y^2z^2,\ 17xyz$

(iii) $15xy^2,\ 17yz^2$

(iv) $-5a^2bc,\ 11ab,\ 13abc^2$

(v) $-3x^2y,\ (5y - xy)$

(vi) $abc,\ (bc + ca)$

(vii) $7pqr,\ (p - q + r)$

(viii) $x^2y^2z^2,\ (xy - yz + zx)$

(ix) $(p + 6),\ (q - 7)$

(x) $6mn,\ 0mn$

(xi) $a,\ a^5,\ a^6$

(xii) $-7st,\ -1,\ -13st^2$

12/04/18

(xiii) $b^3, 3b^2, 7ab^5$

(xiv) $-\frac{100}{9}rs; \frac{3}{4}r^3s^2$

(xv) $(a^2 - b^2), (a^2 + b^2)$

(xvi) $(ab + c), (ab + c)$

(xvii) $(pq - 2r), (pq - 2r)$

(xviii) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y\right), \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y\right)$

(xix) $\frac{3}{2}p^2 + \frac{2}{3}q^2$, $(2p^2 - 3q^2)$

(xx) $(x^2 - 5x + 6), (2x + 7)$

(xxi) $(3x^2 + 4x - 8), (2x^2 - 4x + 3)$

(xxii) $(2x - 2y - 3), (x + y + 5)$

84. सरल कीजिए -

(i) $(3x + 2y)^2 + (3x - 2y)^2$

(ii) $(3x + 2y)^2 - (3x - 2y)^2$

(iii) $\left(\frac{7}{9}a + \frac{9}{7}b\right)^2 - ab$

(iv) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y\right)^2 + 2xy$

(v) $(1.5p + 1.2q)^2 - (1.5p - 1.2q)^2$

(vi) $(2.5m + 1.5q)^2 + (2.5m - 1.5q)^2$

(vii) $(x^2 - 4) \times (x^2 + 4) + 16$

(viii) $(ab - c)^2 + 2abc$

(ix) $(a - b)(a^2 + b^2 + ab) - (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$

(x) $(b^2 - 49)(b + 7) + 343$

(xi) $(4.5a + 1.5b)^2 + (4.5b + 1.5a)^2$

(xii) $(pq - qr)^2 + 4pq^2r$

(xiii) $(s^2t + tq^2)^2 - (2stq)^2$

12/04/18

85. उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न को प्रसारित कीजिए –

(i) $(xy + yz)^2$

(ii) $(x^2y - xy^2)^2$

(iii) $\left(\frac{4}{5}a+\frac{5}{4}b\right)^2$

(iv) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)^2$

(v) $\left(\frac{4}{5}p+\frac{5}{3}q\right)^2$

(vi) $(x + 3)(x + 7)$

(vii) $(2x + 9)(2x - 7)$

(viii) $\left(\frac{4x}{5}+\frac{y}{4}\right)\left(\frac{4x}{5}+\frac{3y}{4}\right)$

(ix) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{2a}{3}\right)\left(\frac{2x}{3}+\frac{2a}{3}\right)$

(x) $(2x - 5y)(2x - 5y)$

(xi) $\left(\frac{2a}{3}+\frac{b}{3}\right)\left(\frac{2a}{3}-\frac{b}{3}\right)$

(xii) $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$

(xiii) $(a^2 + b^2)^2$

(xiv) $(7x + 5)^2$

(xv) $(0.9p - 0.5q)^2$

(xvi) $(36a^2 - 4ab^2)^2$

86. उपयुक्त सर्वसमिकाओं का प्रयोग करते हुए, निम्न के मान निकालिए –

(i) $(52)^2$

(ii) $(49)^2$

(iii) $(103)^2$

(iv) $(98)^2$

(v) $(1005)^2$

(vi) $(995)^2$

(vii) 47×53

(viii) 52×53

(ix) 105×95

(x) 104×97

(xi) 101×103

(xii) 98×103

12/04/18

(xiii) $(9.9)^2$

(xiv) 9.8×10.2

(xv) 10.1×10.2

(xvi) $(35.4)^2 - (14.6)^2$

(xvii) $(69.3)^2 - (30.7)^2$

(xviii) $(9.7)^2 - (0.3)^2$

(xix) $(132)^2 - (68)^2$

(xx) $(339)^2 - (161)^2$

(xxi) $(729)^2 - (271)^2$

87. **निम्न पदों में महत्तम (सबसे बड़ा) सार्व गुणनखंड ज्ञात कीजिए -**

(i) $-18a^2, 108a$

(ii) $3x^2y, 18xy^2, -6xy$

(iii) $2xy, -y^2, 2x^2y$

(iv) $l^2m^2n, lm^2n^2, l^2mn^2$

(v) $21pqr, -7p^2q^2r^2, 49p^2qr$

(vi) $qrxy, pryz, rxyz$

(vii) $3x^3y^2z, -6xy^3z^2, 12x^2yz^3$

(viii) $63p^2a^2r^2s, -9pq^2r^2s^2, 15p^2qr^2s^2, -60p^2a^2rs^2$

(ix) $13x^2y, 169xy$

(x) $11x^2, 12y^2$

88. **निम्न व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए -**

(i) $6ab + 12bc$

(ii) $-xy - ay$

(iii) $ax^3 - bx^2 + cx$

(iv) $l^2m^2n - lm^2n^2 - l^2mn^2$

(v) $3pqr - 6p^2q^2r^2 - 15r^2$

(vi) $x^3y^2 + x^2y^3 - xy^4 + xy$

(vii) $4xy^2 - 10x^2y + 16x^2y^2 + 2xy$

(viii) $2a^3 - 3a^2b + 5ab^2 - ab$

(ix) $63p^2q^2r^2s - 9pq^2r^2s^2 + 15p^2qr^2s^2 - 60p^2q^2rs^2$

(x) $24x^2yz^3 - 6xy^3z^2 + 15x^2y^2z - 5xyz$

(xi) $a^3 + a^2 + a + 1$

(xii) $lx + my + mx + ly$

(xiii) $a^3x - x^4 + a^2x^2 - ax^3$

(xiv) $2x^2 - 2y + 4xy - x$

(xv) $y^2 + 8zx - 2xy - 4yz$

(xvi) $ax^2y - bxyz - ax^2z + bxy^2$

(xvii) $a^2b + a^2c + ab + ac + b^2c + c^2b$

(xviii) $2ax^2 + 4axy + 3bx^2 + 2ay^2 + 6bxy + 3by^2$

89. सर्वसमिका $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ का प्रयोग करते हुए, निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 + 6x + 9$

(ii) $x^2 + 12x + 36$

(iii) $x^2 + 14x + 49$

(iv) $x^2 + 2x + 1$

(v) $4x^2 + 4x + 1$

(vi) $a^2x^2 + 2ax + 1$

(vii) $a^2x^2 + 2abx + b^2$

(viii) $a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2$

(ix) $4x^2 + 12x + 9$

(x) $16x^2 + 40x + 25$

(xi) $9x^2 + 24x + 16$

(xii) $9x^2 + 30x + 25$

(xiii) $2x^3 + 24x^2 + 72x$

(xiv) $a^2x^3 + 2abx^2 + b^2x$

(xv) $4x^4 + 12x^3 + 9x^2$

(xvi) $\frac{x^2}{4} + 2x + 4$

(xvii) $9x^2 + 2xy + \frac{y^2}{9}$

90. सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ का प्रयोग करते हुए निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 - 8x + 16$

(ii) $x^2 - 10x + 25$

(iii) $y^2 - 14y + 49$

(iv) $p^2 - 2p + 1$

(v) $4a^2 - 4ab + b^2$

(vi) $p^2y^2 - 2py + 1$

(vii) $a^2y^2 - 2aby + b^2$

(viii) $9x^2 - 12x + 4$

(ix) $4y^2 - 12y + 9$

(x) $\frac{x^2}{4} - 2x + 4$

(xi) $a^2y^3 - 2aby^2 + b^2y$ (xii) $9y^2 - 4xy + \frac{4x^2}{9}$

91. निम्न के गुणनखंड कीजिए –

(i) $x^2 + 15x + 26$ (ii) $x^2 + 9x + 20$

(iii) $x^2 + 18x + 65$ (iv) $p^2 + 14p + 13$

(v) $y^2 + 4y - 21$ (vi) $y^2 - 2y - 15$

(vii) $18 + 11x + x^2$ (viii) $x^2 - 10x + 21$

(ix) $x^2 - 17x + 60$ (x) $x^2 + 4x - 77$

(xi) $y^2 + 7y + 12$ (xii) $p^2 - 13p - 30$

(xiii) $a^2 - 16a - 80$

92. सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ का प्रयोग करते हुए, निम्न के गुणनखंड कीजिए–

(i) $x^2 - 9$ (ii) $4x^2 - 25y^2$

(iii) $4x^2 - 49y^2$ (iv) $3a^2b^3 - 27a^4b$

(v) $28ay^2 - 175ax^2$ (vi) $9x^2 - 1$

(vii) $25ax^2 - 25a$ (viii) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25}$

(ix) $\frac{2p^2}{25} - 32q^2$ (x) $49x^2 - 36y^2$

(xi) $y^3 - \frac{y}{9}$ (xii) $\frac{x^2}{25} - 625$

(xiii) $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{18}$ (xiv) $\frac{4x^2}{9} - \frac{9y^2}{16}$

(xv) $\frac{x^3y}{9} - \frac{xy^3}{16}$ (xvi) $1331x^3y - 11y^3x$

(xvii) $\frac{1}{36}a^2b^2 - \frac{16}{49}b^2c^2$ (xviii) $a^4 - (a - b)^4$

(xix) $x^4 - 1$ (xx) $y^4 - 625$

(xxi) $p^5 - 16p$ (xxii) $16x^4 - 81$

(xxiii) $x^4 - y^4$

(xxiv) $y^4 - 81$

(xxv) $16x^4 - 625y^4$

(xxvi) $(a - b)^2 - (b - c)^2$

(xxvii) $(x + y)^4 - (x - y)^4$

(xxviii) $x^4 - y^4 + x^2 - y^2$

(xxix) $8a^3 - 2a$

(xxx) $x^2 - \frac{y^2}{100}$

(xxxi) $9x^2 - (3y + z)^2$

93. **निम्न व्यंजक कुछ आयतों के क्षेत्रफल हैं। इन आयतों की संभव लंबाइयाँ और चौड़ाइयाँ ज्ञात कीजिए** –

(i) $x^2 - 6x + 8$

(ii) $x^2 - 3x + 2$

(iii) $x^2 - 7x + 10$

(iv) $x^2 + 19x - 20$

(v) $x^2 + 9x + 20$

94. **निम्न विभाजन कीजिए** –

(i) $51x^3y^2z \div 17xyz$

(ii) $76x^3yz^3 \div 19x^2y^2$

(iii) $17ab^2c^3 \div (-abc^2)$

(iv) $-121p^3q^3r^3 \div (-11xy^2z^3)$

95. **निम्न विभाजन कीजिए** –

(i) $(3pqr - 6p^2q^2r^2) \div 3pq$

(ii) $(ax^3 - bx^2 + cx) \div (-dx)$

(iii) $(x^3y^3 + x^2y^3 - xy^4 + xy) \div xy$

(iv) $(-qrxy + pryz - rxyz) \div (-xyz)$

96. **व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए तथा दर्शाए अनुसार विभाजन कीजिए** –

(i) $(x^2 - 22x + 117) \div (x - 13)$

(ii) $(x^3 + x^2 - 132x) \div x(x - 11)$

(iii) $(2x^3 - 12x^2 + 16x) \div (x - 2)(x - 4)$

(iv) $(9x^2 - 4) \div (3x + 2)$

(v) $(3x^2 - 48) \div (x - 4)$

(vi) $(x^4 - 16) \div x^3 + 2x^2 + 4x + 8$

(vii) $(3x^4 - 1875) \div (3x^2 - 75)$

97. एक वर्ग का क्षेत्रफल $4x^2 + 12xy + 9y^2$ है। इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

98. एक वर्ग का क्षेत्रफल $9x^2 + 24xy + 16y^2$ है। इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

99. एक आयत का क्षेत्रफल $x^2 + 7x + 12$ है। यदि इसकी चौड़ाई $(x + 3)$ है, तो उसकी लंबाई ज्ञात कीजिए।

100. एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $2\pi (y^2 - 7y + 12)$ है और इसकी त्रिज्या $(y - 3)$ है। तब, बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (बेलन का C.S.A. = $2\pi rh$)

101. एक वृत्त का क्षेत्रफल व्यंजक $\pi x^2 + 6\pi x + 9\pi$ से दिया जाता है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

102. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग व्यंजक $\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$ से प्राप्त होता है। इस व्यंजक के गुणनखंड कीजिए।

103. $(x + 5)$ प्रेक्षणों का योग $x^4 - 625$ है। इन प्रेक्षणों का माध्य ज्ञात कीजिए।

104. एक त्रिभुज की ऊँचाई $x^4 + y^4$ है तथा आधार $14xy$ है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

105. एक चॉकलेट का मूल्य ₹ $(x + 4)$ है तथा रोहित ने $(x + 4)$ चॉकलेट खरीदीं। x के पदों में उसके द्वारा भुगतान की गयी कुल धनराशि ज्ञात कीजिए। यदि $x = 10$ है, तो उसके द्वारा दी गयी कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।

106. एक समांतर चतुर्भुज का आधार $(2x + 3)$ इकाई है तथा संगत ऊँचाई $(2x - 3)$ इकाई है। x के पदों में, इस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि $x = 30$ इकाई है, तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या है?

107. एक वृत्त की त्रिज्या $7ab - 7bc - 14ac$ है। उस वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ का प्रयोग कीजिए।

108. यदि $p + q = 12$ और $pq = 22$ है, तो $p^2 + q^2$ ज्ञात कीजिए।

109. यदि $a + b = 25$ और $a^2 + b^2 = 225$ है, तो ab ज्ञात कीजिए।

110. यदि $x - y = 13$ और $xy = 28$ है, तो $x^2 + y^2$ ज्ञात कीजिए।

111. यदि $m - n = 16$ और $m^2 + n^2 = 400$ है, तो mn ज्ञात कीजिए।

112. यदि $a^2 + b^2 = 74$ और $ab = 35$ है, तो $a + b$ ज्ञात कीजिए।

113. **निम्नांकित प्रश्नों का सत्यापन कीजिए –**

(i) $(ab + bc)(ab - bc) + (bc + ca)(bc - ca) + (ca + ab)(ca - ab) = 0$

(ii) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

(iii) $(p - q)(p^2 + pq + q^2) = p^3 - q^3$

(iv) $(m + n)(m^2 - mn + n^2) = m^3 + n^3$

(v) $(a + b)(a + b)(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(vi) $(a - b)(a - b)(a - b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(vii) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) + (b^2 - c^2)(b^2 + c^2) + (c^2 - a^2)) + (c^2 + a^2) = 0$

(viii) $(5x + 8)^2 - 160x = (5x - 8)^2$

(ix) $(7p - 13q)^2 + 364pq = (7p + 13q)^2$

(x) $\left(\frac{3p}{7}+\frac{7}{6p}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}p+\frac{7}{6p}\right)^2 = 2$

114. a का मान ज्ञात कीजिए, यदि

(i) $8a = 35^2 - 27^2$

(ii) $9a = 76^2 - 67^2$

(iii) $pqa = (3p + q)^2 - (3p - q)^2$

(iv) $pq^2a = (4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2$

115. $4c(-a + b + c)$ में क्या जोड़ें कि $3a(a + b + c) - 2b(a - b + c)$ प्राप्त हो?

116. $b(b^2 + b - 7) + 5$ को $3b^2 - 8$ में से घटाइए तथा $b = -3$ के लिए इस प्राप्त व्यंजक का मान ज्ञात कीजिए।

117. यदि $x - \frac{1}{x} = 7$ है, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

118. $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - 3x - \frac{3}{x}$ के गुणनखंड कीजिए।

119. $p^4 + q^4 + p^2q^2$ के गुणनखंड कीजिए।

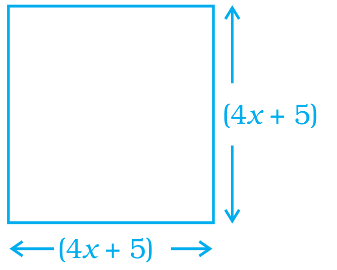
120. मान ज्ञात कीजिए –

(i) $\frac{6.25\times6.25-1.75\times1.75}{4.5}$

(ii) $\frac{198\times198-102\times102}{96}$

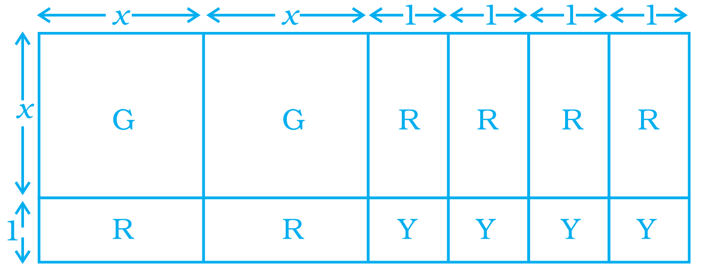
121. दो व्यंजकों का गुणनफल $x^5 + x^3 + x$ है। यदि इनमें से एक $x^2 + x + 1$ है, तो दूसरा व्यंजक ज्ञात कीजिए।

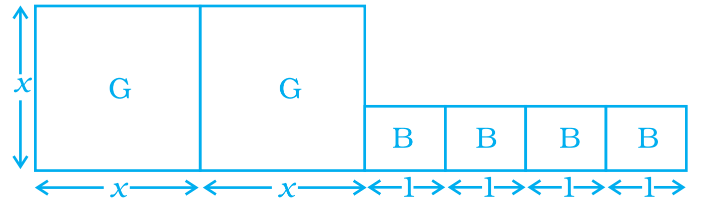
122. यदि वर्ग का क्षेत्रफल 625 वर्ग इकाई है, तो इस वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए। इसके बाद x का मान ज्ञात कीजिए।



123. नीचे दिए चित्र में कार्डों को उपयुक्त संख्या में लीजिए जिनमें [G($x \times x$)] जो x^2 निरूपित करता है, R ($x \times 1$) जो x निरूपित करता है तथा Y (1 ×1) जो 1] निरूपित करता है। इन कार्डों को आयतों के रूप में व्यवस्थित करके निम्न व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए –

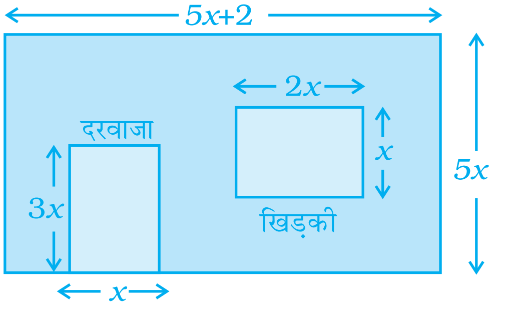
(i) $2x^2 + 6x + 4$ (ii) $x^2 + 4x + 4$





उपरोक्त आकृति का क्षेत्रफल परिकलित कीजिए।

124. दाईं तरफ दी हुई आकृति किसी कमरे की दीवार की विमाएँ दर्शाती हैं जिसमें एक खिड़की और दरवाज़ा है। इस पर पेंट किये जाने वाले भाग के क्षेत्रफल के लिए एक बीजीय व्यंजक लिखिए।



125. निम्न में, स्तंभ I के व्यंजकों को स्तंभ II के व्यंजकों से सुमेलित कीजिए –

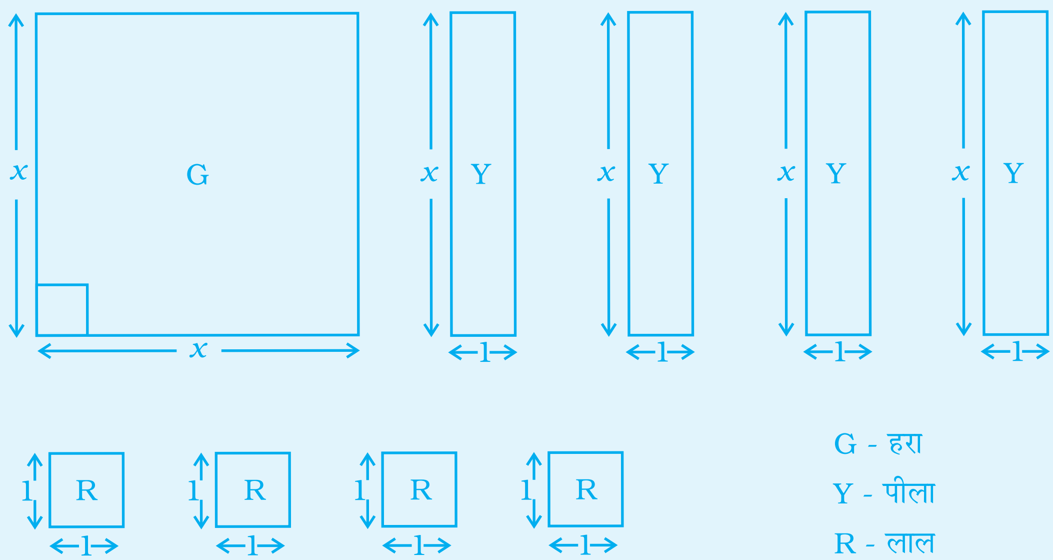
स्तंभ I	स्तंभ II
(1) $(21x + 13y)^2$	(a) $441x^2 - 169y^2$
(2) $(21x - 13y)^2$	(b) $441x^2 + 169y^2 + 546\,xy$
(3) $(21x - 13y)\,(21x + 13y)$	(c) $441x^2 + 169y^2 - 546xy$
	(d) $441x^2 - 169y^2 + 546xy$

12/04/18

(D) अनुप्रयोग

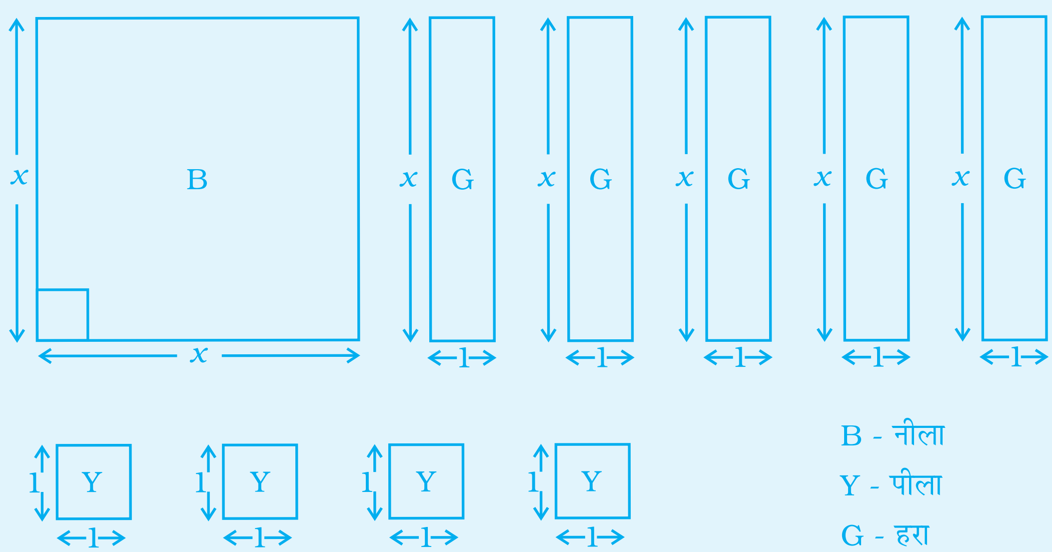
1. बीजीय टाइलें

(i) किसी आलेख कागज़ की शीट में से निम्न टाइलों को काट लीजिए। अब इन टाइलों को दर्शाए गए चित्र के अनुसार रंग लीजिए। इन टाइलों को व्यवस्थित करके एक वर्ग बनाइए।



इस प्रकार बने वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। साथ ही इस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। उपरोक्त परिणाम का प्रयोग करते हुए, $x^2 + 4x + 4$ के गुणनखंड कीजिए।

(ii)



12/04/18

इस प्रकार बने आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए। साथ ही इस आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस परिणाम का प्रयोग करते हुए $x^2 + 5x + 4$ के गुणनखंड कीजिए।

अब आलेख कागज़ की शीट से और अधिक बीजीय टाइलों को काटिए। अपना रंग कोड स्वयं चुनिए और टाइलों में रंग भरिए। इन्हें व्यवस्थित करके वर्ग/आयत बनाइए। बनी हुई आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इनका प्रयोग करके निम्न के गुणनखंड कीजिए –

a) $x^2 + 4x + 3$

b) $x^2 + 9x + 18$

(iii) एक वर्गाकार बगीचा बनाइए। इसको ऐसी आयताकार क्यारियों में विभाजित कीजिए कि प्रत्येक क्यारी की एक भुजा वर्ग की भुजा के बराबर हो। प्रत्येक क्यारी का परिमाप 40 m है।

(a) इस सूचना को निरूपित करने के लिए एक चित्र खींचिए।

(b) संपूर्ण बगीचे के परिमाप के लिए एक व्यंजक लिखिए।

2. क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए और फिर दिये खानों को भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिये गए हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों वाली संख्याएँ संगत खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में संगत खानों में भरिए।

डाउन

1. A polynomial with two terms.

1. दो पदों का एक बहुपद।

2. An expression containing one or more terms with non-zero coefficient (with variables having non-negative exponents).

2. एक या अधिक पदों वाला व्यंजक जिसके चरों में केवल ऋणेतर पूर्णांकीय घातांक हों।

3. To find the value of a mathematical expression.

3. एक गणितीय व्यंजक का मान निकालना।

4. A _________ is formed by the product of variables and constants.

4. चरों और अचरों के गुणनफल से एक _________ बनता है।

5. The abbreviation of the greatest no. (or expression) that in a factor of two or more numbers.

5. दो या अधिक संख्याओं (व्यंजकों) में सबसे बड़े सार्व गुणनखंड का संक्षिप्त रूप।

6. A polynomial with three terms.

6. तीन पदों वाला बहुपद।

एक्रॉस

7. A polynomial with only one term.

7. केवल एक पद वाला बहुपद।

8. An expression of the second degree.

8. घात 2 का एक व्यंजक।

9. Terms can be written as product of its ________.

9. पदों को उसके ________ के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है।

10. The numbers .... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 .... are known as _______.

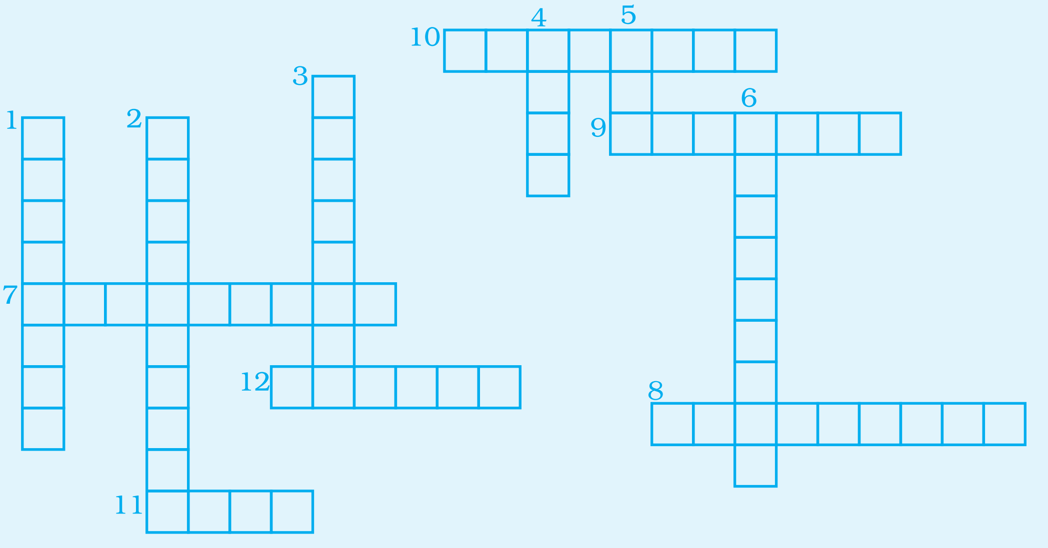
10. संख्याएँ .... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 .... __________कहलाती हैं।

11. __________ terms are formed from the some variables and the powers of this variables are the same term.

11. __________ पद समान चरों से बनते हैं तथा इनमें चरों की घातें भी समान होती हैं।

12. The highest power of a polynomial is called the ________ of the polynomial.

12. किसी बहुपद के सभी पदों में संबद्ध चरों की सबसे बड़ी घात उस बहुपद की ________ कहलाती है।



हल

1. Binomial
2. Polynomial
3. Evaluate
4. Term
5. GCF
6. Trinomial
7. Monomial
8. Quadratic
9. Factors
10. Integers
11. Like
12. Degree

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 8

घातांक और घात

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- **घातांकीय संकेतन** एक ही संख्या के बार-बार गुणन को व्यक्त करने की एक शक्तिशाली विधि है। विशिष्ट रूप से, 10 की घातें बहुत बड़ी संख्याओं और बहुत छोटी संख्याओं को एक ऐसे प्रकार में व्यक्त करती हैं, जो पढ़ने, लिखने और तुलना करने में सुविधाजनक रहता है।
- किसी शून्येतर पूर्णांक a के लिए $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ होता है।
- घातांकों के नियम हैं–

  (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

  (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

  (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

  (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

  (e) $a^\circ = 1$, जिसमें $a \neq 0$

  (f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

- संख्याओं को घातांकों का प्रयोग करते हुए, घातांकीय रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
- बहुत बड़ी और बहुत छोटी संख्याओं को उनके मानक रूप में लिखा जा सकता है।
- मानक रूप को **वैज्ञानिक संकेतन रूप** भी कहा जाता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: 2^7 का गुणन प्रतिलोम है–

(a) 2^{-7} (b) 7^2 (c) -7^2 (d) -2^7

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 2: मानव शरीर में लगभग 100 बिलियन सैल (कोष) हैं। इस संख्या को घातांकीय रूप में लिखा जा सकता है–

(a) 10^{-11} (b) 10^{11} (c) 10^9 (d) 10^{-9}

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 3 से 5 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: $(-4)^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4 =$ ______ है।

हल 5^4

उदाहरण 4: $\left(2^{-3}\right)^2 \times \left(3^{-2}\right)^3 =$ _____ है।

हल 6^{-6}

उदाहरण 5: पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी 150 मिलियन किलोमीटर है, जिसे मानक रूप में ________ लिखा जा सकता है।

हल 1.5×10^8 km

उदाहरण 6 और 7 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 6: बहुत छोटी संख्याओं को धनात्मक घातांकों का प्रयोग करते हुए, मानक रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

हल असत्य

उदाहरण 7: $(-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) = 10^{-4}$ है।

हल असत्य

उदाहरण 8: $\frac{(-2)^3 \times (-2)^7}{3 \times 4^6}$ को सरल कीजिए।

हल $\frac{(-2)^3 \times (-2)^7}{3 \times 4^6} = \frac{(-2)^{3+7}}{3 \times (2^2)^6}$ $\{a^m \times a^n = a^{m+n}\}$

$$= \frac{(-2)^{10}}{3 \times 2^{12}} \quad \{(a^m)^n = a^{m \times n}\}$$

$$= \frac{(2)^{10}}{3 \times 2^{12}} = \frac{2^{10-12}}{3} \quad \{a^m \div a^n = a^{m-n},\ (-2)^{10} = 2^{10}\}$$

$$= \frac{2^{-2}}{3} = \frac{1}{3 \times 2^2} = \frac{1}{12}$$

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 9:

x ज्ञात कीजिए, ताकि $(-5)^{x+1} \times (-5)^5 = (-5)^7$ हो।

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं?

  x का मान जो दी हुई समीकरण को संतुष्ट करे।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप घातांकों के नियमों को जानते हैं। दी हुई समीकरण में, घातांकों के नियमों का उपयोग करके x का मान ज्ञात करना है।

हल कीजिए

- दिया है: $(-5)^{x+1} \times (-5)^5 = (-5)^7$

  घातांकों के नियम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

  $(-5)^{x+1+5} = (-5)^7$

  $(-5)^{x+6} = (-5)^7$

  दोनों पक्षों में, घातों के आधार समान हैं। अतः, इनके घातांक भी बराबर होने चाहिए।

  अतः, $x + 6 = 7$

  $x = 7 - 6$

  या $x = 1$

  अतः, x का मान 1 है।

पुनर्निरीक्षण

- x के मान को समीकरण में रखिए और जाँच कीजिए कि यह समीकरण को संतुष्ट करता है या नहीं।

LHS $= (-5)^{x+1} \times (-5)^5$

$= (-5)^{1+1} \times (-5)^5$

$= (-5)^2 \times (-5)^5$

$= (-5)^{2+5}$

$= (-5)^7 = \text{RHS}$

क्योंकि $x = 1$ दी हुई समीकरण को संतुष्ट करता है, इसलिए हमारा उत्तर सही है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(a) प्रश्न में – 5 को 2 से बदलकर x का मान ज्ञात करने का प्रयास कीजिए। x के मान में आपको क्या अंतर मिलता है? अपने उत्तर से आप क्या परिणाम निकालते हैं?

(b) देखिए कि क्या आप x का मान ज्ञात कर पाएँगे यदि दिये गये समीकरण को निम्नलिखित में बदल दिया गया हो:

(i) $(-5)^{x+1} \times (5)^5 = (5)^7$

(ii) $(-5)^{2x} \times (5)^5 = (5)^7$

भिन्नों में ऋणात्मक घातांकों से छुटकारा पाना

आपका वास्ता $\frac{2^{-4}}{3^{-7}}$ जैसी भिन्नों से पड़ सकता है जिसके अंश तथा हर ऋणात्मक घातांक हों। ऐसी भिन्नों को घनात्मक घातांकों वाली भिन्नों मे बदल लेना लाभप्रद होता है क्योंकि यह एक सरल रूप है। अंश में ऋणात्मक घातांक वाली कोई संख्या हर में घनात्मक घातांक वाली उसी संख्या के समतुल्य होती है ⇨ $2^{-4} = \frac{2^{-4}}{1} = \frac{1}{2^4}$।

हर में ऋणात्मक घातांक वाली कोई संख्या अंश में घनात्मक घातांक वाली उसी संख्या के समतुल्य होती है

⇨ $\frac{1}{3^{-7}} = \frac{3^7}{1} = 3^7$।

अत:,

2^{-4} को अंश से हर में ले जाया जाता है जहाँ इसे 2^4 लिखा जाता है। ⇨	$\frac{2^{-4}}{3^{-7}} = \frac{3^7}{2^4}$	⇦ 3^{-7} को हर अंश में ले जाया जाता है जहाँ इसे 3^7 लिखा जाता है।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 33 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. 2^n में, n कहलाता है–

(a) आधार (b) अचर (c) घातांक (d) चर

2. एक निश्चित आधार 10 के लिए यदि घातांक 1 कम कर दिया जाये, तो वह संख्या बन जाती है–

(a) पिछली संख्या का एक–दशांश

(b) पिछली संख्या का दस गुना

(c) पिछली संख्या का शतांश

(d) पिछली संख्या का सौ गुना

3. 3^{-2} को लिखा जा सकता है–

(a) 3^2 (b) $\frac{1}{3^2}$ (c) $\frac{1}{3^{-2}}$ (d) $-\frac{2}{3}$

4. $\frac{1}{4^{-2}}$ का मान है–

(a) 16 (b) 8 (c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{8}$

5. $3^5 \div 3^{-6}$ का मान है–

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 3 (c) 3^{11} (d) 3^{-11}

6. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ का मान है–

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{4}{25}$ (c) $\frac{25}{4}$ (d) $\frac{5}{2}$

7. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ का व्युत्क्रम है–

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $-\frac{5}{2}$ (d) $-\frac{2}{5}$

8. 10^{-100} का गुणन प्रतिलोम है–

(a) 10 (b) 100 (c) 10^{100} (d) 10^{-100}

9. $(-2)^{2\times3-1}$ का मान है–

(a) 32 (b) 64 (c) – 32 (d) – 64

10. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ का मान बराबर है–

(a) $\frac{16}{81}$ (b) $\frac{81}{16}$ (c) $\frac{-16}{81}$ (d) $\frac{81}{-16}$

यहाँ दी गयी सारणी 10 की कई घातों को विभिन्न रूपों में प्रदर्शित करती है। निम्नलिखित पर ध्यान दीजिए:

- घनात्मक पूर्णांकीय घातांकों वाली 10 की घातों में 10 का बारंबार गुणन होता है।
- ऋणात्मक पूर्णांकीय घातांकों वाली 10 की घातों में $\frac{1}{10}$ (10 का गुणन प्रतिलोम) का बारंबार गुणन होता है।
- शून्य घातांक वाली 10 की घात 1 के बराबर होती है।

घात	बारंबार गुणन	सामान्य रूप
10^3	$1 \times 10 \times 10 \times 10$	1000
10^2	$1 \times 10 \times 10$	100
10^1	1×10	10
10^0	1	1
10^{-1}	$1 \times \frac{1}{10}$	0.1
10^{-2}	$1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	0.01
10^{-3}	$1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	0.001

11. $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-99}$ का गुणन प्रतिलोम है–

(a) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{99}$ (b) $\left(\frac{5}{9}\right)^{99}$ (c) $\left(\frac{9}{-5}\right)^{99}$ (d) $\left(\frac{9}{5}\right)^{99}$

12. यदि x कोई शून्येतर पूर्णांक है और m, n ऋणात्मक पूर्णांक हैं, तो $x^m \times x^n$ बराबर है–

(a) x^m (b) x^{m+n} (c) x^n (d) x^{m-n}

13. यदि y कोई शून्येतर पूर्णांक है, तो y^0 बराबर है–

(a) 1 (b) 0 (c) – 1 (c) परिभाषित नहीं

14. यदि x कोई शून्येतर पूर्णांक है, तो x^{-1} बराबर है–

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) $-x$ (c) $\frac{-1}{x}$

15. यदि x कोई शून्य के अतिरिक्त पूर्णांक है और m कोई धनात्मक पूर्णांक है, तो x^{-m} बराबर है–

(a) x^m (b) $-x^m$ (c) $\frac{1}{x^m}$ (d) $\frac{-1}{x^m}$

16. यदि x कोई शून्य के अतिरिक्त पूर्णांक है तथा m और n कोई पूर्णांक हैं, तो $(x^m)^n$ बराबर है–

(a) x^{m+n} (b) x^{mn} (c) $x^{\frac{m}{n}}$ (d) x^{m-n}

17. निम्न में से कौन $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$ के बराबर है?

(a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (b) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$ (d) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{3}$

18. $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-5}$ बराबर है–

(a) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-5}$ (b) $\left(\frac{5}{7}\right)^{5}$ (c) $\left(\frac{7}{5}\right)^{5}$ (d) $-\frac{7}{5}^{\;5}$

19. $\left(\frac{-7}{5}\right)^{-1}$ बराबर है–

(a) $\frac{5}{7}$ (b) $-\frac{5}{7}$ (c) $\frac{7}{5}$ (d) $\frac{-7}{5}$

20. $(-9)^3 \div (-9)^8$ बराबर है–

(a) $(9)^5$ (b) $(9)^{-5}$ (c) $(-9)^5$ (d) $(-9)^{-5}$

21. किसी शून्येतर पूर्णांक x के लिए, $x^7 \div x^{12}$ बराबर है–

(a) x^5 (b) x^{19} (c) x^{-5} (d) x^{-19}

22. किसी शून्येतर पूर्णांक x के लिए, $(x^4)^{-3}$ बराबर है–

(a) x^{12} (b) x^{-12} (c) x^{64} (d) x^{-64}

23. $(7^{-1} - 8^{-1})^{-1} - (3^{-1} - 4^{-1})^{-1}$ का मान बराबर है–

(a) 44 (b) 56 (c) 68 (d) 12

24. 0.000064 का मानक रूप है–

(a) 64×10^4 (b) 64×10^{-4} (c) 6.4×10^5 (d) 6.4×10^{-5}

25. 23,40,00,000 का मानक रूप है–

(a) 2.34×10^8 (b) 0.234×10^9 (c) 2.34×10^{-8} (d) 0.234×10^{-9}

26. 2.03×10^{-5} का सामान्य रूप है–

(a) 0.203 (b) 0.00203 (c) 2,03,000 (d) 0.0000203

अन्वेषण कीजिए

10 की शून्य तथा ऋणात्मक घात प्राप्त करने के लिए एक पैटर्न का उपयोग कीजिए।

चरण 1: सारणी की प्रतिलिपि बनाइए तथा 10^2 तथा 10^1 का मूल्यांकन करके अगली दो कतार पूर्ण कीजिए।

चरण 2: जो कतार आपने पूरी की हैं उन्हें देखिए। घातांक में 1 की कमी होने पर प्रत्येक बार मानक रूप किस प्रकार परिवर्तित होता है?

चरण 3: सारणी में शेष कतार पूरी करने के लिए चरण 2 में स्थापित किये गये पैटर्न का उपयोग कीजिए।

घात	सामान्य रूप
10^3	1000
10^2	?
10^1	?
10^0	?
10^{-1}	?
10^{-2}	?
10^{-3}	?

27. $\left(\frac{1}{10}\right)^0$ बराबर है–

(a) 0 (b) $\frac{1}{10}$ (c) 1 (d) 10

28. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{5}{3}\right)^5$ बराबर है–

(a) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^5$ (b) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^1$ (c) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^0$ (d) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^{10}$

29. किन्हीं दो शून्येतर परिमेय संख्याओं x और y के लिए, $x^4 \div y^4$ बराबर है–

(a) $(x \div y)^0$ (b) $(x \div y)^1$ (c) $(x \div y)^4$ (d) $(x \div y)^8$

30. एक शून्येतर परिमेय संख्या p के लिए, $p^{13} \div p^8$ बराबर है–

(a) p^5 (b) p^{21} (c) p^{-5} (d) p^{-19}

31. एक शून्येतर परिमेय संख्या z के लिए, $(z^{-2})^3$ बराबर है–

(a) z^6 (b) z^{-6} (c) z^1 (d) z^4

12/04/18

32. $-\frac{1}{2}$ का घन है–

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{16}$ (c) $-\frac{1}{8}$ (d) $-\frac{1}{16}$

33. निम्न में से कौन $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ का व्युत्क्रम नहीं है?

(a) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$ (b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ (c) $\frac{2}{3}^{-4}$ (d) $\frac{3^4}{2^4}$

प्रश्न 34 से 65 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

34. 10^{10} का गुणन प्रतिलोम ____________ है।

35. $a^3 \times a^{10}$ = ___________ है।

निष्कर्ष निकालिए

इन प्रश्नों को पूरा करने के लिए अपने प्रेक्षणों का उपयोग कीजिए।

10 की घात को सामान्य रूप में लिखिए।

1. 10^4 2. 10^9 3. 10^{-4} 4. 10^{-6}

36. 5^0 = ___________ है।

37. $5^5 \times 5^{-5}$ = ___________ है।

38. $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$ का मान __________ है।

39. 8^{-2} के लिए आधार 2 की घात वाला व्यंजक __________ है।

40. बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में 10 की __________ घातों का प्रयोग करके व्यक्त किया जा सकता है।

41. बहुत बड़ी संख्याओं को मानक रूप में 10 की __________ घातों का प्रयोग करके व्यक्त किया जा सकता है।

42. $(10)^5$ को $(10)^{-10}$ से गुणा करने पर, हमें _________ प्राप्त होता है।

43. $\left[\left(\frac{2}{13}\right)^{-6} \div \left(\frac{2}{13}\right)^3\right]^3 \times \left(\frac{2}{13}\right)^{-9}$ = ________ है।

44. $[4^{-1} + 3^{-1} + 6^{-2}]^{-1}$ का मान _________ है।

45. $[2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1}]^0 =$ ______ है।

46. $\left(\frac{1}{100000000}\right)$ का मानक रूप ______ है।

47. 1,23,40,000 का मानक रूप ______ है।

48. 3.41×10^6 का सामान्य रूप ______ है।

49. 2.39461×10^6 का सामान्य रूप ______ है।

50. यदि $36 = 6 \times 6 = 6^2$ है, तो $\frac{1}{36}$ आधार 6 की एक घात के रूप में ______ है।

मुख्य अवधारणा

वैज्ञानिक संकेतन

किसी संख्या को वैज्ञानिक संकेतन में लिखा गया माना जाता है जब इसका रूप $c \times 10^n$ हो, जहाँ $c > 1$, $c < 10$ तथा n एक पूर्णांक है।

सामान्य रूप	गुणन रूप	वैज्ञानिक संकेतन
325,000	$3.25 \times 100,000$	3.25×10^5
0.0005	5×0.0001	5×10^{-4}

51. $\left(\frac{5}{3}\right)^4$ को ______ से गुणा करने पर, हमे 5^4 प्राप्त होता है।

52. $3^5 \div 3^{-6}$ को ______ रूप में सरलीकृत किया जा सकता है।

53. 3×10^{-7} का मान ______ है।

54. मानक रूप में दी हुई संख्याओं को जोड़ने के लिए, हम पहले उन्हें ______ घातांकों वाली संख्याओं में बदलते हैं।

55. 32,50,00,00,000 का मानक रूप ______ है।

56. 0.000000008 का मानक रूप ______ है।

57. 2.3×10^{-10} का सामान्य रूप ______ है।

58. 8^5 को ______ से भाग देने पर हमें 8 प्राप्त होता है।

59. ______ को 2^{-5} से गुणा करने पर, हमें 2^5 प्राप्त होता है।

60. $[3^{-1} \times 4^{-1}]^2$ का मान ______ है।

12/04/18

61. $[2^{-1} \times 3^{-1}]^{-1}$ का मान ________ है।

62. $(6^0 - 7^0) \times (6^0 + 7^0)$ को सरल करने पर, हमें ________ प्राप्त होता है।

63. 3^5 को ऋणात्मक घातांक के साथ लिखने के लिए व्यंजक ________ है।

64. $(-7)^6 \div 7^6$ का मान ________ है।

65. $[1^{-2} + 2^{-2} + 3^{-2}] \times 6^2$ का मान ________ है।

प्रश्न 66 से 90 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

66. $(-4)^{-2}$ का गुणन प्रतिलोम $(4)^{-2}$ है।

67. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ का गुणन प्रतिलोम $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ के बराबर नहीं है।

68. $10^{-2} = \frac{1}{100}$ है।

69. $24.58 = 2 \times 10 + 4 \times 1 + 5 \times 10 + 8 \times 100$ है।

70. $329.25 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$ है।

71. $(-5)^{-2} \times (-5)^{-3} = (-5)^{-6}$ है।

72. $(-4)^{-4} \times (4)^{-1} = (4)^5$ है।

73. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ है।

74. $5^0 = 5$ है।

75. $(-2)^0 = 2$ है।

76. $\left(-\frac{8}{2}\right)^0 = 0$ है।

77. $(-6)^0 = -1$ है।

78. $(-7)^{-4} \times (-7)^2 = (-7)^{-2}$ है।

79. $\frac{1}{4^{-2}}$ का मान 16 है।

80. 4^{-3} के लिए आधार 2 की घात के रूप का व्यंजक 2^6 है।

81. $a^p \times b^q = (ab)^{pq}$ है।

82. $\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{y}{x}\right)^{-m}$ होता है।

83. $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$ होता है।

84. $(-2)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4$ का घातांकीय रूप 5^4 है।

85. 0.000037 का मानक रूप 3.7×10^{-5} है।

मुख्य अवधारणा

शून्य तथा ऋणात्मक घातांकों की परिभाषा

मान लीजिए कि a कोई शून्येतर संख्या तथा n एक पूर्णांक है।

शब्द	बीजगणित	उदाहरण
a का घात शून्य 1 होता है।	$a^0 = 1$	$5^0 = 1$
a^{-n} का व्युत्क्रम a^{-n} है।	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
a^n का व्युत्क्रम a^n है।	$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$2 = \frac{1}{2^{-1}}$

86. 203000 का मानक रूप 2.03×10^5 है।

87. 2×10^{-2} का सामान्य रूप 0.02 नहीं है।

88. 5^{-2} का मान 25 है।

89. बड़ी संख्याओं को 10 की धनात्मक घातों का प्रयोग करके मानक रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

90. $a^m \times b^m = (ab)^m$ है।

91. निम्न के गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए–

(i) 100^{-10} (ii) $2^{-2} \times 2^{-3}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

92. $3^{-5} \times 3^{-4}$ को धनात्मक घातांक वाली 3 की घात के रूप में व्यक्त कीजिए।

93. 16^{-2} को आधार 2 की घात के रूप में व्यक्त कीजिए।

94. $\frac{27}{64}$ और $\frac{-27}{64}$ को परिमेय संख्याओं की घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

95. $\frac{16}{81}$ और $\frac{-16}{81}$ को परिमेय संख्याओं के घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

96. निम्न को एक परिमेय संख्या की घात के रूप में लिखिए, जिसमें ऋणात्मक घातांक हो–

(a) $\left(\left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (b) $(2^5 \div 2^8) \times 2^{-7}$

97. (–2) के घन और (+4) के वर्ग का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

98. सरल कीजिए–

(i) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(ii) $\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right)^{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \times 3^{-1} \times \frac{1}{6}$

(iii) $\frac{49 \times z^{-3}}{7^{-3} \times 10 \times z^{-5}}$ $(z \neq 0)$

(iv) $(2^5 \div 2^8) \times 2^{-7}$

99. निम्न में x का मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-14} = \left(\frac{5}{3}\right)^{8x}$

(ii) $(-2)^3 \times (-2)^{-6} = (-2)^{2x-1}$

(iii) $(2^{-1} + 4^{-1} + 6^{-1} + 8^{-1})^x = 1$

100. 293 को 10,00,000 से भाग दीजिए और परिणाम को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

101. x^{-3} का मान ज्ञात कीजिए, यदि $x = (100)^{1-4} \div (100)^0$ है।

102. $(-29)^0$ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल $(+29)^0$ हो जाए?

103. $(-15)^{-1}$ को किस संख्या से भाग दिया जाए कि भागफल $(-15)^{-1}$ हो?

एक युक्ति की योजना बनाइए:

- आवश्यकता से अधिक/आवश्यकता से कम सूचना पहचानना।

  जब आप किसी समस्या को पढ़ते हैं, तो आपको निर्णय करना होता है कि उसमें आवश्यकता से अधिक अथवा आवश्यकता से कम सूचना है। यदि समस्या में आवश्यकता से अधिक सूचना है, तो आप निर्णय कीजिए कि समस्या को हल करने में उसमें से कितनी सूचना लेनी है। यदि समस्या में आवश्यकता से कम सूचना है, तो अब निर्धारित कीजिए कि समस्या का हल करके कितनी अतिरिक्त सूचना चाहिए।

- नीचे दी गयी समस्याओं को पढ़िए तथा निर्णय कीजिए कि प्रत्येक समस्या में कोई आवश्यकता से अधिक सूचना है अथवा आवश्यकता से कम सूचना है। यदि आवश्यकता से अधिक सूचना है, तो बताइए कि समस्या हल करने में आप किस सूचना का उपयोग करेंगे। यदि आवश्यकता से कम सूचना है, तो बताइए कि समस्या को हल करने में आप को किस अतिरिक्त सूचना की आवशयकता है।

- सोमवार को 20 विद्यार्थियों ने एक परीक्षा दी। 185 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या 10 तथा 85 से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या भी 10 थी। औसत अंक कितना रहा।

- आयशा मैराथन दौड़ के लिए अभ्यास कर रही है। वह सोमवार को 50 मिनट, बुधवार को 70 मिनट तथा शुक्रवार को 45 मिनट दौड़ी। मंगलवार तथा बृहस्पतिवार में से प्रत्येक दिन उसने जिम में भार उठाए। आयशा ने अंतिम सप्ताह में दौड़ने में प्रतिदिन कितना औसत समय व्यतीत किया?

104. $(-7)^{-2} \div (90)^{-1}$ का गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

105. यदि $5^{3x-1} \div 25 = 125$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

106. 39,00,00,000 को मानक रूप में लिखिए।

107. 0.000005678 को मानक रूप में लिखिए।

108. 3.2×10^6 और 4.1×10^{-1} के गुणनफल को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

109. $\dfrac{1.5\times10^6}{2.5\times10^{-4}}$ को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

110. कुछ स्थानांतरण करने वाली चिड़िया स्वदेश की चरम जलवायु संबंधी परिस्थितियों से बचने के लिए 15000 km तक की दूरी तय करती हैं। इस दूरी को, वैज्ञानिक संकेतन का प्रयोग करते हुए मीटरों में लिखिए।

111. प्लूटो सूर्य से 5,91,30,00,000 m की दूरी पर है। इस दूरी को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

112. कुछ विशेष तुलाएँ 0.00000001 ग्राम तक का भार तोल सकती हैं। इस संख्या को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

113. चीनी की एक फैक्ट्री की वार्षिक बिक्री 3 बिलियन 720 मिलियन किलोग्राम है। इस बिक्री को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

12/04/18

114. रक्त में लाल रक्त सैलों की संख्या लगभग 5.5 मिलियन प्रति घन मिलीमीटर है। यदि औसतन शरीर में 5 लीटर रक्त होता है, तो शरीर में लाल रक्त सैलों की संख्या कितनी है? इसे मानक रूप में लिखिए। (1लीटर = 100000mm^3 है)

115. निम्न में से प्रत्येक को मानक रूप में व्यक्त कीजिए –

(a) एक प्रोटोन का द्रव्यमान (ग्राम में) निम्न है

$$\frac{1673}{1000000000000000000000000000}$$

(b) हीलियम के एक परमाणु का व्यास 0.000000022cm है।

(c) हाइड्रोजन गैस के एक अणु का द्रव्यमान लगभग 0.00000000000000000000334 टन है।

(d) मानव शरीर में विभिन्न आकारों और मापों वाले 1 ट्रिलियन सेल होते हैं।

(e) 56km को m में व्यक्त कीजिए।

(f) 5 टन को ग्राम में व्यक्त कीजिए।

(g) 2 वर्षों को सेकेंडों में बदलिए।

(h) 5 हेक्टेयर को cm^2 में बदलिए। (1 हेक्टेयर = 10000m^2)

116. x ज्ञात कीजिए, ताकि $\left(\frac{2}{9}\right)^3 \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2x-1}$ हो।

117. $\left(\frac{-3}{2}\right)^{-3}$ को किस संख्या से भाग दिया जाए कि भागफल $\left(\frac{4}{27}\right)^{-2}$ प्राप्त हो?

118. यदि $\frac{6^n}{6^{-2}} = 6^3$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

119. यदि $\frac{2^n \times 2^6}{2^{-3}} = 2^{18}$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

120. $\frac{125 \times x^{-3}}{5^{-3} \times 25 \times x^{-6}}$ को सरल कीजिए।

121. $\frac{16 \times 10^2 \times 64}{2^4 \times 4^2}$ को सरल कीजिए।

122. यदि $\frac{5^m \times 5^3 \times 5^{-2}}{5^{-5}} = 5^{12}$ है, तो m ज्ञात कीजिए।

123. एक नवजात भालू का भार 4 kg है। पाँच वर्ष की आयु के भालू का क्या भार होगा, यदि 5 वर्षों में भालू का भार पिछले भार की दूसरी घात हो जाता है?

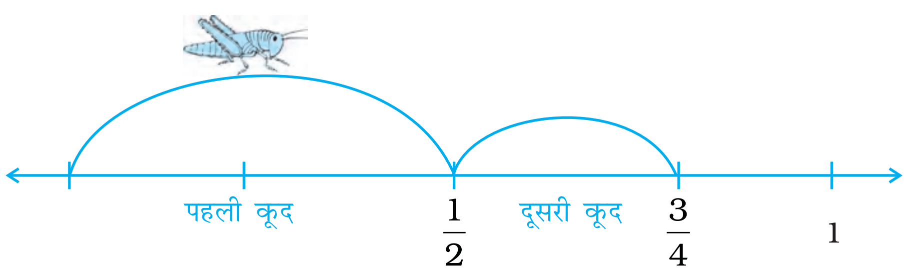
124. किसी जीवाणु के सेल प्रत्येक 30 मिनट में दोगुने हो जाते हैं। कोई वैज्ञानिक केवल एक सेल से प्रारंभ करता है। निम्न समय के बाद कितने सैल हो जाएँगे?

(a) 12 घंटे (b) 24 घंटे

125. ग्रह A पृथ्वी से 9.35×10^6 km की दूरी पर है तथा ग्रह B पृथ्वी से 6.27×10^7 m की दूरी पर है। कौन-सा ग्रह पृथ्वी के अधिक निकट है?

126. किसी जीवाणु के सेल प्रत्येक घंटे में दोगुने हो जाते हैं। यदि हम प्रारंभिक रूप से 1 सेल लें, तो 8 घंटे बाद कितने सेल हो जाएँगे? उत्तर को घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

127. कोई कीड़ा एक संख्या रेखा के बिंदु O पर है और वह 1 की ओर उछल रहा है। वह प्रत्येक उछाल में, अपनी वर्तमान स्थिति से 1 के बीच की दूरी की आधी दूरी तय करता है। अतः, वह एक उछाल के बाद $\frac{1}{2}$, दो उछालों के बाद $\frac{3}{4}$ इत्यादि पर होगा।



(a) कीड़े की प्रथम 10 उछालों के बाद की स्थितियों को दर्शाने वाली एक सारणी बनाइए।

(b) n उछालों के बाद कीड़ा कहाँ होगा?

(c) क्या कीड़ा कभी 1 तक पहुँच पाएगा? स्पष्ट कीजिए।

128. **इकाई का अंक बताना**– इस सारणी की प्रतिलिपि बनाकर इसे पूरा कीजिए और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

घात सारणी

x	1^x	2^x	3^x	4^x	5^x	6^x	7^x	8^x	9^x	10^x
1	1	2								
2	1	4								
3	1	8								
4	1	16								
5	1	32								
6	1	64								
7	1	128								
8	1	256								
घातों की इकाइयों के अंक	1	2,4,8,6								

12/04/18

(a) बताइए कि घातों की इकाइयों के अंकों में आप क्या पैटर्न देखते हैं।

(b) निम्न में प्रत्येक के लिए इकाई का अंक बताइए–

1. 4^{12} 2. 9^{20} 3. 3^{17} 4. 5^{100} 5. 10^{500}

(c) निम्न में प्रत्येक के लिए इकाई का अंक बताइए–

1. 31^{10} 2. 12^{10} 3. 17^{21} 4. 29^{10}

129. खगोलविज्ञान– निम्न सारणी हमारे सौर मंडल में ग्रहों तथा सूर्य और चंद्रमा के द्रव्यमान दर्शाती है–

खगोलीय पिंड	द्रव्यमान (किग्रा में)	मानक संकेतन में द्रव्यमान (किग्रा में)
सूर्य	1,990,000,000,000,000,000,000,000,000,000	1.99×10^{30}
बुध	330,000,000,000,000,000,000,000	
शुक्र	4,870,000,000,000,000,000,000,000	
पृथ्वी	5,970,000,000,000,000,000,000,000	
मंगल	642,000,000,000,000,000,000,000	
बृहस्पति	1,900,000,000,000,000,000,000,000,000	
शनि	568,000,000,000,000,000,000,000,000	
यूरेनस	86,800,000,000,000,000,000,000,000	
नेप्चून	102,000,000,000,000,000,000,000,000	
प्लूटो	12,700,000,000,000,000,000,000	
चंद्रमा	73,500,000,000,000,000,000,000	

(a) प्रत्येक ग्रह और चंद्रमा का द्रव्यमान वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।

(b) ग्रहों और चंद्रमा को द्रव्यमान के अनुसार छोटे से बड़े क्रम में लिखिए।

(c) किस ग्रह का द्रव्यमान लगभग वही है जो पृथ्वी का है?

130. सौर मंडल की खोज – नीचे दी गई सारणी सूर्य से प्रत्येक ग्रह की औसत दूरी दर्शाती है–

ग्रह	सूर्य से दूरी (km में)	सूर्य से दूरी (km में) मानक संकेतन
पृथ्वी	149,600,000	1.496×10^{8}
बृहस्पति	778,300,000	
मंगल	227,900,000	
बुध	57,900,000	
नेप्चून	4,497,000,000	
प्लूटो	5,900,000,000	
शनि	1,427,000,000	
यूरेनस	2,870,000,000	
शुक्र	108,200,000	

(a) सूर्य से प्रत्येक ग्रह की दूरी को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कर सारणी को पूरा कीजिए।

(b) सूर्य के निकट से सूर्य के दूर होने वाले क्रम में ग्रहों को व्यवस्थित कीजिए।

131. यह सारणी पाँच रासायनिक तत्वों एक परमाणु के द्रव्यमान को प्रदर्शित करती है। इसका प्रयोग करते हुए, आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

तत्व	परमाणु का द्रव्यमान (kg में)
टिटेनियम	7.95×10^{-26}
लेड (सीसा)	3.44×10^{-25}
सिलवर (चाँदी)	1.79×10^{-25}
लीथियम	1.15×10^{-26}
हाइड्रोजन	1.674×10^{-27}

(a) कौन-सा तत्व सबसे अधिक भारी है?

(b) सिल्वर या टिटेनियम में से कौन-सा तत्व हल्का है?

(c) सभी पाँचों तत्वों को हल्के से भारी के क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

132. ग्रह यूरेनस सूर्य से लगभग 2896819200000 मीटर दूर है। यह दूरी मानक रूप में क्या है?

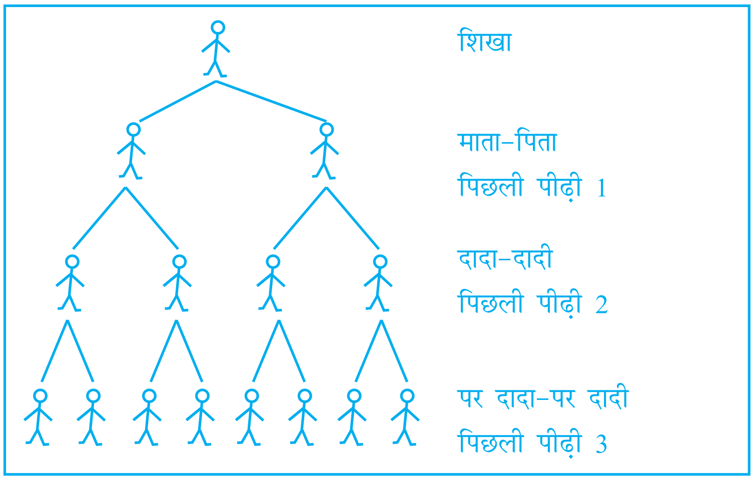
133. एक इंच लगभग 0.02543 मीटर है। इसको मानक रूप में लिखिए।

134. पृथ्वी का आयतन सूर्य के आयतन का लगभग 7.67×10^{-7} गुना है। इस संख्या को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए।

135. एक इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान लगभग $9.1093826 \times 10^{-31}$ kg है। ग्राम में यह द्रव्यमान क्या है?

136. 20वीं शताब्दी के अंत में, विश्व की जनसंख्या लगभग 6.1×10^{9} थी। इस जनसंख्या को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए। आप इस संख्या को शब्दों में किस प्रकार बोलेंगे?

137. अपने परिवार के इतिहास का अध्ययन करने के लिए शिखा ने अपने पूर्वजों की पिछली 12 पीढ़ियों का रिकार्ड खोज लिया। उसने पता किया कि पिछली 12 पीढ़ियों में उसके कितने पूर्वज थे। इस संख्या को जानने के लिए, उसने एक आरेख बनाना प्रारंभ किया। कुछ समय बाद, आरेख जटिल होने लगा।



(a) 12 पीढ़ियों में से प्रत्येक में पूर्वजों की संख्या दर्शाने के लिए एक सारणी और आलेख बनाइए।

(b) एक दी हुई पीढ़ी n के पूर्वजों की संख्या के लिए एक समीकरण लिखिए।

12/04/18

138. किसी नदी से होकर प्रत्येक दिन लगभग 230 बिलियन लीटर पानी बहता है। एक सप्ताह में इस नदी से होकर कितने लीटर पानी बहता है? एक वर्ष में, इस नदी से होकर कितने लीटर पानी बहता है? अपने उत्तर वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।

139. एक अर्ध जीवनकाल का अर्थ है कि एक रेडियोधर्मी पदार्थ को अपनी प्रारंभिक राशि से आधी राशि तक क्षय होने में कितना समय लगता है।

(a) मान लीजिए कि रेडियोधर्मी क्षय के कारण किसी पदार्थ का 300 ग्राम 3 अर्ध जीवनकालों में घट कर 300×2^{-3} ग्राम रह जाता है। यह ज्ञात करने के लिए कि कितना पदार्थ बचा है, 300×2^{-3} का मान निकालिए।

(b) स्पष्ट कीजिए कि क्यों व्यंजक 300×2^{-n} का n अर्ध-जीवनकालों के बाद शेष बची पदार्थ की मात्रा ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

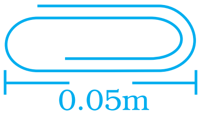
140. किसी रेडियोधर्मी पदार्थ की एक मात्रा पर विचार कीजिए। व्यंजक 3^{-t} का उपयोग t अर्ध-जीवनकालों के बाद इस मात्रा के शेष भाग को ज्ञात करने में किया जा सकता है।

(a) उस पदार्थ का कितना भाग 7 अर्ध-जीवनकालों के बाद शेष रहता है?

(b) कितने अर्ध-जीवनकालों के बाद प्रारंभिक मात्र का $\frac{1}{243}$ भाग शेष रहता है?

141. एक फर्मी 10^{-15} मीटर के बराबर है। एक प्रोटॉन की त्रिज्या 1.3 फर्मीस है। एक प्रोटॉन की मीटरों में त्रिज्या को मानक रूप में लिखिए।

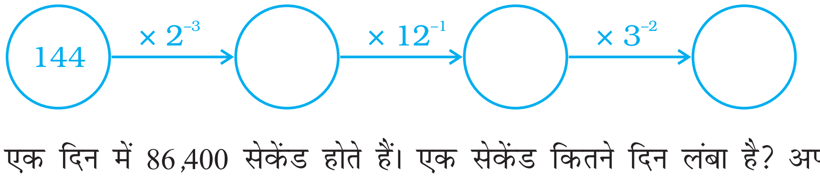
142. नीचे दिये गए पेपरक्लिप की लंबाई दर्शाई गयी है। लंबाई मानक रूप में कितनी है?



143. घातांकों के गुणों का प्रयोग करते हुए, सत्यापित कीजिए कि प्रत्येक कथन सत्य है?

(a) $\frac{1}{4}(2^n) = 2^{n-2}$ (b) $4^{n-1} = \frac{1}{4}(4)^n$ (c) $25(5^{n-2}) = 5^n$

144. रिक्त स्थानों को भरिए-



145. एक दिन में 86,400 सेकेंड होते हैं। एक सेकेंड कितने दिन लंबा है? अपने उत्तर को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कीजिए।

146. नीचे दी हुई सारणी किसी राज्य के 2008 और 2009 वर्षों में विभिन्न फसल उत्पादनों को दर्शाती है। इस सारणी को देखिए और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

फसल	2008 का उत्पादन (हेक्टेयर)	2009 के उत्पादन में वृद्धि / कमी (हेक्टेयर)
बाजरा	1.4×10^3	– 100
ज्वार	1.7×10^6	– 440,000
चावल	3.7×10^3	– 100
गेहूँ	5.1×10^5	+ 190,000

(a) किस (किन) फसल (लों) के उत्पादन में कमी हुई?

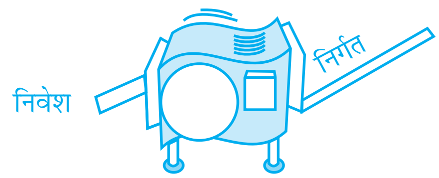
(b) वर्ष 2009 में हुए सभी फसलों के उत्पादनों को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

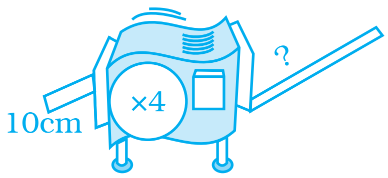
(c) यह कल्पना करते हुए कि, चावल के उत्पादन में प्रत्येक वर्ष उतनी ही कमी होगी जितनी 2009 में हुई है, तो 2015 में कितने हेक्टेयर भूमि में चावल का उत्पादन होगा? इसे मानक रूप में लिखिए।

147. खींचने वाली मशीन

मान लीजिए कि आपके पास एक खींचने वाली मशीन है, जो अधिकांश वस्तुओं को खींचकर बड़ा कर सकती है। उदाहरणार्थ, यदि आप एक '× 4' खींचने वाली मशीन में एक 5 मीटर लंबी डंडी डालते हैं, तो वह (नीचे के अनुसार) परिणाम देती है। आप 20 मीटर लंबी डंडी प्राप्त करेंगे।

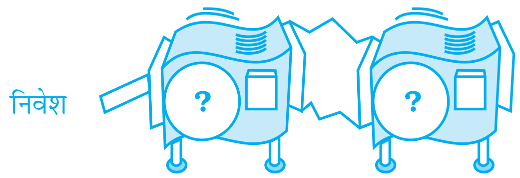
अब आप यदि आप '× 4' मशीन में 10 सेमी लंबी गाजर डालें, तो बाहर निकलने पर इसकी क्या लंबाई होगी?





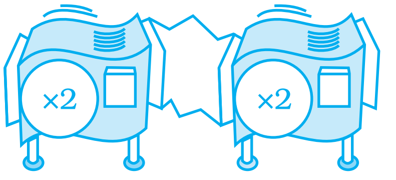
148. दो मशीनों को जोड़ा जा सकता है। यदि इन जोड़ी गयी मशीनों में कुछ डाला जाता है, तो पहली मशीन का निर्गम दूसरी मशीन का आगमन होता है।

(a) कौन-सी दो मशीनें मिलकर वही कार्य करती हैं जो एक मशीन '$\times 10^2$' कार्य करती है? क्या दो मशीनों की एक से अधिक ऐसी व्यवस्थाएँ हैं?



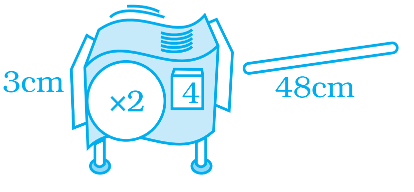
12/04/18

(b) कौन-सी खींचने वाली मशीन उतना ही कार्य करेगी जितना दो '×2' मशीनें मिलकर करती हैं?



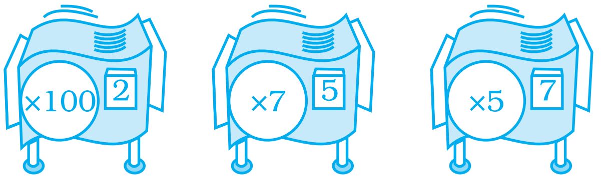
149. रिपीटर मशीन

इसी प्रकार, रिपीटर मशीन एक परिकल्पित मशीन है, जो स्वत: ही वस्तुओं को बार-बार आवर्धित करती रहती है। उदाहरणार्थ, किसी तार को एक $(\times 2^4)$ मशीन में भेजने का अर्थ वही है, जो उसे एक $(\times 2)$ मशीन में चार बार भेजने का है। अत:, यदि आप तार के एक 3 सेमी टुकड़े को एक $(\times 2^4)$ मशीन में भेजते हैं, तो उसकी लंबाई $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ सेमी हो जाएगी। इसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है कि आधार 2 की मशीन को 4 बार अनुप्रयोगित किया गया है।



इस मशीन में 4 सेमी लंबी पट्टी डालने पर उसकी नयी लंबाई क्या होगी?

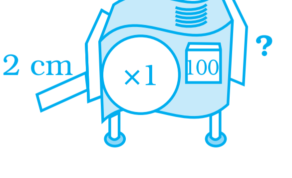
150. निम्न रिपीटर मशीनों में से प्रत्येक में, आधार मशीन का कितनी बार प्रयोग किया गया है तथा लंबाई में कुल खिंचाव कितना है?



(a) (b) (c)

151. ऐसी तीन रिपीटर मशीनें ज्ञात कीजिए, जो उतना ही कार्य करेंगी जो एक '×64' मशीन करती है। इन्हें खींचिए या इन्हें घातांकों का प्रयोग करते हुए स्पष्ट कीजिए।

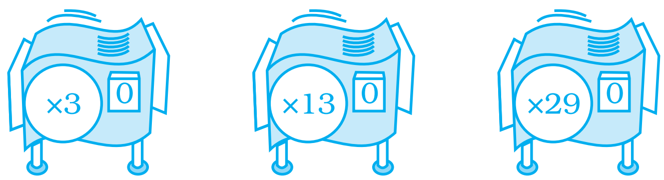
152. निम्न मशीन 2 सेमी लंबी एक चॉक का क्या करेगी?



12/04/18

153. 0 घातांक वाली एक रिपीटर मशीन में आधार मशीन का 0 बार प्रयोग किया जाता है।

(a) ये मशीनें एक चॉक के टुकड़े का क्या करेंगी?



(b) आप 6^0 के मान के बारे में क्या सोचते हैं?

आप देख चुके हैं कि एक ही आधार वाली जोड़ी गयी रिपीटर मशीनों को एक अकेली रिपीटर मशीन से प्रतिस्थापित किया जा सकता है। इसी प्रकार, आप जब एक ही आधार वाले घातांकीय व्यंजकों का गुणा करते हैं, तो आप इन्हें एक ही व्यंजक से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।

आसिफ़ रज़ा ने सोचा कि कैसे वह व्यंजक $2^{20} \times 2^5$ को दुबारा लिख सकता है।

आसिफ़ का विचार घातांकों के एक गुणनफल नियम का है, जिसे नीचे दर्शाए गए सूत्र के अनुसार व्यक्त किया जा सकता है–

समान आधार वाले व्यंजकों का गुणा करना

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

वास्तव में, इस नियम को दो से अधिक व्यंजकों के लिए भी प्रयुक्त किया जा सकता है। जब तक आधार समान रहें, गुणनफल ज्ञात करने के लिए, आप उसी आधार का प्रयोग करते हुए, घातांकों को जोड़ सकते हैं। उदाहरण के लिए,

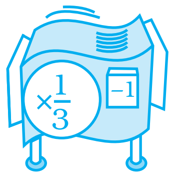
$$3^2 \times 3^3 \times 3^{10} = 3^{2+3+10}$$

$$= 3^{15}$$

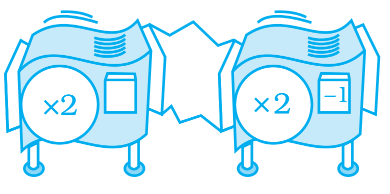
12/04/18

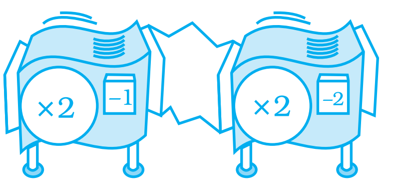
154. सिकोड़ने वाली मशीन–

सिकोड़ने वाली मशीन में, एक डंडी को दबा कर उसकी लंबाई कम की जाती है। यदि नीचे दी गई सिकोड़ने वाली मशीन में एक 9 cm लंबी सैंडविच रखी जाएगी, तो यह बाहर निकलने पर कितनी लंबी होगी?



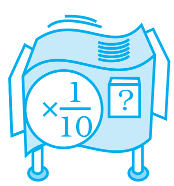
155. जब 1cm लंबे कीड़े को निम्न मशीनों के संग्रह में डालते हैं, तो क्या होता है–

(i)


(ii)


156. संचय ने गोंद की 1cm लंबी पट्टी को एक (1×3^{-2}) मशीन में डाला। बाहर निकलने पर यह पट्टी कितनी लंबी थी?

157. अजय के पास 1cm लंबा एक गोंद की पट्टी का टुकड़ा था। उसने उसे नीचे दी हुई रिपीटर मशीन में डाल दिया और यह बाहर निकलने पर $\frac{1}{100,000}$ cm लंबा था। आकृति में अज्ञात मान क्या है?



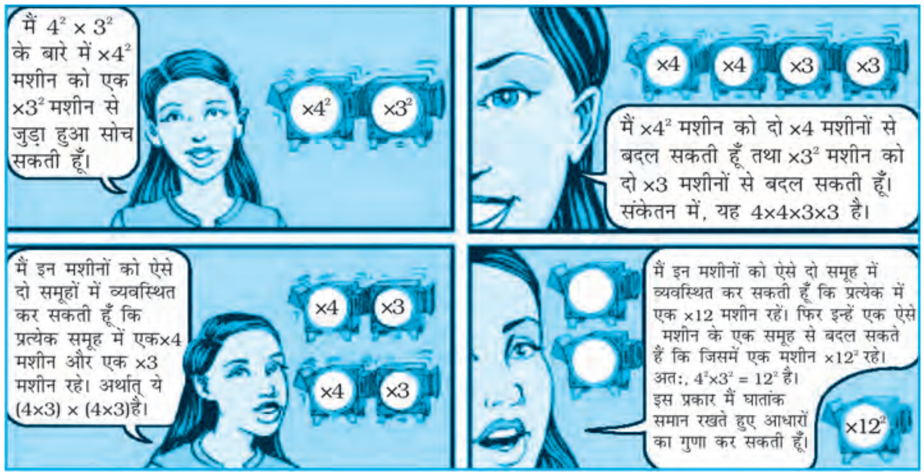
158. एक अकेली मशीन ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे, जो मशीनों के निम्न संग्रह करते हैं–

(a) एक $(\times 2^3)$ मशीन के बाद एक $(\times 2^{-2})$ मशीन

(b) एक $(\times 2^4)$ मशीन के बाद एक $\left(\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$ मशीन

(c) एक $(\times 5^{99})$ मशीन के बाद एक (5^{-100}) मशीन

माया ने $4^2 \times 3^2$ को खींचने वाली मशीन के बारे में सोचते हुए गुणा किया।



माया के विचार का प्रयोग करते हुए $5^3 \times 2^3$ ज्ञात कीजिए।

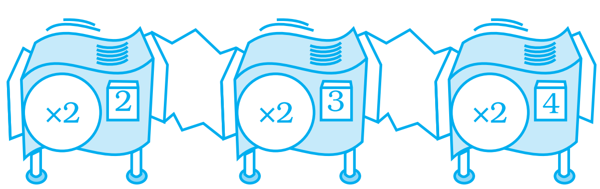
माया का विचार घातांकों को गुणा करने का एक अन्य नियम है।

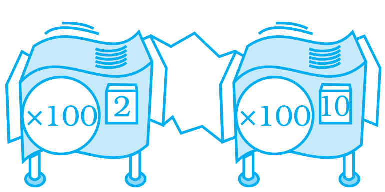
समान घातांकों वाले व्यंजकों का गुणन

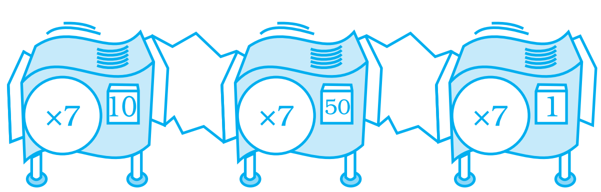
$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

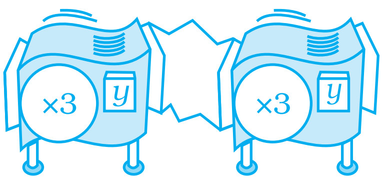
आप इस नियम को दो से अधिक व्यंजकों के लिए भी प्रयोग कर सकते हैं। यदि घातांक समान हैं, तो व्यंजकों का गुणा करने के लिए, घातांक समान रखते हुए आधारों का गुणा कर दीजिए। उदाहरणार्थ, $2^8 \times 3^8 \times 7^8 = (2 \times 3 \times 7)^8 = 42^8$

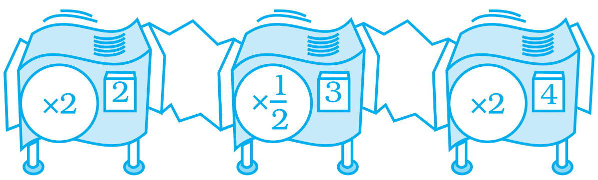
159. एक ऐसी अकेली रिपीटर मशीन ज्ञात कीजिए, जो उतना ही कार्य करेगी जितना नीचे दी गयी मशीनों का प्रत्येक संग्रह करता है–

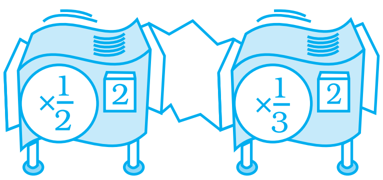
(a) 

(b) 

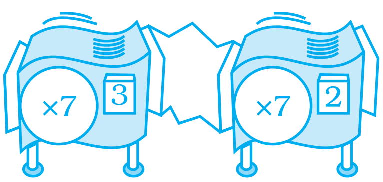
(c) 

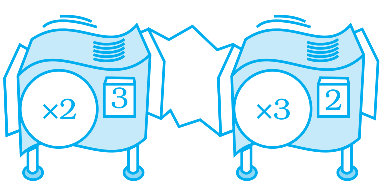
(d) 

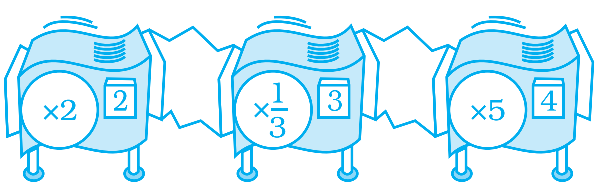
(e) 

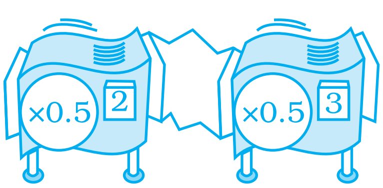
(f) 

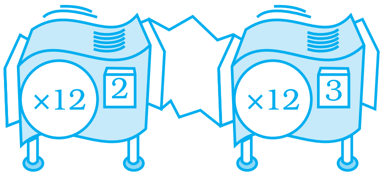
160. मशीनों के प्रत्येक संग्रह के लिए, निर्धारित कीजिए कि क्या कोई ऐसी अकेली रिपीटर मशीन है जो वही कार्य करेगी जो यह संग्रह करता है। यदि हाँ तो इसका विवरण दीजिए या इसकी आकृति खींचिए।

(a) 

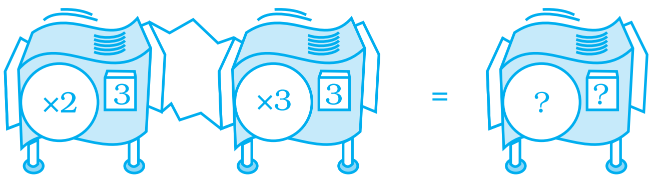
(b) 

(c) 

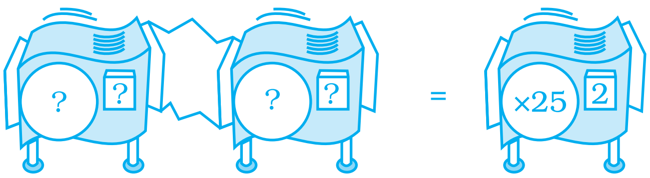
(d) 

(e) 

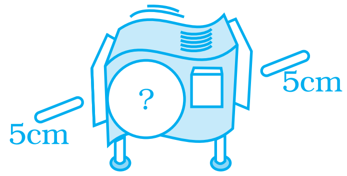
161. शिखा को एक गोल्फ कोर्स डिज़ाइनर से एक ($\times 2^3$) मशीन द्वारा और फिर एक ($\times 3^3$) मशीन द्वारा ताड़ के पेड़ लगाने का आर्डर प्राप्त होता है। वह सोचती है कि वह इस कार्य को एक अकेली रिपीटर मशीन से कर सकती है। उसे किस अकेली रिपीटर मशीन का प्रयोग करना चाहिए?

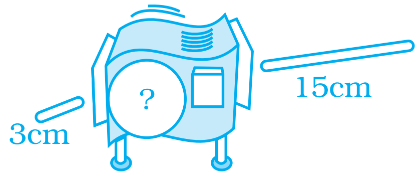


162. नेहा को कुछ स्टिक्स को उनकी मूल लंबाइयों से 25^2 गुना खींच कर लंबा करवाना है, परंतु उसकी ($\times 25$) मशीन टूट जाती है। दो रिपीटर मशीनों का संग्रह ज्ञात कीजिये जो ($\times 25$) मशीन के समान ही कार्य कर सके। इसको प्रारंभ करने के लिए, आप एक ऐसे संग्रह के बारे में सोचिए जिसे आप एक ($\times 25$) मशीन के बदले में प्रयोग कर सकते हैं।

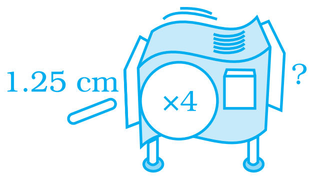


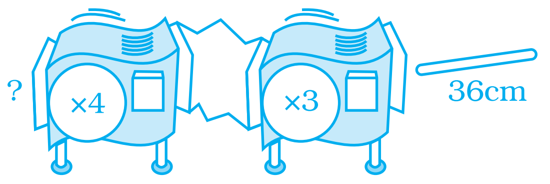
163. प्रत्येक आरेख के लिए, अज्ञात सूचना की पूर्ति कीजिए।

(a) 

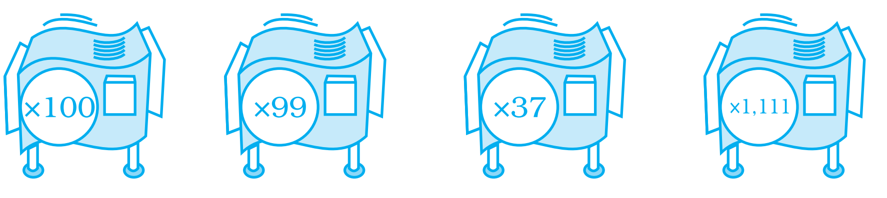
(b) 

12/04/18

(c) 

(d) 

164. यदि संभव है, तो अभाज्य संख्या के आधार वाली मशीनों का एक संग्रह ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे जो एक दी हुई खींचने वाली मशीन करती है। (×1) मशीन का प्रयोग मत कीजिए।



(a) (b) (c) (d)

165. ऐसी दो रिपीटर मशीनें ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करें जो एक (×81) मशीन करती है।

166, एक रिपीटर मशीन ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे जो एक $(\times \frac{1}{8})$ मशीन कार्य करती है।

167. ऐसी तीन मशीनें ज्ञात कीजिए, जो (×5) मशीनों के संग्रहों से बदली जा सकती हैं।

168. नीचे दिये गये चार्ट के बाएँ स्तंभ में रिब्बन के निवेश टुकड़ों की लंबाइयाँ दी गयी हैं। खींचने वाली मशीनें ऊपर दी गयी हैं। अन्य प्रविष्टियाँ उस पंक्ति द्वारा रिब्बन को उस स्तंभ में दी गयी मशीन में निवेश करने से प्राप्त निर्गतों की हैं। इसकी प्रतिलिपि बनाकर पूरा कीजिए–

निवेश लंबाई	**मशीन**		
	× 2		
	1	5	
3			
	14		35

169. नीचे दिये गये चार्ट के बाएँ स्तंभ में सोने की प्रवेश जंजीरों की लंबाइयाँ दी गयी हैं तथा रिपीटर मशीनों को ऊपर लिखा गया है। अन्य प्रविष्टियाँ उन निर्गतों के लिए हैं जो उस पंक्ति में से दिये गये जंजीर के निवेश द्वारा उस स्तंभ में दी रिपीटर मशीन द्वारा प्राप्त होते हैं। इसकी प्रतिलिपि बनाकर इसे पूरा कीजिए।

निवेश लंबाई	**रिपीटर मशीन**		
	$\times 2^3$	3^3	
	40		125
2			50
		162	

170. बहुत समय पहले, प्राचीन काल में, एक किसान ने एक राजा की पुत्री की जान बचाई। राजा ने किसान को उसकी इच्छानुसार पुरस्कार देने का निर्णय किया। वह किसान, जो शतरंज का एक चैंपियन था, ने एक असामान्य प्रार्थना की जो इस प्रकार है–

''मैं चाहता हूँ कि आप 1 रुपया मेरे शतरंज के बोर्ड के पहले वर्ग पर रखें, 2 रुपए दूसरे वर्ग पर, 4 रुपए तीसरे वर्ग पर, 8 रुपए चौथे वर्ग पर, और इसी प्रकार आगे रखते जाएँ, जब तक कि सभी 64 वर्गों पर रुपए न रख दिए जाएँ। प्रत्येक वर्ग में उस वर्ग से पहले वर्ग में रखे रुपयों के दुगुने रुपए रखे होने चाहिए।'' राजा ने सोचा कि यह राशि बहुत कम है। इसलिए उसने किसान से कोई अच्छा पुरस्कार माँगने के लिए कहा। परंतु किसान उससे सहमत नहीं हुआ।

क्या आप सोचते हैं कि किसान का चुनाव बुद्धिमतापूर्ण था?

(संकेत– निम्न सारणी आपको यह जानने में सहायता कर सकती है कि कौन सा वर्ग प्रथम होगा जिस पर राजा न्यूनतम 10 लाख रुपए रखेगा।)

शतरंज के बोर्ड पर वर्ग की संख्या	**धनराशि (रुपयों में)**
पहला वर्ग	1
दूसरा वर्ग	2
तीसरा वग	4

171. सूर्य का व्यास 1.4×10^9m है तथा पृथ्वी का व्यास 1.2756×10^7m है। विभाजन द्वारा इन व्यासों की तुलना कीजिए।

172. मंगल का द्रव्यमान 6.42×10^{23}kg है और सूर्य का द्रव्यमान 1.99kg $\times 10^{30}$kg है। उनका कुल द्रव्यमान क्या है?

173. सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी 1.496×10^8km है तथा पृथ्वी और चंद्रमा के बीच की दूरी 3.84×10^8m है। सूर्य ग्रहण होने पर, चंद्रमा पृथ्वी और सूर्य के बीच में आ जाता है। इस विशेष समय पर सूर्य और चंद्रमा के बीच की दूरी क्या है?

174. एक विशेष तारा पृथ्वी से 8.1×10^{13}km की दूरी पर है। यह निश्चित रखते हुए कि प्रकाश 3×10^8 m प्रति सैकेंड के वेग से चलता है। ज्ञात कीजिए कि प्रकाश उस तारे से पृथ्वी तक पहुँचने में कितना समय लेता है।

175. $(-15)^{-1}$ को किस संख्या से भाग दिया जाये कि भागफल $(-5)^{-1}$ प्राप्त हो जाये?

176. $(-8)^{-3}$ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल $(-8)^{-3}$ प्राप्त हो जाये?

177. निम्न में x ज्ञात कीजिए–

(1) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-5} \div \left(-\frac{1}{7}\right)^{-7} = (-7)^x$

(2) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+6} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2}$

(3) $2^x + 2^x + 2^x = 192$

(4) $\left(\frac{-6}{7}\right)^{x-7} = 1$

(5) $2^{3x} = 8^{2x+1}$

(6) $5^x + 5^{x-1} = 750$

178. यदि $a = -1$ और $b = 2$ है, तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए–

(1) $a^b + b^a$ (2) $a^b - b^a$ (3) $a^b \times b^2$ (4) $a^b \div b^a$

179. निम्न में से प्रत्येक को घातांकीय रूप में व्यक्त कीजिए–

(1) $\frac{-1296}{14641}$ (2) $\frac{-125}{343}$ (3) $\frac{400}{3969}$ (4) $\frac{-625}{10000}$

180. सरल कीजिए–

(1) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^{-1} \times 2^{-3}$

(2) $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{(-2)}$

(3) $\left(\frac{4}{13}\right)^{4} \bullet \left(\frac{13}{7}\right)^{2} \bullet \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$

(4) $\left(\frac{1}{5}\right)^{45} \bullet \left(\frac{1}{5}\right)^{-60} - \left(\frac{1}{5}\right)^{+28} \bullet \left(\frac{1}{5}\right)^{-43}$

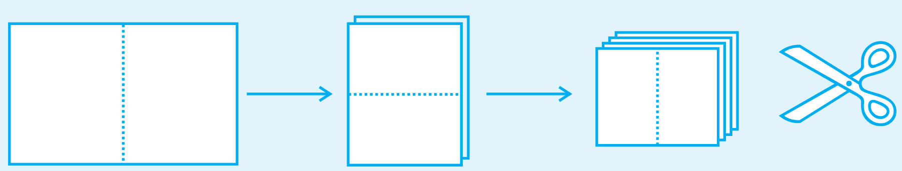
(5) $\dfrac{(9)^3 \times 27 \times t^4}{(3)^{-2} \times (3)^4 \times t^2}$

(6) $\dfrac{\left(3^{-2}\right)^2 \times \left(5^2\right)^{-3} \times \left(t^{-3}\right)^2}{\left(3^{-2}\right)^5 \times \left(5^3\right)^{-2} \times \left(t^{-4}\right)^3}$

(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1

आने वाले स्कूल के चुनाव के लिए बैलट कागज बनाने के लिए, एक कागज की शीट को आधा काटिए। दोनों टुकड़ों को एक साथ रखिए तथा उन्हें पुनः आधा काटिए। परिणामी चारों टुकड़ों को एक साथ रखकर पुनः आधा काटिए। छोटे आकार के बैलट कागज़ बनाने के लिए इस प्रक्रिया को जारी रखिये।



बैलट्स को गिनते जाइए और अपने परिणाम को निम्न सारणी में भरिए–

काटने की संख्या	बैलट्स की संख्या
1	2
2	4
3	8
4	16

अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए –

(a) क्या आप n बार काटने पर बैलट्स की संख्या बता सकते हैं?

(b) मान लीजिए कि आपने 40 बार काटा है। आपके पास कितने बैलट होंगे?

(c) 512 विद्यार्थियों के लिए, पर्याप्त बैलट्स के लिए, कितनी बार कागज को काटना पड़ेगा?

(d) मान लीजिए कि आप एक $324 cm^2$ क्षेत्रफल वाली कागज की शीट से प्रारंभ करते हैं। इस सारणी की प्रतिलिपि बनाकर प्रथम 10 बार काटने पर प्रत्येक बैलट का क्षेत्रफल दर्शाते हुए, सारणी को पूरा कीजिए।

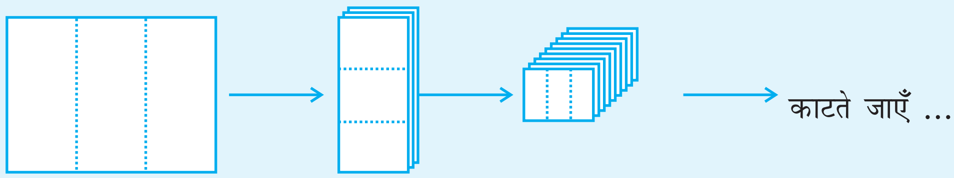
काटने की संख्या	**क्षेत्रफल (सेमी^{2})**
0	324
1	162
2	81
3	4
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

उपरोक्त सारणी को देखिए और एक व्यंजक लिखिए, जो दिये हुए क्षेत्रफल A वाली शीट को n बार काटने पर प्रत्येक बैलट का क्षेत्रफल प्रदान करे।

(e) यदि आप ऐसे 512 बैलट चाहते हैं जिनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल $16 cm^2$ है, तो आपको प्रारंभ में किस क्षेत्रफल वाला कागज़ लेंगे?

क्रियाकलाप 2

1. बैलट कागज़ बनाने के लिए कागज़ की एक शीट को तिहाइयों में काटिए। तीनों टुकड़ों को एक साथ रखकर, इसे फिर तीन बराबर भागों (तिहाइयों) में काटिए। फिर इन्हें एक साथ रखिए और तिहाइयों में काटते जाइए।



(a) ऐसे पाँच चरणों के बाद बैलट्स की संख्या ज्ञात करने के लिए, निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

चरणों की संख्या	**बैलट्स की संख्या**
1	3
2	
3	
4	
5	

(b) मान लीजिए कि आप इस प्रक्रिया को जारी रखते हैं। 15 चरणों के बाद आपके पास कितनी बैलट होंगी? n बार काटने पर कितनी बैलट होंगी?

(c) न्यूनतम एक लाख बैलट प्राप्त करने के लिए कितने चरणों की आवश्यकता होगी?

क्रियाकलाप 3

क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए फिर दिये हुए खानों को भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिये गये हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों वाली संख्याएँ संगत खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेज़ी के अक्षरों में संगत खानों में भरे जाने हैं।

संकेत

एक्रॉस

1. –7 is the _______ of 2 exponents –5 and –2.

1. –7 दोनों घातांकों –5 और –2 का _______ है।

2. Very large numbers like 6,250,000,000 can be conveniently written using _______.

2. 6,25,00,00,000 जैसी बड़ी संख्याओं को _______ का प्रयोग करते हुए सुविधाजनक रूप से लिखा जा सकता है।

3. The value of a^n if $n = 0$.

3. a^n का मान यदि $n = 0$ है।

4. Very small numbers can be expressed in standard form using _____ exponents.

4. बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में 10 की _____ घातों का प्रयोग करते हुए व्यक्त किया जा सकता है।

डाउन

5. The value of 3^{-2}.

5. 3^{-2} का मान

6. The value of $\frac{1}{2^{-3}}$.

6. $\frac{1}{2^{-3}}$ का मान

7. 5^7 is read as 5 raised to the ______ of 7.

7. 5^7 को 5 के ऊपर ______ 7 पढ़ा जाता है।

8. As the exponent decreases by 1, the value becomes ______ of the previous value.

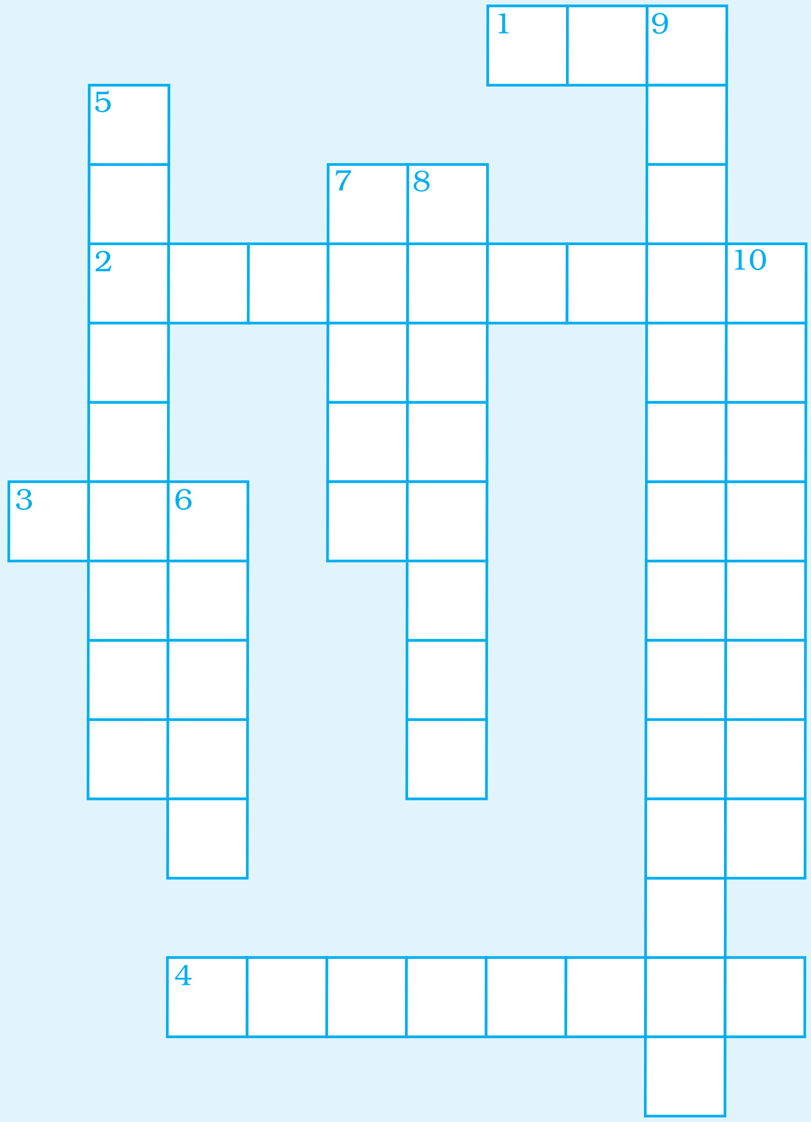
8. जैसे-जैसे 10 की घात का घातांक 1 घटता जाता है, उसका मान पिछले मान का ______ होता जाता है।

9. a^{-m} is the ______ inverse of a^m.

9. a^{-m}, a^m का ______ प्रतिलोम है।

10. 1.24×10^{-4} is known as the ________ form of 0.000124.

10. 1.24×10^{-4} संख्या 0.000124 का ________ रूप कहलाता है।


1
9
5
7
8
2
10
3
6
4

रफ़ कार्य

12/04/18

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 9

राशियों की तुलना

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- **बट्टा** एक प्रकार की छूट (या कमी) है जो अंकित मूल्य पर दी जाती है।

  बट्टा = अंकित मूल्य – बिक्री मूल्य

- जब बट्टा प्रतिशत दिया हो, तो बट्टे को परिकलित किया जा सकता है।

  बट्टा = अंकित मूल्य का बट्टा %

- किसी वस्तु को खरीदने के बाद, उस पर किये गये अतिरिक्त व्यय उसके क्रय मूल्य में सम्मिलित कर लिये जाते हैं और ये **उपरिव्यय** कहलाते हैं।

  क्रय मूल्य = खरीद वाला मूल्य + उपरिव्यय

- किसी वस्तु की बिक्री पर सरकार द्वारा बिक्री कर लिया जाता है और इसे बिल की राशि में सम्मिलित कर लिया जाता है। परंतु आजकल बिक्री मूल्यों (जिन्हें MRP कहा जाता है) में एक कर और सम्मिलित होता है जिसे **वैट (VAT)** कहते हैं।

- ब्याज वार्षिक संयोजित होता है, का अर्थ है कि पिछले मूलधन पर वार्षिक ब्याज प्रतिवर्ष मूलधन में जोड़कर नया मूलधन प्राप्त होता है। इसी प्रकार, ब्याज अर्ध वार्षिक संयोजित होता है का अर्थ है कि ब्याज पिछले मूलधन में प्रत्येक आधे वर्ष के बाद जोड़ कर नया मूलधन बनाया जाता है।

- वह समय अवधि जिसके बाद प्रत्येक बार ब्याज को पिछले मूलधन में जोड़कर नया मूलधन बनाया जाता है, **रूपांतरण अवधि** कहलाती है।

- जब ब्याज को अर्ध वार्षिक संयोजित किया जाता है, तो एक वर्ष में 6 मास वाली दो रूपांतरण अवधियाँ होती हैं।

- मिश्रधन A, जब ब्याज प्रतिवर्ष संयोजित है, निम्न है :

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

जहाँ, P = मूलधन, R = वार्षिक ब्याज की दर और n = वर्षों में समय है।

- मिश्रधन A, जब ब्याज अर्ध वार्षिक संयोजित होता है, निम्न है :

$$A = P\left(1+\frac{R}{200}\right)^{2n}$$

जहाँ, P = मूलधन, $\frac{R}{200}$ अर्ध वार्षिक ब्याज की दर (अर्थात् R% वार्षिक) है और $2n$ अर्ध वर्षों अवधियों की संख्या है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 4 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: एक कमीज जिसका अंकित मूल्य ₹ 800 था, ₹ 680 में बेची गयी। इस कमीज़ पर दिये गये बट्टे की दर है:

(a) 10% (b) 15% (c) 20% (d) 25%

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: यदि किसी संख्या का $\frac{7}{3}$% संख्या 42 है, तो वह संख्या है:

(a) 9800 (b) 8 (c) 1800 (d) 180

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 3 : यदि 10 कमीज़ों का क्रय मूल्य 8 कमीज़ों के विक्रय मूल्य जितना है, तो इस सौदे पर होगा:

(a) 25% लाभ (b) 25% हानि

(c) 20% लाभ (d) 20% हानि

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 4 : चक्रवृद्धि ब्याज पर दिये गये ₹ 1600 का 5% वार्षिक ब्याज की दर से अर्धवार्षिक संयोजित होने पर एक वर्ष बाद मिश्रधन होगा।

(a) ₹ 1640 (b) ₹ 1680 (c) ₹ 1681 (d) ₹ 1764

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 5 से 7 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ –

उदाहरण 5 : 50 पेनों को बेचने पर, एक दुकानदार को 10 पेनों के विक्रय मूल्य के बराबर की हानि हुई। उसका हानि प्रतिशत __________ है।

हल $\frac{50}{3}\%$.

उदाहरण 6 : बट्टा प्रतिशत एक वस्तु के _________ मूल्य पर परिकलित किया जाता है।

हल अंकित

उदाहरण 7 : अन्ना ने एक खिलौना बिक्री कर सहित ₹ 660 में खरीदा। यदि बिक्री कर की दर 10% है, तो खिलौने का विक्रय मूल्य _________ है।

हल ₹ 600

उदाहरण 8 to 11 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य –

उदाहरण 8 : जब ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित किया जाता है, तो एक वर्ष में रूपांतरण अवधियों की संख्या 4 होती है।

हल असत्य

उदाहरण 9 : अर्नव ₹ 600 मूल्य की एक पुस्तक खरीदता है। यदि बिक्री कर की दर 7% है, तो उसके द्वारा देय कुल राशि ₹ 642 होगी।

हल सत्य

उदाहरण 10 : कोई वस्तु अंकित मूल्य पर 15% का बट्टा देने के बाद ₹ 680 में बेची गयी। उस वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 800 था।

हल सत्य

उदाहरण 11 : उपरिव्यय, यदि हों तो, कभी – कभी क्रय मूल्य में सम्मिलित कर लिये जाते हैं।

हल असत्य

उदाहरण 12 : किसी संख्या में 20% की वृद्धि की जाती है और फिर इसमें 20% की कमी की जाती है। इसमें शुद्ध वृद्धि या कमी प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए संख्या 100 है।

संख्या में वृद्धि = 100 का 20% = 20

अतः, बढ़ी हुई संख्या = 100 + 20 = 120

$$\text{संख्या में कमी} = 120 \text{ का } 20\% = \frac{20}{100} \times 120 = 24$$

अतः, नयी संख्या = 120 – 24 = 96

अतः, शुद्ध कमी = 100 – 96 = 4

अतः, शुद्ध कमी का प्रतिशत = $\frac{4}{100} \times 100 = 4\%$

उदाहरण 13 : विशाखा अपनी दुकान की सभी वस्तुओं पर 20% का बट्टा देती है तथा इसके बाद भी 12% का लाभ उठाती है। ₹ 280 अंकित मूल्य वाली वस्तु का क्रय मूल्य क्या है?

हल अंकित मूल्य = ₹ 280

बट्टा = 280 का 20%

$= \frac{20}{100} \times$ ₹ 280 = ₹ 56

अतः, विक्रय मूल्य = ₹ (280 – 56)

= ₹ 224

मान लीजिए कि विक्रय मूल्य ₹ 100 है।

लाभ = ₹ 100 का 12%

= ₹ 12

अतः, विक्रय मूल्य = ₹ (100 + 12) = ₹ 112

जब विक्रय मूल्य ₹ 112 है, तो क्रय मूल्य = ₹ 100

अतः, जब विक्रय मूल्य ₹ 224 है, तो क्रय मूल्य = ₹ $\left(\frac{100}{112} \times 224\right)$

= ₹ 200

उदाहरण 14 : ₹ 48000 का 8% वार्षिक ब्याज की दर से एक वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, जब कि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित किया जाता है।

हल मूलधन (P) = ₹ 48,000

दर (R%) = 8% वार्षिक

समय (n) = 1 वर्ष

ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है।

अतः, $A = P\left(1 + \frac{R}{200}\right)^{2n}$

12/04/18

$$= ₹\ 48,000 \left(1 + \frac{8}{200}\right)^2$$

$$= ₹\ 48,000 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25}$$

$$= ₹\ 76.8 \times 26 \times 26$$

$$= ₹\ 51,916.80$$

अतः, चक्रवृद्धि ब्याज $= A - P$

$= ₹\ (51,916.80 - 48,000)$

$= ₹\ 3,916.80$

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 15

₹ 60 प्रति दर्जन की दर से नींबू खरीदे गये और उन्हें ₹ 40 प्रति 10 नींबू की दर से बेचा गया। लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- आप क्या जानते हैं?

  एक दर्जन नींबुओं का क्रय मूल्य : ₹ 60

  10 नींबुओं का विक्रय मूल्य : ₹ 40

  समस्या को हल करने के लिए और किस सूचना की आवश्यकता है?

  लाभ/हानि

एक युक्ति की योजना बनाइए

- परिवर्तन : या तो 1 दर्जन नींबुओं के C.P. को 10 नींबुओं के C.P. में बदलिए या फिर 10 नींबुओं के S.P. को 1 दर्जन नींबुओं के S.P. में बदलिए।
- यदि C.P. > S.P. है, तो हानि = C.P. – S.P. ज्ञात कीजिए।

  यदि S.P. > C.P. है, तो लाभ = S.P. – C.P. ज्ञात कीजिए।

  यदि S.P. = C.P. है, तो न कोई लाभ और न कोई हानि।
- यदि लाभ है, तो लाभ % ज्ञात कीजिए।

  यदि हानि है, तो हानि % ज्ञात कीजिए।

  लाभ / हानि सदैव C.P. के आधार परिकलित किये जाते हैं।

हल कीजिए

- 1 दर्जन नींबुओं का C.P. = ₹ 60

  ∴ 1 नींबू का C.P. = ₹ 5

  ∴ 10 नींबुओं का C.P. = ₹ 50
- 10 नींबुओं का S.P. ₹ 40
- क्योंकि, S.P. < C.P. है,

  अत:, हानि = C.P. – S.P.

  = ₹ 50 – ₹ 40

  = ₹ 10
- हानि % $= \frac{\text{हानि}}{\text{C.P.}} \times 100\%$

  $= \frac{10}{50} \times 100\%$

  = 20%

पुनर्निरीक्षण

- पीछे जाने की विधि अपनाते हुए, अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए।

  अब, हानि % = 20%

  अत: हानि = ₹ 60 का 20%

  $= \frac{20}{100} \times 60$ = ₹ 12

  1 दर्जन का C.P. = ₹ 60

  1 दर्जन पर हानि = ₹ 12

  S.P. = C.P – हानि = 60 – 12 = ₹ 48

  1 दर्जन की S.P. = ₹ 48

  1 नींबू का S.P. = $\frac{48}{12}$ = ₹ 4

  10 नींबुओं का S.P. = ₹ 40

  अत:, सत्यापन हो गया।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(a) क्या होता यदि 1 दर्जन की C.P. ₹ 48 होती?

(b) क्या होता यदि 10 नींबुओं की S.P. ₹ 60 होती?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 20 में, चार विकल्प दिये हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. मान लीजिए कि मूलधन P, दर R% और समय T, साधारण ब्याज S और चक्रवृद्धि ब्याज C है निम्न संभावनाओं पर विचार कीजिए –

(i) C > S (ii) C = S (iii) C < S

तब,

(a) केवल (i) सही है

(b) या तो (i) या फिर (ii) सही है

(c) या तो (ii) या फिर (iii) सही है

(d) केवल (iii) ही सही है

2. मान लीजिए कोई धनराशि r % वार्षिक साधारण ब्याज की दर से या R% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष में दोगुना हो जाता है हमें प्राप्त है –

(a) r < R (b) R < r (c) R = r (d) निर्णय नहीं लिया जा सकता है

3. ₹ 50000 का 4% वार्षिक ब्याज की दर से प्रति वर्ष संयोजित 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज है–

(a) ₹ 4000 (b) ₹ 4080 (c) ₹ 4280 (d) ₹ 4050

4. यदि किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 1200 है और बट्टा 12% है, तो इस वस्तु का विक्रय मूल्य है

(a) ₹ 1056 (b) ₹ 1344 (c) ₹ 1212 (d) ₹ 1188

5. यदि x का 90%, 315 km है, तो x का मान है–

(a) 325 km (b) 350 km (c) 350 m (d) 325 m

6. 10% का बट्टा देने के बाद, 25% का लाभ-प्राप्त करने के लिए, किसी दुकानदार को ₹ 360 लागत वाली वस्तु का मूल्य अंकित करना चाहिए –

(a) ₹ 500 (b) ₹ 450 (c) ₹ 460 (d) ₹ 486

7. यदि अंकित मूल्य x वाली वस्तु पर बट्टा a % प्रतिशत है, तो बट्टा है–

(a) $\frac{x}{a} \times 100$ (b) $\frac{a}{x} \times 100$ (c) $x \times \frac{a}{100}$ (d) $\frac{100}{x \times a}$

8. आशिमा ने ₹ 1,00,000 की धनराशि 12% वार्षिक ब्याज पर उधार ली, जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है। उसने अंत में ₹ 1,12,360 लौटाए। यदि $(1.06)^2 = 1.1236$ है, तो इस धन को उधार लेने की अवधि थी–

(a) 2 वर्ष (b) 1 वर्ष (c) 6 महीने (d) $1\frac{1}{2}$ वर्ष

9. मूलधन को समान रखते हुए, अर्धवार्षिक संयोजित होने वाले चक्रवृद्धि ब्याज को परिकलित करने के लिए, निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है?

(a) वार्षिक दी हुई दर को दोगुना किया जाए और वर्षों की संख्या आधी कर दी जाए।

(b) दी हुई वार्षिक दर और वर्षों को दोगुना कर दिया जाए।

(c) दी हुई वार्षिक दर और वर्षों को आधा कर दिया जाए।

(d) दी हुई वार्षिक दर को आधा कर दिया जाए और वर्षों की संख्या को दोगुना कर दिया जाए।

10. श्यामा एक स्कूटर खरीदती है जिसकी लागत ₹ 36,450 है और इस पर 9% की दर से बिक्री कर देय है। तब, उसके द्वारा दी गयी कुल धनराशि है–

(a) ₹ 36,490.50 (b) ₹ 39,730.50

(c) ₹ 36,454.50 (d) ₹ 33,169.50

11. किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 80 है और इसे ₹ 76 में बेचा जाता है। तब, बट्टे की दर है–

(a) 5% (b) 95% (c) 10% (d) लगभग 11%

12. A ने एक टेप रिकॉर्डर ₹ 8,000 में खरीदा और उसे B को बेच दिया। B ने इसे C को बेचा। प्रत्येक ने इसमें 20% का लाभ अर्जित किया। निम्न में से कौन सत्य है?

(a) A और B ने बराबर लाभ अर्जित किया।

(b) A ने B से अधिक लाभ अर्जित किया।

12/04/18

- बट्टा वह धनराशि है जिससे नियमित मूल्य कम होता है।
- बिक्री मूल्य, नियमित मूल्य ऋण बट्टे के बराबर है।

(c) A ने B से कम लाभ अर्जित किया।

(d) कोई निर्णय नहीं लिया जा सकता।

13. लतिका ने एक चाय की केतली ₹ 120 में और कपों का एक सेट ₹ 400 में खरीदा। उसने केतली को 5% लाभ और कपों को 5% हानि पर बेच दिया। उसके द्वारा प्राप्त राशि है–

(a) ₹ 494 (b) ₹ 546 (c) ₹ 506 (d) ₹ 534

14. एक जैकेट 20% का बट्टा देने के बाद ₹ 1120 में बेची गयी। उस जैकेट का अंकित मूल्य है–

(a) ₹ 1440 (b) ₹ 1400 (c) ₹ 960 (d) ₹ 866.66

15. कोई धनराशि दो वर्ष के लिए 16% वार्षिक की दर से उधार ली गयी। यदि ब्याज प्रति तीन मास बाद संयोजित होता है, तो दो वर्ष में कितनी बार ब्याज लिया गया–

(a) 8 (b) 4 (c) 6 (d) 9

16. एक वाशिंग मशीन, जिसे 8% वैट सहित ₹ 13,500 में खरीदा गया है, का प्रारंभिक मूल्य है–

(a) ₹ 12,420 (b) ₹ 14,580 (c) ₹ 12,500 (d) ₹ 13,492

17. अविनाश ने एक बिजली की इस्त्री ₹ 900 में खरीदी और उसे 10% लाभ पर बेच दी। एक दूसरी बिजली की इस्त्री, जो उसने ₹ 1200 में खरीदी थी, 5% हानि पर बेच दी। इस सौदे में उसे हुआ–

(a) ₹ 75 का लाभ (b) ₹ 75 की हानि

(c) ₹ 30 का लाभ (d) ₹ 30 की हानि

18. एक टीवी सेट 5% वैट सहित ₹ 26,250 में खरीदा गया। टीवी सेट का प्रारंभिक मूल्य है–

(a) ₹ 27,562.50 (b) ₹ 25,000 (c) ₹ 24,937.50 (d) ₹ 26,245

19. [100 – 20% का 300] का 40% बराबर है–

(a) 20 (b) 16 (c) 140 (d) 64

20. राधिका ने एक कार ₹ 2,50,000 में खरीदी। अगले वर्ष उसका मूल्य 10% कम हो गया और उससे अगले वर्ष 12% कम हो गया। कार के मूल्य में इन दो वर्षों में हुई कुल प्रतिशत कमी है–

(a) 3.2% (b) 22% (c) 20.8% (d) 8%

प्रश्न 21 से 45 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ –

21. वस्तु के अंकित मूल्य में छूट __________ कहलाता है।

22. किसी संख्या का 150 से बढ़कर 162 होना ______प्रतिशत वृद्धि के बराबर है।

23. कोई वस्तु जिसका मूल्य ₹ 1620 है, के मूल्य में 15% की वृद्धि होने पर यह वृद्धि ₹ __________ है।

24. बट्टा = __________ – __________.

25. बट्टा = __________ का बट्टा % है।

26. सरकार द्वारा __________ किसी वस्तु की बिक्री पर लिया जाता है और इसे बिल की राशि में सम्मिलित कर दिया जाता है।

27. मिश्रधन जब ब्याज वार्षिक संयोजित होती है, सूत्र __________ द्वारा दिया जाता है।

28. बिक्री कर = __________ का कर % ।

29. वह समय अवधि जिसके बाद प्रत्येक बार ब्याज नया मूलधन बनाने के लिए जोड़ा जाता है __________ कहलाती है।

30. __________ ऐसे अतिरिक्त व्यय हैं, जो किसी वस्तु के खरीदार को उस पर उसकी लागत के अलावा व्यय करने पड़ते हैं।

31. किसी वस्तु की बिक्री के लिए बट्टा उसके __________ पर परिकलित किया जाता है।

32. जब मूलधन P को t वर्षों के लिए r % वार्षिक ब्याज की दर से इस प्रकार उधार लिया जाता है और ब्याज अर्ध वार्षिक संयोजित हो, तो मिश्रधन = __________ है।

33. प्रतिशत उन भिन्नों के __________ हैं, जिनके __________ 100 के बराबर हैं।

34. उस वस्तु का अंकित मूल्य, जिसे 12% बट्टा देने के बाद ₹ 680 में बेचा जाता है, __________ है।

35. ₹ 8,000 पर 16% वार्षिक ब्याज की दर से अर्धवार्षिक संयोजित होने पर एक वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज __________ है। दिया है कि $(1.08)^2 = 1.1664$ है।

36. ₹ 6,00,000 के निवेश पर पहले वर्ष की हानि 5% तथा दूसरी वर्ष का लाभ 10% है। इसका शुद्ध परिणाम __________ है।

- वह धन जो ब्याज अर्जित करता हो अथवा जिसे आपने उधार लिया हो, *मूलधन* कहलाता है।
- मिश्रधन, मूलधन तथा अर्जित ब्याज के योग के बराबर होता है।

साधारण ब्याज $I = prt$

12/04/18

37. यदि मूलधन ₹ 6,000 के मिश्रधन को ₹ 6000 $\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$ लिखा जाता है, जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है, तो वार्षिक ब्याज की दर _________ है और समय (वर्षों में) _________ है।

38. किसी वस्तु को ₹ 1,12,000 में बेचने पर एक लड़की को 40% का लाभ प्राप्त होता है। उस वस्तु का क्रय मूल्य _________ था।

39. 140 ज्यामिति बॉक्सों को 10 ज्यामिति बॉक्सों के S.P. के बराबर की हानि पर बेचने पर हानि प्रतिशत _________ है।

40. 10 मेज़ों का क्रय मूल्य 5 मेज़ों के विक्रय मूल्य के बराबर है। इस सौदे में, लाभ प्रतिशत _________ है।

41. आबिदा ने 100 पेन ₹ 3.50 प्रति पेन की दर से खरीदे तथा इन पर 4% बिक्री कर दिया। आबिदा द्वारा भुगतान की गयी कुल धनराशि _________ है।

42. एक टेपरिकॉर्डर का मूल्य ₹ 10,800 है, जिसमें 8% बिक्री कर भी सम्मिलित है। बिक्रीकर लगने से पहले टेपरिकॉर्डर का मूल्य _________ था।

43. संख्या 2500, संख्या 500 से _________% अधिक है।

44. किसी संख्या का चार गुना होना उस संख्या में _________ % वृद्धि के बराबर है।

45. किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 200 है और उस पर 5% बट्टा देने के बाद 5% बिक्री कर लिया जाता है। तब देय धनराशि_________ है।

प्रश्न 46 से 65 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य –

46. किसी जीवाणु की वृद्धि परिकलित करने के लिए, यदि वृद्धि की दर दी हुई हो, तो चक्रवृद्धि ब्याज वाले सूत्र का प्रयोग किया जा सकता है।

47. किसी वस्तु को खरीदने के बाद उस पर कुछ अतिरिक्त व्यय किया जाता है और इसे क्रय मूल्य में सम्मिलित कर लिया जाता है, जिसे वैल्यू एडेड टैक्स (वैट) कहते हैं।

48. बट्टा वह छूट है, जो किसी वस्तु के क्रय मूल्य पर दी जाती है।

49. चक्रवृद्धि ब्याज वह ब्याज है जो पिछले वर्ष के मिश्रधन पर परिकलित किया जाता है।

50. C.P. = M.P. – बट्टा

51. किसी व्यक्ति ने एक साइकिल ₹ 1040 में खरीदी और ₹ 800 में बेची। उसका लाभ प्रतिशत 30% है।

52. किसी संख्या का तिगुना होना उस संख्या में 200% की वृद्धि होना है। तब, उस संख्या का $\frac{1}{3}$ होना उसमें 200% की कमी होना है।

53. एक दी हुई राशि पर साधारण ब्याज उसी धनराशि पर समान अवधि और समान वार्षिक ब्याज की दर से प्राप्त चक्रवृद्धि ब्याज से सदैव छोटा होता है या उसके बराबर होता है।

54. किसी सिलाई मशीन का मूल्य ₹ 7000 है। इसके मूल्य में 8% वार्षिक की दर से कमी होती है। तब इस मशीन का दो वर्षों के बाद मूल्य ₹ 5,924.80 है।

55. यदि अंकित मूल्य ₹ x पर ₹ y का बट्टा उपलब्ध है, तो बट्टा प्रतिशत $\frac{x}{y} \times 100\,\%$ है।

56. CBSE की कक्षा X की परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियों की संख्या वर्ष 1999 – 2000 में 91,422 से बढ़कर वर्ष 2008 – 09 में 116,054 हो गयी। विद्यार्थियों की संख्या में यह वृद्धि लगभग 27% है।

57. 9 वस्तुओं का विक्रय मूल्य 15 वस्तुओं के क्रय मूल्य के बराबर है। इस सौदे में $66\frac{2}{3}\%$ का लाभ है।

58. ₹ P की राशि पर T वर्ष का R% वार्षिक ब्याज की दर से, जो प्रति वर्ष संयोजित होता है, चक्रवृद्धि ब्याज सूत्र $\mathrm{P}\left(1+\frac{R}{100}\right)\mathrm{T}$ है।

59. लाभ की स्थिति में, S.P. = $\frac{(100 + \text{लाभ}\,\%) \times \text{C.P.}}{100}$ है।

60. हानि की स्थिति में, C.P. = $\frac{100 \times \text{S.P.}}{100 + \text{हानि}\,\%}$ है।

61. एक कार ₹ 4,40,000 में खरीदी गयी। इसके मूल्य में प्रति वर्ष पिछले वर्ष के मूल्य के 10% के बराबर अवमूल्यन होता है। अतः इसका तीन वर्ष बाद मूल्य ₹ 3,08,000 होगा।

समस्या हल करने के संकेत

किसी वस्तु का कुल मूल्य ज्ञात करने के लिए एक अन्य विधि यह है कि प्रतिशत बिक्री कर को 100% में जोड़ दीजिए। तब नियमित मूल्य को इस नये प्रतिशत से गुणा कीजिए।

उदाहरण के लिए, यदि नियमित मूल्य ₹ 35.98 हो। और बिक्री कर 6% हो, तो 100% में 6% जोड़ दीजिए। तब ₹ 35.98 का 106% ज्ञात कीजिए।

1.06 × 35.98 = 38.14. कुल मूल्य ₹ 38.14 है।

62. एक पुस्तक पर अंकित मूल्य ₹ 190 में 2% बिक्री कर देने पर उसकी लागत ₹ 192 होगी।

63. ₹ 20 प्रति kg वाले 5 kg आटे का खरीद मूल्य 5% बिक्री कर देने के बाद ₹ 21 है।

64. 8% वैट सम्मिलित करते हुए, ₹ 324 में खरीदी गयी एक शैम्पू की बोतल का प्रारंभिक मूल्य ₹ 300 है।

65. बिक्री कर सदैव किसी वस्तु के क्रय मूल्य पर परिकलित किया जाता है और बिल के मान में सम्मिलित कर लिया जाता है।

66. किसी फैक्ट्री में सभी श्रमिकों का 35% महिलाएँ हैं और शेष श्रमिक पुरुष हैं। पुरुषों की संख्या महिलाओं की संख्या से 252 अधिक है। उस फैक्ट्री में श्रमिकों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

67. तीन थैलों में 64.2 kg चीनी है। दूसरे थैले में पहले थैले के भार का $\frac{4}{5}$ भाग है तथा तीसरे थैले में दूसरे थैले के भार का $45\frac{1}{2}\%$ है। प्रत्येक थैले में कितनी चीनी है?

68. S.P. ज्ञात कीजिए, यदि

(a) M.P. = ₹ 5450 और बट्टा = 5% है।

(b) M.P. = ₹ 1300 और बट्टा = 1.5% है।

69. M.P. ज्ञात कीजिए, यदि

(a) S.P. = ₹ 495 और बट्टा = 1% है।

(b) S.P. = ₹ 9250 और बट्टा = $7\frac{1}{2}\%$ है।

70. प्रतिशत में बट्टा ज्ञात कीजिए, जब

(a) M.P. = ₹ 625 और S.P. = ₹ 562.50 है।

(b) M.P. = ₹ 900 और S.P. = ₹ 873 है।

71. किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹ 500 है। दुकानदार इस पर 5% का बट्टा देता है और फिर भी 25% का लाभ अर्जित करता है। इस वस्तु का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

72. वर्ष 2007–08 में, कक्षा X की परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियों की संख्या 1,05,332 थी और 2008–09 में यह संख्या 1,16,054 थी। 2007–08 में 88,151 विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए तथा 2008–09 में 1,03,804 विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए। कक्षा X के परिणाम में उत्तीर्ण % में वृद्धि या कमी कितनी है?

73. ₹ 5400 के मूल्य की एक घड़ी ₹ 4500 की सेल (बिक्री) पर रखी गयी। इस बिक्री में कितने प्रतिशत का बट्टा दिया गया?

74. किसी राज्य के अस्पतालों में वर्ष 2001 में मलेरिया के रोगियों के भर्ती होने की संख्या 4,375 थी। प्रत्येक वर्ष इस संख्या में 8% की कमी होती है। 2003 में ऐसे रोगियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

75. ज्योत्सना ने एक वस्तु 4.5% बिक्री कर सहित ₹ 3,155 में खरीदी। कर से पहले उस वस्तु का मूल्य ज्ञात कीजिए।

76. प्रत्येक शहरी भारतीय औसतन प्रतिदिन 150 लीटर पानी का प्रयोग निम्न प्रकार करता है –

प्रयोग	**लीटर प्रतिव्यक्ति प्रतिदिन**
पीना	3
भोजन पकाना	4
नहाना	20
सफाई	40
कपड़े धोना	40
बर्तन धोना	20
बागवानी	23
कुल योग	**150**

(a) कुल पानी का कितने प्रतिशत नहाने और सफाई में मिलाकर प्रयोग किया जाता है?

(b) नहाने की तुलना में भोजन पकाने में कितने प्रतिशत कम पानी प्रयोग किया जाता है?

(c) पीने, भोजन पकाने और बागवानी में कुल मिलाकर कितने प्रतिशत पानी प्रयोग किया जाता है?

77. वर्ष 1975 में, मानव द्वारा पानी की खपत 3,850 घन किलोलीटर / वर्ष थी। यह 2000 में, बढ़कर 6,000 घन किलोलीटर / वर्ष हो गयी। 1975 से 2000 तक पानी की खपत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए। साथ ही, खपत में वार्षिक प्रतिशत वृद्धि भी ज्ञात कीजिए। (यह कल्पना करते हुए कि पानी की खपत एक समान रूप से बढ़ रही है।)

समस्या हल करने का संकेत

किसी वस्तु का विक्रय मूल्य ज्ञात करने की एक अन्य विधि यह है कि बट्टे का प्रतिशत 100 में से घटाइए। तब नियमित मूल्य को इस संख्या से गुणा कीजिए।

12/04/18

78. हर्षना ने अपनी कार सर्विस स्टेशन पर 27-05-2009 को सर्विस के लिए दी तथा उसे निम्न राशियाँ देनी पड़ीं –

(a) 3.10 लीटर इंजन का तेल @ 178.75 प्रति लीटर और वैट @ 20%

(b) अन्य सभी सेवाओं के लिए ₹ 1,105.12 और वैट @ 12.5%

(c) ₹ 2,095.80 लेबर शुल्क के रूप में और सेवा कर @10%

(d) सेवा कर पर 3% सैस (अतिरिक्त शुल्क)

बिल की राशि ज्ञात कीजिए।

79. मूलधन = ₹ 40,000, ब्याज की दर = 8% वार्षिक, जो वार्षिक संयोजित है। ज्ञात कीजिए –

(a) ब्याज, यदि समय अवधि 1 वर्ष है।

(b) दूसरे वर्ष के लिए मूलधन

(c) दूसरे वर्ष के लिए ब्याज

(d) मिश्रधन, यदि समय अवधि 2 वर्ष है।

80. दिल्ली विश्वविद्यालय में, वर्ष 2009 – 10 में स्नातक स्तर के विभिन्न कोर्सेस में प्रवेश लेने के लिए 49,000 सीट उपलब्ध थीं। इनमें से 28,200 सीट सामान्य श्रेणी के लिए थीं, जबकि 7,400 सीट अनुसूचित जाति के लिए और 3,700 सीट अनुसूचित जनजाति के लिए सुरक्षित थीं। निम्न के लिए उपलब्ध सीटों का प्रतिशत ज्ञात कीजिए –

(i) सामान्य श्रेणी के विद्यार्थी

(ii) अनुसूचित जाति और अनुसूचित जनजाति श्रेणियों के कुल विद्यार्थी

81. प्राची ने अपने डॉक्टर द्वारा बतायी गयी दवाइयाँ एक मेडिकल स्टोर से खरीदीं और उनके लिए 4% वैट सहित ₹ 36.40 की धनराशि का भुगतान किया। वैट लगने से पहले इनका मूल्य ज्ञात कीजिए।

82. कृतिका ने एक पिज्जा स्टोर में एक पिज्जा और एक गार्लिक ब्रेड का आर्डर दिया और इसके लिए ₹ 387 का भुगतान किया, जिसमें ₹ 43 की कर राशि भी सम्मिलित थी। कर % ज्ञात कीजिए।

83. अरुणिमा ने कुछ घरेलू वस्तुएँ खरीदीं, जिनके अंकित मूल्य और बट्टा % निम्नलिखित हैं –

12/04/18

वस्तु	मात्रा	दर	धनराशि (₹ में)	बट्टा %
(a) आटा	1 पैकेट	200	200	16%
(b) डिटर्जेंट	1 पैकेट	371	371	22.10%
(c) नमकीन	1 पैकेट	153	153	18.30%

उसके द्वारा देय बिल की कुल धनराशि ज्ञात कीजिए।

84. देवांगी के फोन बिल की अवधि 17-02-09 से 16-03-09 तक की धनराशियाँ निम्नांकित हैं–

अवधि	धनराशि (₹ में)	सेवा कर &
17-02-09 से 23-02-09	199.75	12
24-02-09 से 16-03-09	599.25	10

अंतिम बिल की राशि ज्ञात कीजिए, यदि सेवा कर पर 3% शिक्षा सैस भी लिया गया था।

85. यदि मूलधन = ₹ 1,00,000 और वार्षिक ब्याज की दर = 10% अर्ध वार्षिक संयोजित है, तो ज्ञात कीजिए –

(i) 6 महीने का ब्याज

(ii) 6 महीने के बाद मिश्रधन

(iii) अगले 6 महीने का ब्याज

(iv) एक वर्ष बाद मिश्रधन

86. बबिता ने ₹ 48 प्रति kg की दर से 160 kg आम खरीदे। उसने 70% आम ₹ 70 प्रति kg की दर से और शेष आम ₹ 40 प्रति kg की दर से बेच दिये। इस पूरे सौदे में बबिता का लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

87. एक दुकानदार अपनी सभी वस्तुओं को 25% बट्टे के बाद 30% का एक और बट्टा देता है। यदि प्रग्या ने ₹ 1200 अंकित मूल्य वाली एक स्कर्ट खरीदी हो, तो उसने इसके लिए कितनी राशि का भुगतान किया?

88. आयशा ने अपनी मोबाइल फोन की दुकान की सभी वस्तुओं पर 25% त्योहार बट्टा देने की घोषणा की। रमनदीप ने अपने लिए एक मोबाइल फोन खरीदा। उसे ₹1960 का बट्टा मिला। इस मोबाइल फोन का अंकित मूल्य क्या था?

89. ₹ 45,000 पर 12% वार्षिक की दर से 5 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर ज्ञात कीजिए।

- भारत में नौकरीपेशा व्यक्तियों को उनकी आय के अनुसार आय कर देना पड़ता है। *शुद्ध आय* अथवा घर लाने वाली आय वह राशि है जो उसे अदा की जाती है।
- गृहस्वामी अपने मकान तथा संपत्ति के मूल्य पर आधारित संपत्ति कर अदा करते हैं।

90. एक नये कंप्यूटर की लागत ₹ 1,00,000 है। कंप्यूटरों के मूल्यों में अवमूल्यन की दर बहुत तेज है, क्योंकि बेहतर तकनीकी लाभ वाले कंप्यूटरों के नये मॉडल बाजार में आ रहे हैं। यह अवमूल्यन 50% प्रति वर्ष तक विद्यमान है। इस कंप्यूटर का 2 वर्ष के बाद क्या मूल्य होगा?

91. एक शहर की जनसंख्या स्थानांतरण, गरीबी और बेरोजगारी के कारण प्रत्येक वर्ष घट रही थी। इस शहर की वर्तमान जनसंख्या 6,31,680 है। पिछले वर्ष कमी 4% थी तथा पिछले वर्ष से पहले वर्ष में कमी 6% थी। दो वर्ष पहले जनसंख्या क्या थी?

92. नीबू ₹ 48 प्रति दर्जन की दर से खरीदे गये और ₹ 40 के 10 की दर से बेचे गये। लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

93. पेट्रोल, डीजल और एलपीजी के मूल्यों में कमी इस प्रकार की गयी है –

	पुराना मूल्य (₹ में)	**नया मूल्य (₹ में)**	**% कमी**
पेट्रोल / L	45.62	40.62	______
डीजल / L	32.86	30.86	______
एलपीजी/14.2kg	304.70	279.70	______

उपरोक्त सारणी को पूरा कीजिए।

94. वर्ष 2009 के आम चुनावों में A, B, C और D द्वारा जीती गयी सीटों की संख्या में वर्ष 2004 की तुलना में कितने प्रतिशत की वृद्धि या कमी हुई –

राजनीतिक पार्टी	**जीती गयी सीटों की संख्या 2004 में**	**जीती गयी सीटों की संख्या 2009 में**
A	206	145
B	116	138
C	4	24
D	11	12

95. किसी राज्य के विधानसभा चुनावों में निम्न आँकड़ों के आधार पर, Y से तुलना करने पर, X द्वारा कितने प्रतिशत अधिक सीटें प्राप्त की गयीं?

पार्टी	**जीती (294 में से)**
X	158
Y	105
Z	18
W	13

96. आशिमा ने दो कूलरों में से प्रत्येक को ₹ 3,990 में बेचा। एक कूलर पर उसे 5% का लाभ हुआ और दूसरे कूलर पर 5% की हानि हुई। इस पूरे सौदे में उसका कुल लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

97. एक महिला ने कुछ पेंसिलें ₹ 3 की दर से खरीदीं तथा उतनी ही पेंसिलें ₹ 6 की दर से खरीदीं। उसने इन पेंसिलों को ₹ 7 की दर से बेच दिया। उसका लाभ या हानि % ज्ञात कीजिए।

98. एक कुर्सी को ₹ 736 में बेचने पर, एक दुकानदार को 8% की हानि होती है। 8% का लाभ प्राप्त करने के लिए, उसे कुर्सी को किस मूल्य पर बेचना चाहिए?

99. एक डाइनिंग टेबल को ₹ 3,200 में खरीदा गया और उसे 6% लाभ पर बेचा गया। यदि कोई ग्राहक इसको खरीदने पर 5% का बिक्री कर देता है, तो उस ग्राहक को कुर्सी का कितना मूल्य चुकाना पड़ेगा?

100. अचल ने एक पुरानी कार ₹ 2,25,000 में खरीदी और उसकी मरम्मत पर ₹ 25,000 व्यय किये। यदि उसने इसे ₹ 3,25,000 में बेच दिया, तो उसका लाभ प्रतिशत क्या है?

101. एक महिला ने एक एयर कंडिशनर ₹ 15,200 में खरीदा तथा क्रमशः ₹ 300 और ₹ 500 इसके परिवहन और मरम्मत पर व्यय किए। 15% का लाभ अर्जित करने के लिए वह इसे किस मूल्य पर बेचे?

102. कोई दुकानदार अपने द्वारा ₹ 600 में खरीदी गयी वस्तु का क्या मूल्य अंकित करे कि उसे 10% का बट्टा देने पर भी 20% का लाभ हो?

103. ब्रिंदा ने 18 कोट ₹ 1500 प्रति कोट की दर से खरीदे और उन्हें 6% के लाभ पर बेच दिया। यदि उन पर ग्राहक 4% बिक्री कर देता है, तो एक कोट के लिए ग्राहक को क्या देना पड़ेगा तथा ब्रिंदा द्वारा इन कोटों की बिक्री पर अर्जित कुल लाभ क्या है?

104. रहीम ने किसी बैंक से ₹ 10,24,000 एक वर्ष के लिए उधार लिए। यदि बैंक 5% वार्षिक की दर से ब्याज लेता है, तो उसे अवधि पूरी होने पर कितनी धनराशि देनी होगी, जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होती है? उसके द्वारा दिया गया ब्याज भी ज्ञात कीजिए।

समस्या को हल करने के संकेत

जब कोई वस्तु सेल पर होती है, तो आप उसे खरीदने में नियमित मूल्य से कम मूल्य देकर पैसे बचा सकते हैं। नियमित मूल्य कम होने पर जो कीमत होती है, उसे बट्टा कहते हैं। नियमित मूल्य में से बट्टा घटाने पर जो बचता है, सेल मूल्य कहलाता है।

बट्टे और सेल मूल्य की समस्याएँ हल करने में आप समानुपात अथवा समीकरण का उपयोग कर सकते हैं।

105. किसी शोरूम से निम्न वस्तुएँ खरीदी गयीं–

T-शर्ट जिसका मूल्य ₹ 1200 है

जीन्स जिसका मूल्य ₹ 1000 है

2-स्कर्ट जिनमें से प्रत्येक का मूल्य ₹ 1350 है

शिखा को ये वस्तुएँ कितने में प्राप्त होंगी, यदि इन पर बिक्री कर 7% है?

106. नीचे दिए हुए खाद्य शीर्षक दो प्रकार के 'सूप' टमाटर की क्रीम और स्वीट कॉर्न के बारे में सूचना देते हैं। इन शीर्षकों का प्रयोग करते हुए दिए हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए। (सभी सेवाएँ 2000 कैलोरी आहार या डाइट पर आधारित हैं)।

स्वीट कॉर्न सूप

पोषण तथ्य

परोसने (सेवा) की माप 1 कप (240mL)

प्रति बर्तन लगभग 2 सेवाएँ *

मात्रा प्रति सेवा	
कैलोरी 90	***वसा से कैलोरी 9***
	% दैनिक मान*
कुल वसा 2 g	2%
सैचुरेटेड वसा 0 g	0%
कोलेस्ट्राल 0 mg	0%
सोडियम 540 mg	22%
कुल कार्बोहाइड्रेट 17 g	6%
आहार रेशा 3 g	14%
चीनी 5 g	
प्रोटीन 3 g	
विटामिन A 30%	विटामिन C 10%
कैल्सियम 2%	आयरन 6%

*प्रतिशत दैनिक मान 2,000 कैलोरी आहार पर आधारित है।

टमाटर की क्रीम वाला सूप

पोषण तथ्य

सेवा की माप 1 कप (240mL)

प्रति कप लगभग 2 सेवाएँ *

मात्रा प्रति सेवा	
कैलोरी 100	***वसा से कैलोरी 20***
	% दैनिक मान
कुल वसा 2 g	3%
सैचुरेटेड वसा-1.5 g	6%
कलोस्ट्रॉल 10 mg	3%
सोडियम 690 mg	29%
कुल कार्बोहाइड्रेट 17 g	6%
आहार रेशा 4 g	18%
चीनी 11g	
प्रोटीन 2 g	
विटामिन A 20%	विटामिन C 20%
कैल्सियम 0%	आयरन 8%

*प्रतिशत दैनिक मान 2,000 कैलोरी आहार पर आधारित है।

(a) किसे अधिक शुद्धता से मापा जा सकता है – टमाटर की क्रीम के सूप में वसा की कुल मात्रा या स्वीट कॉर्न के सूप में वसा की कुल मात्रा? स्पष्ट कीजिए।

(b) टमाटर की क्रीम के सूप की एक सेवा में, ₹ 2000 कैलोरी आहार के लिए, सोडियम के सुझावित दैनिक मान का 29% निहित है। सोडियम का सुझावित दैनिक मान मिलीग्राम में कितना है? अपने उत्तर को 2 दशमलव स्थानों तक व्यक्त कीजिए।

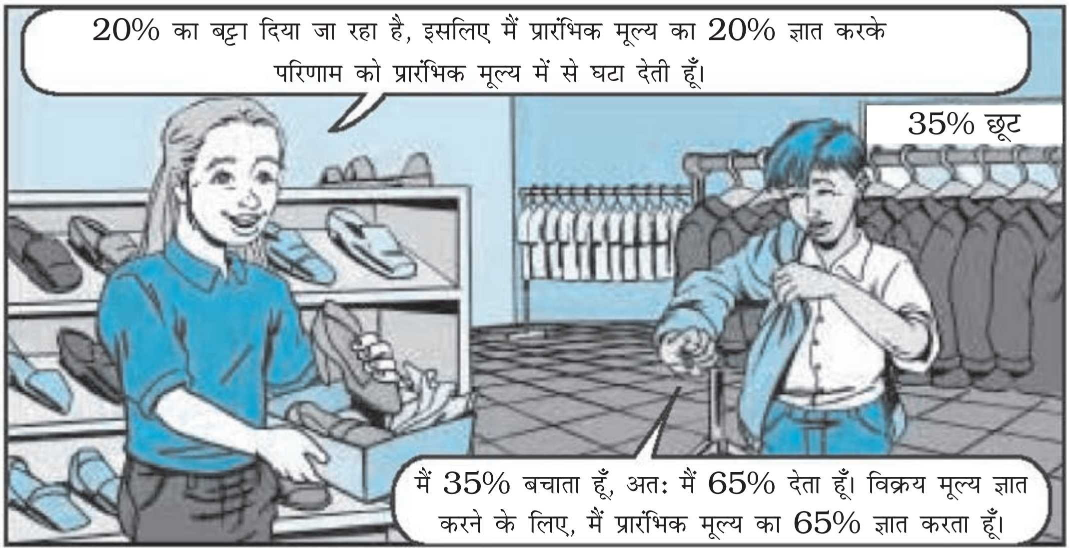
12/04/18

(c) चीनी की खपत में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए, यदि स्वीट कॉर्न सूप के स्थान पर टमाटर की क्रीम के सूप को चुना जाता है।

(d) स्वीट कॉर्न सूप की वसा से प्राप्त कैलोरियों और टमाटर की क्रीम के सूप की वसा से प्राप्त कैलोरियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

107. एक, संगीत सीडी जिसका प्रारंभिक मूल्य ₹ 120 था। 25% की छूट पर सेल पर मिल रही है। इसका S.P क्या है?

सोनिया और राहुल अपने द्वारा खरीदी गयी वस्तुओं का विक्रय मूल्य परिकलित करने की अलग-अलग विधियाँ अपनाते हैं।



जब आप अगला प्रश्न करें, तो दोनों विधियों से उत्तर ज्ञात करें। कौन-सी विधि को आप प्राथमिकता देंगे?

108. स्टोर A और स्टोर B दोनों पर एक विडियो गेम का मूल्य ₹ 750 है। इस सप्ताह यह वीडियो गेम स्टोर B पर ₹ 600 की सेल पर है तथा स्टोर A पर 25% छूट पर है। किस स्टोर पर यह गेम कम व्यय वाला है?

109. किसी खिलौने की दुकान पर सभी खिलौनों का मूल्य प्रारंभिक मूल्य का 66% कर दिया जाता है।

(a) उस खिलौने का बिक्री मूल्य क्या होगा, जो प्रारंभ में ₹ 90 था?

(b) ₹ 90 की लागत वाले खिलौने पर आप कितनी बचत कर लेंगे?

110. किसी स्टोर पर 25% बट्टे की सेल लगी है। शीला के पास ₹ 50 का गिफ्ट वाउचर है वह इसे ₹ 320 के मूल्य वाले एक बोर्ड गेम को खरीदने में प्रयोग करना चाहती है। उसे वाउचर के प्रयोग के बारे कुछ पता नहीं है। बिक्री क्लर्क ने देय राशि को परिकलित करने की दो विधियाँ सुझाईं –

- **विधि 1**: कुल मूल्य में से ₹ 50 घटाएँ और परिणामी मूल्य पर 25% की छूट ले लें।
- **विधि 2**: प्रारंभिक मूल्य पर 25% की छूट ले लें और उससे प्राप्त मूल्य में से ₹ 50 घटा लें।

a. क्या आप सोचते हैं कि दोनों विधियों से एक ही उत्तर प्राप्त होगा? यदि नहीं, तो बताइए कि कौन-सी विधि उसके लिए अधिक लाभप्रद होगी।

b. प्रत्येक विधि से शीला द्वारा देय राशि परिकलित कीजिए। अपना कार्य दिखाइए।

c. आपकी सोच के अनुसार स्टोर वाले कौन-सी विधि का प्रयोग करते होंगे? क्यों?

111. **अपने हिसाब से रहना** : संजय ने एक शयनकक्ष वाला अपार्टमेंट किराये पर रहने के लिए देख रखा है। नीलगिरी अपार्टमेंट में प्रथम दो महीने के किराये में 20% की छूट मिलती है। इस अपार्टमेंट में एक शयनकक्ष वाले घर के किराये की दर ₹ 6000 प्रति महीना है। सावन अपार्टमेंट में, पहले महीने के किराये पर 50% की छूट है। इस अपार्टमेंट में एक शयनकक्ष वाले घर के किराये की दर ₹ 7000 प्रति महीना है। प्रथम दो महीनों के लिए कौन-सा अपार्टमेंट सस्ता रहेगा और कितना सस्ता रहेगा?

112. किसी धनराशि के लिए स्पष्ट कीजिए कि 20% की वृद्धि के बाद 20% की कमी से प्राप्त धनराशि प्रारंभिक धनराशि से क्यों कम रहती है।

113. सनस्क्रीन सूर्य से उत्पादित हानिकारक अल्ट्रावायलेट (UV) किरणों को रोकती है। प्रत्येक सनस्क्रीन में सूर्य संरक्षण गुणक (SPF) होता है, जो आपको यह बताता है कि आप जलाने वाली UV किरणों को 1 मिनट तक ग्रहण करने से पहले धूप में कितने मिनट तक खड़े रह सकते हैं। उदाहरणार्थ, यदि आप SPF 15 वाली सनस्क्रीन का उपयोग करते हैं, तो आप UV किरणों को 1 मिनट तक ग्रहण करने के बाद 15 मिनट तक सूर्य में खड़े रह सकते हैं।

समस्या हल करने के लिए संकेत

भाँति-भाँति के कर होते हैं जिन्हें व्यक्तियों को अदा करना होता है। कुछ उदाहरण हैं जैसे–बिक्री कर, संपत्ति कर और आय कर। कर सामान्य रूप से प्रतिशत में लिया जाता है जिसे सरकार द्वारा लागू किया जाता है।

आप करों से संबंधित समस्याओं को हल करने के लिए समानुपात अथवा समीकरणों का उपयोग कर सकते हैं।

12/04/18

1. SPF 15 वाली एक सन्स्क्रीन से होकर केवल सूर्य की $\frac{1}{15}$ भाग UV किरणें ही जा सकती हैं। यह सन्स्क्रीन कितने प्रतिशत UV किरणों को समाप्त कर देती हैं?
2. मान लीजिए कि एक सन्स्क्रीन से होकर सूर्य की 25% UV किरणें ही जा सकती हैं।
   a. यह सन्स्क्रीन UV किरणों के कितने भाग को रोकती है? अपने उत्तर को न्यूनतम पदों में दीजिए।
   b. भाग (a) के अपने उत्तर का प्रयोग इस सन्स्क्रीन का SPF परिकलित करने में कीजिए। स्पष्ट कीजिए कि आपने अपना उत्तर कैसे प्राप्त किया है?
3. एक सन्स्क्रीन पर लगा SPF 30 का लेबल यह दावा करता है कि यह सन्स्क्रीन 97% हानिकारक UV किरणों को रोकता है। SPF गुणक को सही मानते हुए, क्या यह दावा सही है? स्पष्ट कीजिए।

114. संपत्ति से संबंधित व्यापार करने वाला एक एजेंट ₹ 50,000 का कमीशन प्राप्त करता है, जो विक्रय मूल्य का 4% है। उस एजेंट ने संपत्ति किस मूल्य पर बिकवाई है?

115. चाय के मूल्य में 15% की कमी होने पर, एक चाय वाला टोनू उसी ₹ 45 में 2 kg चाय अधिक खरीद पाता है, जो वह प्रतिमास अपनी चाय की दुकान के लिए चाय की पत्तियाँ खरीदने में करता था। चाय का घटा हुआ मूल्य क्या है? चाय का प्रारंभिक मूल्य क्या था?

प्रतिशत में कमी बताती है कि प्रारंभिक मूल्य में कितने प्रतिशत की कमी है।

प्रतिशत में कमी ज्ञात करने के लिए कमी की राशि तथा प्रारंभिक संख्या के अनुपात को प्रतिशत में व्यक्त कीजिए।

$$\text{प्रतिशत मे कमी} = \frac{\text{कमी की राशि}}{\text{प्रारंभिक संख्या}} \times 100$$

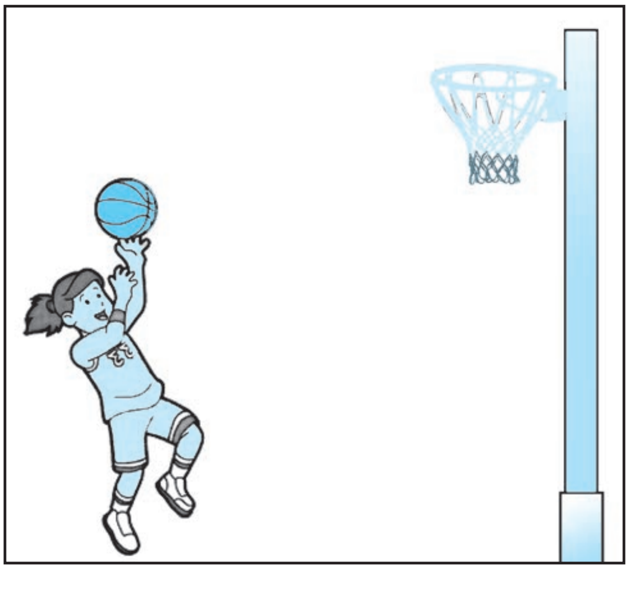
116. नीचे विदित अत्रे का रिपोर्ट कार्ड दिया गया है। विदित की अध्यापिका ने अंतिम स्तंभ रिक्त छोड़ दिया है। विदित यह जान नहीं पाया कि उसने किस विषय में अच्छा प्रदर्शन किया है तथा किस विषय में उसे सुधार करने की आवश्यकता है। इस सारणी को पूरा कीजिए ताकि विदित अपने प्रदर्शनों की तुलना कर सके–

2009-2010 के लिए मूल्यांकन रिपोर्ट

कक्षा : 9B **नाम : विदित अत्रे** **दिनांक : 31 मार्च 2010**

विषय	आंतरिक मूल्यांकन	परीक्षा	योग	अंतिम %
1. अंग्रेजी साहित्य	20/25	82/100	102/125	
2. अंग्रेजी भाषा	22/25	91/100	113/125	
3. हिंदी साहित्य	18/25	67/75	85/100	
4. हिंदी भाषा	16/25	68/75	84/100	
5. गणित	42/50	88/100	130/150	
6. संस्कृत	14/20	75/100	99/120	
7. भौतिकी	45/50	90/100	135/150	
8. रसायन	41/50	82/100	123/150	
9. जैविकी	43/50	87/100	130/150	
10. इतिहास और नागरिक शास्त्र	19/25	68/75	87/100	
11. भूगोल	17/20	71.5/80	88.5/100	

117. सीता बास्केट बॉल का अभ्यास कर रही है। उसने 35 प्रयासों में 32 बास्केट प्राप्त कर ली हैं। प्रतिशत में उसकी सफलता दर क्या है?



118. स्कूल के समय में, नेहा ने अपना 73% गृहकार्य पूरा कर लिया। मीनाक्षी ने अपने गृहकार्य का 5/8 भाग पूरा कर लिया। घर पर किसके गृहकार्य का अधिक प्रतिशत समाप्त करना होगा?

119. विश्व में, 2,50,000 पहचान की गयी पौधों की प्रजातियों में से 90,000 प्रजातियों के लिए प्रचुर वर्षा वन घर की तरह ही है। विश्व में पहचान की गयी प्रजातियों की कितने प्रतिशत प्रजातियाँ प्रचुर वर्षा वनों में रहती हैं?

120. मधु के कमरे का माप 6m × 3m है। उसका कालीन $8m^2$ को ढकता है। फर्श का कितना प्रतिशत कालीन से ढका है?

121. मानव शरीर अधिकांशत: जल से बना है। वास्तव में, एक व्यक्ति के शरीर का 67% भार पानी है। यदि ज्योति का भार 56 kg है, तो उसमें पानी का कितना भार है?

122. 14 कैरट सोने में शुद्ध सोना 58.3% होता है। 14 कैरट की एक अँगूठी का भार 7.6 ग्राम है। इस अँगूठी में शुद्ध सोना कितने ग्राम है?

123. किसी विद्यार्थी ने 32 का 5% ज्ञात करने के लिए, समानुपात $\frac{n}{100} = \frac{5}{32}$ का प्रयोग किया। उस विद्यार्थी ने क्या गलती की है?

124. नीचे दी गई सारणी में, सनस्क्रीन के दो ब्रांडों की लागत बिक्री कर के साथ और बिना बिक्री कर के दी हुई है। किस ब्रांड पर बिक्री कर की दर अधिक है? प्रत्येक ब्रांड के लिए बिक्री कर की दर ज्ञात कीजिए।

सनस्क्रीन ब्रांड	लागत (₹ में)	लागत+कर (₹ में)
1. X (100 gm)	70	75
2. Y (100 gm)	62	65

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. क्रॉसवर्ड

ग्रिड बनाएँ तथा दिये हुए संकेतों का प्रयोग करते हुए ग्रिड को पूरा कीजिए –

संकेत

डाउन

(1) The total cost price of a TV set whose cost price is ₹ 6,900 and money spent on repairs is ₹ 300.

(1) उस टीवी सेट का कुल क्रय मूल्य जिसे ₹ 6,900 में खरीदा गया और मरम्मत पर ₹ 300 व्यय किये।

(2) The price of a cycle is ₹ 800. It is now increased by 20%. The new sale price is ₹ ____________.

12/04/18

(2) एक साइकिल का मूल्य ₹ 800 है। इसमें 20% की वृद्धि होती है। अब नया बिक्री मूल्य ____________ है।

(3) The list price of a bag is ₹ 220. A discount of 15% is offered to make the sales price as ₹ ___________.

(3) एक थैले का सूची मूल्य ₹ 220 है। इस पर 15% का बट्टा दिया जाता है, जिससे बिक्री मूल्य ₹ ___________ हो जाता है।

एक्रॉस

(1) Discount on an item marked at ₹ 800 and sold for ₹ 720.

(1) अंकित मूल्य ₹ 800 और बेचे जाने वाला मूल्य ₹ 720 होने पर बट्टा है।

(3) The selling price of a fan costing ₹ 1,200 if a profit of ₹ 5% is to be made.

(3) ₹ 1200 लागत वाले पंखे का विक्रय मूल्य, जब उसे 5% लाभ पर बेचा जाता है।

(4) The cost price of an item sold at ₹ 1,600 at a 100% profit.

(4) 100% के लाभ पर ₹ 1600 में बेची गयी वस्तु का क्रय मूल्य।

(5) The profit per cent of an item marked at ₹ 800 and sold at ₹ 1,360.

(5) ₹ 800 लागत वाली वस्तु को ₹ 1360 पर बेचने पर लाभ प्रतिशत।

2.

1. बच्चे स्कूल में अपने संपूर्ण व्यक्तित्व विकास के लिए जाते हैं। इसमें सह-पाठ्य क्रियाकलाप (CCA) महत्वपूर्ण भूमिका अदा करते हैं। यह जानने के लिए कि आपके विद्यार्थियों ने सत्र I और II में कैसा किया है। निम्न सारणी को भरिए –

क्र.स.	नाम	CCA के क्रियाकलापों की संख्या (सत्र I)	CCA के क्रियाकलापों की संख्या (सत्र II`)	अंतर	वृद्धि/कमी प्रतिशत

अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए –

(a) सत्र I में, CCA के क्रियाकलापों में सबसे अधिक सक्रिय प्रतिभागी कौन है? सत्र II में ऐसा कौन प्रतिभागी है?

(b) सत्र I में, आपने कितने प्रतिशत भाग लिया? आपने सत्र II में कितने प्रतिशत भाग लिया?

3. अपने परिवार के मासिक व्यय के बारे में रिकार्ड रखने के लिए अपने माता-पिता से चर्चा कीजिए और एक जाँच पुस्तिका बनाइए। जैसा नीचे दिया है। (आप अपनी आवश्यकतानुसार प्रवृष्टियों को बदल सकते हैं)

क्र.स.	**तिथि**	**सौदे का विवरण**	**भुगतान डेबिट (–)**	**भुगतान क्रेडिट (+)**	**शेष**
1.		जमा भुगतान			
2.		किराया			
3.		स्कूल व्यय			
4.		यात्रा व्यय			
5.		किराना			
6.		गैस और बिजली			
7.		बाहर घूमने पर व्यय			
8.		जल			
9.		फोन			
10.		क्रेडिट कार्ड से भुगतान			
11.		अन्य			

अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए –

(a) कुल आय का कितने प्रतिशत स्कूल के व्यय पर खर्च होता है?

(b) क्या गैस और बिजली के व्यय मिलकर यात्रा व्यय से अधिक हैं?

(c) आपके परिवार की एक महीने में बचत कितनी है?

(d) परिवार की आय का कितने प्रतिशत भाग बचत है?

(e) आप अपने परिवार की बचत किस प्रकार बढ़ा सकती हैं?

12/04/18

4.

अपना दैनिक कार्यक्रम देखिए और नीचे लिखिए –

क्रियाकलाप	**घंटे प्रतिदिन**
निद्रा	
स्कूल में	
समाज कार्य	
टीवी देखना	
गृहकार्य करना	
फोन पर चैटिंग (बातचीत)	
नेट पर चैट करना	
खाना	
नहाना / खेल	
अन्य क्रियाकलाप	

1. स्कूल में व्यतीत किये गये घंटों का निद्रा में व्यतीत किये गये घंटों से अनुपात ज्ञात कीजिए।
2. निम्न प्रतिशत ज्ञात कीजिए –
   (a) घर पर अध्ययन
   (b) टीवी देखना
3. कुल चैटिंग समय का कुल अध्ययन के समय से अनुपात ज्ञात कीजिए।

5.

स्कूल ने बच्चों को बाहर ले जाने की व्यवस्था की है। विद्यार्थी बहुत खुश हैं और अपना मेनू बना रहे हैं। कक्षा प्रतिनिधि होने के कारण आपका उत्तरदायित्व है कि आप विभिन्न दुकानों का सर्वे करें, जिससे व्यय न्यूनतम हो। निम्न सारणी आपकी सहायता कर सकती है–

क्रम सं.	**वस्तु का नाम**	**दुकान**	**अंकित मूल्य**	**बट्टा (यदि कोई है)**	**क्रय मूल्य**
1.	जूस	A			
		B			
2.	कुकीज़	A			
		B			
3.					
4.					
5.					

उपरोक्त सारणी के लिए चर्चा कीजिए जिससे आपकी खरीददारी पर न्यूनतम व्यय हो। अपने भ्रमण का आनंद लीजिए।

6. क्रॉसवर्ड–

दिये हुए क्रासवर्ड को हल कीजिए। एक्रॉस और डाउन के खानों को भरने के लिए संकेत दिए हैं। संकेतों के अनुसार उनके उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में संगत खानों में भरे जाने हैं।

संकेत

एक्रॉस

1. Shopkeeper earns it if SP > CP
1. दुकानदार इसे अर्जित करता है, यदि SP > CP है।
2. The Price at which article is purchased
2. वह मूल्य जिस पर वस्तु खरीदी जाती है।
3. It is a reduction given on M.P.
3. यह M.P. पर दी गयी छूट है।
4. Duration for the sum is borrowed.
4. वह अवधि जिसके लिए राशि उधार ली जाती है।
5. This becomes half if the interest is compounded half yearly.
5. आधी हो जाती है, यदि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होती है।
6. Interest computed on the original principal
6. प्रारंभिक मूलधन पर परिकलित ब्याज।

डाउन

7. This comes from latin word per centum
7. यह लैटिन भाषा के शब्द 'पर सेंटम' से आया है।
8. The price at which article is sold
8. वह मूल्य जिस पर वस्तु बेची जाती है।
9. The original sum deposited or borrowed

12/04/18

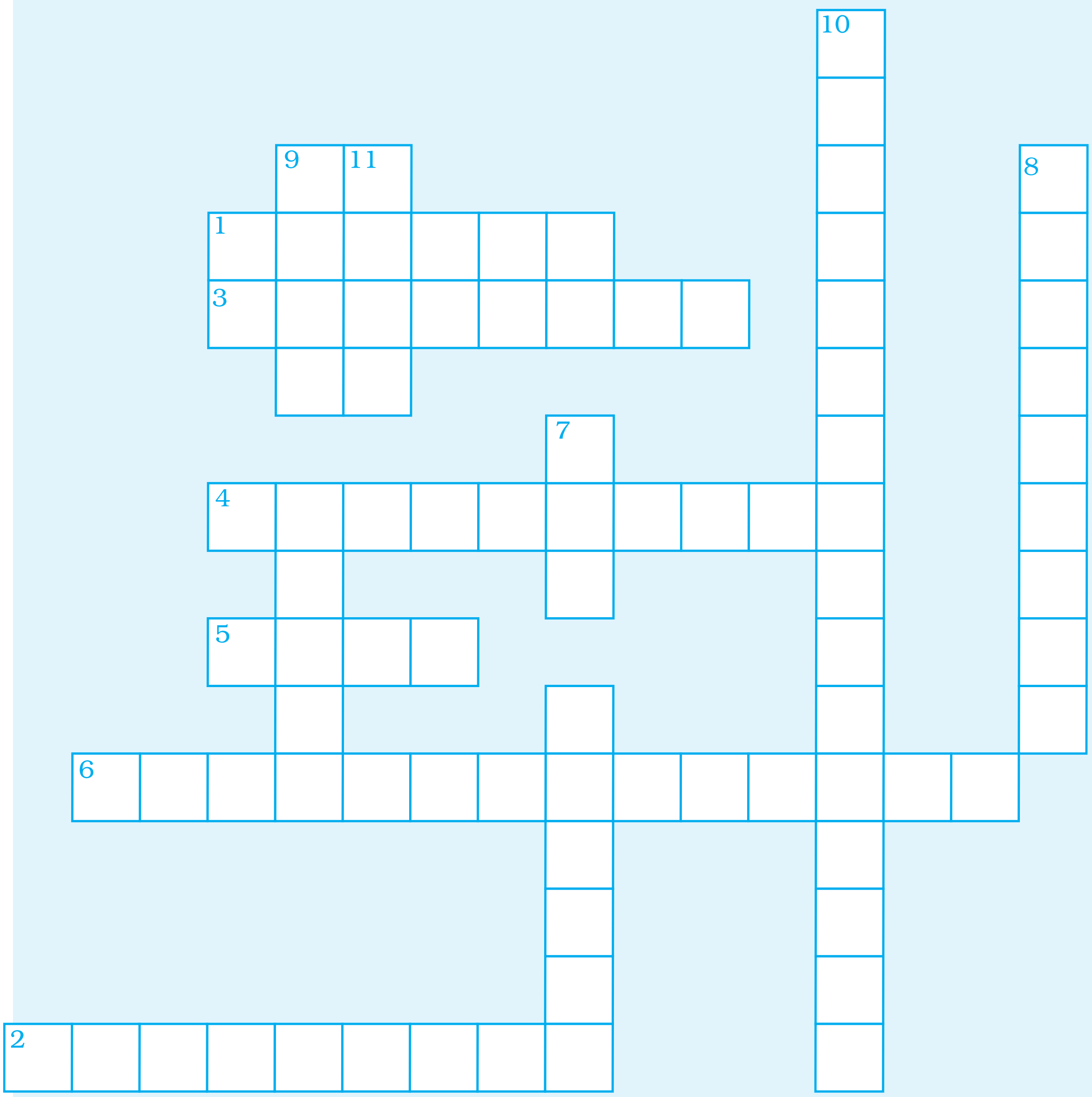
9. जमा की गयी या उधार ली गयी प्रारंभिक धनराशि।

10. The interest is calculated on the amount of the previous year.

10. पिछले वर्ष के मिश्रधन पर परिकलित ब्याज।

11. Shopkeeper bears it if S.P. < C.P.

11. यदि S.P. < C.P है, तो दुकानदार को यह उठानी पड़ती है।



12/04/18

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 10

अनुलोम और प्रतिलोम समानुपात

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- दो राशियाँ x और y अनुलोम (सीधे) समानुपात में कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें या घटें कि उनके संगत मानों का अनुपात सदैव अचर रहे। अर्थात, यदि $\frac{x}{y} = k$ हो, जहाँ k एक धनात्मक संख्या है, तो x और y अनुलोम (सीधे) समानुपात में होते हैं या अनुक्रमानुपाती होते हैं। सीधे समानुपात की स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के संगत y के मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ होता है।
- दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में कही जाती हैं, यदि x में वृद्धि होने से y के मान में समानुपातिक कमी होती है तथा विलोमतः y में वृद्धि होने पर x के मान में समानुपाती कमी होती है। ऐसा होने पर x और y के संगत मानों का गुणनफल अचर रहता है। अर्थात् यदि $xy=k$ हो, जहाँ k एक धनात्मक संख्या है, तो x और y प्रतिलोम समानुपात में होते हैं। इस स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के संगत y के मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $x_1 y_1 = x_2 y_2$ या $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ होगा।
- एक साथ बढ़ने या घटने वाली राशियों का सीधे समानुपात में होना आवश्यक नहीं है। यही बात प्रतिलोम समानुपात के लिए भी सत्य है।
- जब दो राशियाँ x और y सीधे समानुपात में होती हैं। (या अनुक्रमानुपाती हैं या सीधे-विचरण करती हैं), तो इन्हें $x \propto y$ लिखा जाता है। संकेत '$\propto$' 'के समानुपाती है' को दर्शाता है।
- जब दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में होती हैं (या व्युत्क्रमानुपाती होती हैं), तो इन्हें $x \propto \frac{1}{y}$ लिखा जाता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 3 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: यदि x और y सीधे अनुपात में हैं तथा जब $x = 13$ है, तब $y = 39$ है, तो निम्न में से कौन x और y के संगत मानों का युग्म नहीं हो सकता ?

(a) 1 और 3
(b) 17 और 51
(c) 30 और 10
(d) 6 और 18

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 2: एक कार किसी दूरी को 60 km प्रति घंटे की औसत चाल से 40 मिनट में तय करती है। उसी दूरी को 30 मिनट में तय करने के लिए औसत चाल होगी।

(a) 80 km/h
(b) $\frac{45}{2}$ km/h
(c) 70 km/h
(d) 45 km/h

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 3 : निम्न में से कौन सीधे समानुपात में है?

(a) एक घन की भुजा और उसका आयतन

(b) एक वाहन की चाल तथा निश्चित समय में उसके द्वारा चली गई दूरी

(c) व्यक्तियों के भारों और ऊँचाइयों में परिवर्तन

(d) एक टंकी को भरने के लिए पाइपों की संख्या तथा उसी टंकी को भरने में लगने वाला समय

हल सही उत्तर (*b*) है।

क्योंकि एक निश्चित समय अवधि में, जब वाहन की चाल में वृद्धि होती है, तो उसके द्वारा चली गई दूरी में उसी अनुपात में वृद्धि होती है।

उदाहरण 4 से 6 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

उदाहरण 4 : अमृता 18 घंटे में 720 किलोमीटर की दूरी तय करती है। उसके द्वारा 360 किलोमीटर की दूरी तय करने में लिया गया समय ________ है।

हल 9 घंटे

उदाहरण 5 : यदि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, तो _____ $= k$ है जहाँ k एक धनात्मक अचर है।

हल xy

12/04/18

उदाहरण 6 : एक समचतुर्भुज की भुजा और उसका परिमाप _______ समानुपात में हैं।

हल अनुलोम

उदाहरण 7 से 9 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 7: जब दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में होती हैं, तो $\frac{x}{y}$ एक अचर होता है।

हल असत्य।

उदाहरण 8 : यदि 10 पेंसिलों का मूल्य ₹ 90 है, तो 19 पेंसिलों का मूल्य ₹ 171 है।

हल सत्य।

उदाहरण 9 : यदि 5 व्यक्ति किसी कार्य को10 दिन में पूरा कर सकते हैं, तो 1 व्यक्ति उसे 2 दिन में पूरा करेगा।

हल असत्य।

उदाहरण 10 : किसी स्काउट शिविर (कैंप) में, 300 कैडेटों के लिए 42 दिन के भोजन की व्यवस्था थी। यदि 50 अन्य व्यक्ति शिविर में सम्मिलित हो जाएँ, तो भोजन कितने दिन तक चल पाएगा?

हल जितने व्यक्ति अधिक होंगे उतना ही जल्दी भोजन समाप्त हो जाएगा। अतः, यह एक प्रतिलोम समानुपात की स्थिति है।

मान लीजिए कि वाँछित दिनों की संख्या x है।

अतः, $300 \times 42 = (300 + 50) \times x$

या $300 \times 42 = 350 \times x$

या $\frac{300 \times 42}{350} = x$

या $x = 36$

उदाहरण 11 : यदि कार्डबोर्ड के दो डिब्बे 500 घन सेंटीमीटर स्थान घेरते हैं, तो ऐसे 200 डिब्बों को रखने के लिए कितने स्थान की आवश्यकता होगी?

हल जैसे-जैसे डिब्बों की संख्या बढ़ती जाती है, उनके रखने के लिए स्थान भी बढ़ता जाता है।

अतः, यह एक सीधे समानुपात की स्थिति है।

डिब्बों की संख्या	2	200
घेरा गया स्थान (घन सेंटीमीटर में)	500	x

अतः, $\frac{2}{500} = \frac{200}{x}$

या $2x = 500 \times 200$

$$\text{या } x = x = \frac{500 \times 200}{2}$$

$$\text{या } x = 50000$$

अत:, वाँछित स्थान 50,000 घन सेंटीमीटर है।

उदाहरण 12: इस प्रतिबंध के अंतर्गत कि तापमान अचर रहता है, किसी गैस का आयतन उसके दबाव (या दाब) के प्रतिलोम समानुपाती है। यदि गैस का 360 mm पारे के दबाव पर आयतन 630 घन सेंटीमीटर है, तो गैस का क्या दबाव होगा, जब उसका आयतन उसी तापमान पर 720 घन सेंटीमीटर है?

हल दिया हुआ है कि अचर तापमान पर, गैस के दबाव और आयतन प्रतिलोम समानुपात में हैं। मान लीजिए कि वाँछित दबाव x है।

गैस का आयतन (घन सेंटीमीटरों में)	630	720
गैस का दबाव (mm में)	360	x

तब, $630 \times 360 = 720 \times x$

$$\text{या } \frac{630 \times 360}{720} = x$$

$$\text{या } x = 315$$

अत: पारे का वाँछित दबाव 315 mm है।

किसी इंटरनेट म्यूजिक सेलर से 4 मेगाबिट म्यूजिक फाइल में डाउनलोड करने के लिए आवश्यक समय t उस दर r के व्युत्क्रमानुपाती होता है जिस पर आँकड़े रिसीविंग कंप्यूटर में स्थानांतरित होते हैं।

a. किसी 4-मेगाबाइट फाइल में डाउनलोड करने में कितना समय लगेगा यदि प्रसारण प्रति मिनट 2.5 मेगाबाइट की दर से घटित होता है?

b. यदि प्रसारण दर प्रति मिनट 0.8 मेगाबाइट है, तो कितना समय लगेगा?

c. यदि r का मान स्थिर रूप से बढ़ता हो, तो t का मान किस प्रकार परिवर्तित होता है? परिवर्तन का यह पैटर्न समानुपातिकता के स्थिरांक से किस प्रकार संबंधित है?

12/04/18

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 13:

30 आदमी किसी खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। कितने अन्य आदमी लगाये जाएँ ताकि उसी खेत की कटाई 10 दिन में हो सके?

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- दी हुई समस्या को स्वयं अपने शब्दों में लिखिए।

  30 व्यक्ति एक खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। यदि कटाई को 10 दिन में किया जाना हो, तो कितने व्यक्तियों की आवश्यकता होगी? कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर रखने होंगे?
- आप क्या जानते हैं?

  यहाँ 30 व्यक्ति एक खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- सोचिए कि 30 व्यक्ति खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं तथा इस कटाई को 10 दिन में करने के लिए अधिक व्यक्ति चाहिए या कम।
- दिनों की संख्या कम हो गयी है। अत: अधिक व्यक्तियों की आवश्यकता होगी। अत: हम प्रतिलोम समानुपात का उपयोग करेंगे।
- आवश्यक व्यक्तियों की संख्या और 30 का अंतर ज्ञात कीजिए।

हल कीजिए

- मान लीजिए कि कार्य को 10 दिन में समाप्त करने के लिए, आवश्यक व्यक्तियों की संख्या 'x' है।
-

दिनों की संख्या	**17 कमी होकर 10**
व्यक्तियों की संख्या	**30 बढ़कर x**

- क्योंकि दिनों की संख्या कम हुई है, अत: व्यक्तियों की संख्या बढ़ेगी। इसलिए, हम प्रतिलोम अनुपात का प्रयोग करेंगे।

  अत: $$30 \times 17 = x \times 10$$

  $$x = \frac{30 \times 17}{10} = 51$$

  इसलिए, 51 व्यक्तियों की आवश्यकता है।

  अत: आवश्यक अतिरिक्त व्यक्तियों की संख्या = 51 – 30 = 21

12/04/18

पुनर्निरीक्षण

- अपने उत्तर का सत्यापन किसी अन्य विधि से कीजिए। यहाँ हम समानुपात के स्थान पर इकाई की विधि या ऐकिक विधि का प्रयोग कर सकते हैं।

जैसे,

दिनों की संख्या	व्यक्तियों की संख्या
17	30
1	?
10	x

17 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = 30

अत: 1 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = 30 × 17

इसलिए 10 दिन में कार्य समाप्त करने के लिए आवश्यक व्यक्ति = $\frac{30 \times 17}{10} = 51$

अतिरिक्त व्यक्तियों की आवश्यक संख्या = 51 – 30 = 21

इस प्रकार, सत्यापन हुआ।

सोचिए तथा चर्चा कीजिए

1. यदि प्रश्न निम्नलिखित हो, तो क्या घटित होगा?

यदि 30 आदमी किसी खेत की कटाई 17 दिन में करते हैं, तो 10 आदमी उस खेत की कटाई कितने दिन में करेंगें।

2. आदमी तथा कार्य के प्रश्नों में हम सदैव अप्रत्यक्ष विचरण का उपयोग करते हैं। अब आदमियों से संबंधित स्थिति पर विचार कीजिए, जहाँ प्रत्यक्ष विचरण का उपयोग किया गया हो। उदाहरणार्थ, यदि तीन कारों में अधिकतम 15 आदमी यात्रा कर सकते हों, तो (a) 25 आदमियों (b) 38 आदमियों के लिए कम से कम एवं अधिक से अधिक आवश्यक कारों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 16 में, चार, विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. u और v अनुलोम समानुपात में हैं। जब u =10 है, तब v = 15 है। निम्न में से कौन u और v के संगत मानों का संभावित युग्म **नहीं** है?

(a) 2 और 3 (b) 8 और 12 (c) 15 और 20 (d) 25 और 37.5

2. x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं। जब x = 10 है, तब y = 6 हैं। निम्न में से कौन x और y के संगत मानों का संभावित युग्म **नहीं** हैं?

(a) 12 और 5 (b) 15 और 4 (c) 25 और 2.4 (d) 45 और 1.3

12/04/18

3. यह कल्पना करते हुए कि भूमि एक समान रूप से उपजाऊ है, भूमि का क्षेत्रफल और उस पर उत्पादन–

(a) अनुक्रमानुपाती हैं।

(b) व्युत्क्रमानुपाती हैं।

(c) न अनुक्रमानुपाती हैं और न व्युत्क्रमानुपाती।

(d) कभी अनुक्रमानुपाती, तो कभी व्युत्क्रमानुपाती।

4. किसी व्यक्ति के दाँतों की संख्या और उसकी आयु–

(a) सीधे समानुपात में हैं।

(b) प्रतिलोम समानुपात में हैं।

(c) न तो सीधे समानुपात में हैं और न ही प्रतिलोम समानुपात में हैं।

(d) कभी सीधे समानुपात में हैं और कभी प्रतिलोम समानुपात में हैं।

5. किसी ट्रक को 297 km की दूरी तय करने के लिए 54 लीटर डीजल की आवश्यकता है। इस ट्रक द्वारा 550 km की दूरी तय करने के लिए आवश्यक डीजल की मात्रा होगी–

(a) 100 लीटर (b) 50 लीटर (c) 25.16 लीटर (d) 25 लीटर

6. 48 km किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से कोई कार एक दूरी 10 घंटे में तय करती है। इसी दूरी को 8 घंटे में तय करने के लिए आवश्यक चाल होगी–

(a) 60 km/h (b) 80 km/h (c) 30 km/h (d) 40 km/h

7. निम्न में से किस में राशियाँ अनुलोम समानुपात में हैं?

(a)

x	0.5	2	8	32
y	2	8	32	128

(b)

p	1^2	2^2	3^2	4^2
q	1^3	2^3	3^3	4^3

सीधा विवरणः यदि y तथा x चरों के संबंध को निम्नलिखित कण में व्यक्त किया जा सके,

किसी अचर k के लिए, $y = kx$

तो हम कह सकते हैं कि y, x के साथ सीधे रूप से विचरण करता है अथवा यह कि y, x के अनुक्रमानुपाती है। इस संबंध में k को समानुपातिकता का स्थिरांक कहा जाता है।

एक बार फिर संख्याओं के गुणन तथा विभाजन में नजदीकी संबंध से परिणाम निकाला जा सकता है कि यदि y, x का अनुक्रमानुपाती है, तो $\frac{y}{x} = k$ होता है। सांकेतिक रूप $\frac{y}{x} = k$ यह प्रदर्शित करता है कि y का x से अनुपात y और x के संगत मानों के लिए अचर (स्थिर) है।

12/04/18

(c)

r	2	5	10	25	50
s	25	10	5	2	0.5

(d)

u	2	4	6	9	12
v	18	9	6	4	3

8. पिछले प्रश्न में, कौन-सी राशियाँ प्रतिलोम अनुपात में हैं?

(a) x और y (b) p और q (c) r और s (d) u और v

9. निम्नलिखित में किसमें राशियाँ व्युत्क्रमानुपाती हैं?

(a) चाल और तय की गई दूरी।

(b) तय की गयी दूरी और टैक्सी का किराया।

(c) तय की गयी दूरी और लिया गया समय।

(d) चाल और लिया गया समय।

10. यदि x और y अनुलोम समानुपात में हों, तो $\frac{1}{x}$ और $\frac{1}{y}$ होंगे–

(a) अनुलोम समानुपात में

(b) प्रतिलोम समानुपात में

(c) न अनुलोम समानुपात में और न ही प्रतिलोम समानुपात में

(d) कभी अनुलोम समानुपात में और कभी प्रतिलोम समानुपात में

11. मीनाक्षी साइकिल पर 12 km/h की औसत चाल से अपने स्कूल जाती है तथा स्कूल पहुँचने में 20 मिनट का समय लेती है। यदि वह 12 मिनट में स्कूल पहुँचना चाहती है, तो उसकी चाल होनी चाहिए–

(a) $\frac{20}{3}$ km/h (b) 16 km/h

(c) 20 km/h (d) 15 km/h

12. 100 व्यक्तियों के लिए 24 दिन के भोजन की व्यवस्था थी। यदि 20 व्यक्ति उस स्थान को छोड़कर चले जाएँ, तो भोजन कितने समय के लिए पर्याप्त रहेगा?

(a) 30 दिन (b) $\frac{96}{5}$ दिन

(c) 120 दिन (d) 40 दिन

13. यदि दो x और y राशियाँ अनुक्रमानुपाती हैं, तो

(a) $\frac{x}{y}$ अचर रहता है (b) $x - y$ अचर रहता है

(c) $(x + y)$ अचर रहता है (d) $x \times y$ अचर रहता है

12/04/18

14. यदि राशियाँ p और q व्युत्क्रमानुपाती हैं, तो

(a) $\frac{p}{q}$ अचर रहता है (b) $(p + q)$ अचर रहता है

(c) $p \times q$ अचर रहता है (d) $(p - q)$ अचर रहता है

15. यदि किसी रिक्शा द्वारा एक घंटे में चली दूरी 10 km है, तो उस रिक्शा द्वारा उसी चाल से एक मिनट में चली दूरी होगी–

(a) $\frac{250}{9}$ m (b) $\frac{500}{9}$ m (c) 1000 m (d) $\frac{500}{3}$ m

16. x और y परस्पर अनुक्रमानुपाती हैं तथा जब $x = 10$ है, तब $y = 14$ है। निम्न में से कौन-सा x और y के संगत मानों का युग्म नहीं है?

(a) 25 और 35 (b) 35 और 25 (c) 35 और 49 (d) 15 और 21

प्रश्न 17 से 42 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

17. यदि $x = 5y$ है, तो x और y परस्पर ______ हैं।

18. यदि $xy = 10$ है, तो x और y परस्पर ______ हैं।

19. जब दो राशियाँ x और y ______ समानुपात में हों या ______ विचरण करें, तो इन्हें $x \propto y$ लिखा जाता है।

20. जब दो राशियाँ x और y ______ समानुपात में हों या ______ विचरण करें, तो इन्हें $x \propto \frac{1}{y}$ लिखा जाता है।

21. x और y को परस्पर ______ विचरण करते कहा जाता है, यदि किसी धनात्मक संख्या k के लिए $xy = k$ हो।

22. x और y को परस्पर सीधे विचरण करते कहा जाता है, यदि किसी धनात्मक संख्या k के लिए, ______ $=k$ हो।

प्रतिलोम विचरण: यदि y तथा x अचरों के संबंध को निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जा सके:

$$\text{किसी अचर } k \text{ के लिए, } y = \frac{k}{x}$$

तो हम कहते हैं कि y का $\frac{1}{x}$ के साथ सीधा विचरण है अथवा यह कि y का x के साथ प्रतिलोम विचरण है। इस संबंध में k को समानुपातिकता का स्थिरांक कहा जाता है।

पुन: संख्याओं के गुणन तथा विभाजन में नजदीकी संबंध से परिणाम निकाला जा सकता है कि यदि y, x का व्युत्क्रमानुपाती है, तो $xy=k$ होता है। सांकेतिक रूप $xy=k$ यह प्रदर्शित करता है कि x, y के संगत मानों के लिए xy अचर (स्थिर) होता है।

23. दो राशियाँ परस्पर ______ विचरण करते हुए कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें (या घटें) कि उनके संगत मानों का अनुपात अचर रहे।

24. दो राशियाँ परस्पर ______ विचरण करते हुए कही जाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि से दूसरी राशि में कमी इस प्रकार हो कि इनके संगत मानों का गुणनफल अचर रहे।

25. यदि 12 पंप किसी जलाशय को 20 घंटे में खाली कर सकते हैं, तो इसी जलाशय को ऐसे 45 पंपों द्वारा खाली किये जाने में लगने वाला समय ______ घंटे होगा।

26. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरण करता है, तो

x	–	60
y	2	10

27. यदि x, y के साथ सीधा विचरण करता है, तो

x	12	6
y	48	–

28. यदि चाल अचर रहे, तो तय की गयी दूरी समय के ______ समानुपाती होती है।

29. यदि a में वृद्धि करने पर, b में वृद्धि इस प्रकार होती है कि $\frac{a}{b}$ ______और धनात्मक रहता है, तो a और b परस्पर अनुक्रमानुपाती कहे जाते हैं।

30. यदि a में वृद्धि करने पर, b में कमी इस प्रकार हो कि ______ अचर रहे और धनात्मक हो, तो a और b परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कहे जाते हैं।

31. यदि दो x और y राशियाँ परस्पर अनुक्रमानुपाती हों, तो इनके संगत मानों का______ अचर रहता है।

32. यदि दो p और q राशियाँ परस्पर व्युतक्रमानुपाती हों, तो उनके संगत मानों का ______ अचर रहता है।

33. एक वृत्त का परिमाप और उसका व्यास परस्पर ______ होते हैं।

34. एक कार एक घंटे में 48 km, चलती है। 12 मिनट में उस कार द्वारा चली दूरी ______ है।

35. एक आटोरिक्शा 36 km की दूरी तय करने में 3 घंटे का समय लेता है। यदि इसकी चाल में 4 km/h की वृद्धि कर दी जाती है, तो उसे यह दूरी चलने में ______ समय लगेगा।

36. यदि 12 कार्डबोर्ड शीटों की एक ढेरी की मोटाई 45 mm है, तो ऐसी 240 शीटों की मोटाई______ cm होगी।

37. यदि x और y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं तथा जब $x = 4$ है, तब $y = 6$ है, तो $x = 3$ होने पर $y =$ ______ होगा।

12/04/18

38. सीधे समानुपात में, $\frac{a_1}{b_1}$ ______ $\frac{a_2}{b_2}$ होता है।

39. प्रतिलोम अनुपात में, $\frac{a_2}{_} = \frac{b_2}{_}$ होता है।

40. यदि 15 डाक टिकटों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल 60 cm^2 है, तो ऐसे 120 डाक टिकटों द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल ______ होगा।

41. यदि 45 व्यक्ति किसी कार्य को 20 में कर सकते हैं, तो 75 व्यक्तियों द्वारा उस कार्य को पूरा करने में ______ घंटे का समय लगेगा।

42. यदि देवाँगी 50 m की दूरी 75 कदमों में चलती है, तो उसके द्वारा 375 कदमों में चली दूरी______ km होगी।

प्रश्न 43 से 59 में, बताइए कि कथन सत्य (T) हैं या असत्य (F) -

43. दो x और y राशियाँ परस्पर सीधे विचरित कही जाती हैं, यदि किसी परिमेय संख्या k के लिए $xy = k$ हो।

44. जब चाल को अचर रखा जाता है, तब समय और दूरी परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

45. जब दूरी अचर रखी जाती है, तब चाल और समय परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

46. किसी वर्ग की भुजा की लंबाई और उसका क्षेत्रफल परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

47. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा की लंबाई और उसका परिमाप परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

48. यदि d, t^2 के साथ सीधे विचरित हो, तो हम $dt^2 = k$ लिख सकते हैं, जहाँ k कोई अचर है।

49. यदि 24 m ऊँचे एक पेड़ की छाया 15 m है, तो ऐसी ही स्थितियों में उस स्तंभ की ऊँचाई, जिसकी छाया 6 m है, 9.6 m है।

50. यदि x और y सीधे समानुपात में हैं, तो $(x - 1)$ और $(y - 1)$ भी सीधे समानुपात में होते हैं।

51. यदि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, तो $(x + 1)$ और $(y + 1)$ भी प्रतिलोम समानुपात में होते हैं।

52. यदि p और q परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं, तो $(p + 2)$ और $(q - 2)$ भी परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

53. यदि किसी त्रिभुज का एक कोण स्थिर रखा जाए, तो उसके शेष दोनों कोण परस्पर प्रतिलोम विचरित करते हैं।

54. यदि दो राशियाँ इस प्रकार परस्पर संबंधित हैं कि एक में वृद्धि होने से दूसरी में भी वृद्धि होती है, तो वे सदैव सीधे विचरित करती हैं।

55. यदि दो राशियाँ परस्पर इस प्रकार संबंधित हैं कि एक में वृद्धि होने से दूसरी में कमी हो, तो वे सदैव प्रतिलोम विचरित होती हैं।

56. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित है तथा जब $x = 6$ है, तब $y = 8$ है, तो $x = 8$ के लिए $y = 10$ है।

57. मजदूरों की संख्या और किसी कार्य को समाप्त करने के लिए लगे दिन एक सीधे समानुपात की स्थिति है।

58. स्थिर समय अवधि और ब्याज की दर के लिए, साधारण ब्याज मूलधन के साथ सीधे समानुपात में हैं।

59. जोती गयी भूमि का क्षेत्रफल और काटी गयी फसल सीधे अनुपात का एक उदाहरण है।

प्रश्न 60 से 62 में, कौन परस्पर सीधे विचरित करते हैं, कौन प्रतिलोम विचरित करते हैं तथा कौन इनमें से कोई भी नहीं है–

60. (i) किसी रेलागाड़ी द्वारा एक निश्चित दूरी तय करने में लिया गया समय और उसकी चाल।

(ii) CNG बस द्वारा चली दूरी और प्रयुक्त CNG की मात्रा।

(iii) काम करने वाले व्यक्तियों की संख्या और किसी काम को पूरा करने में लगा समय।

(iv) आयकर और आय।

(v) ऑटोरिक्शा द्वारा चली दूरी और उसमें लिया गया समय।

61. (i) एक हॉस्टल में विद्यार्थियों की संख्या और भोजन की खपत।

(ii) किसी कमरे की दीवारों का क्षेत्रफल और उन पर सफेदी कराने की लागत।

(iii) काम करने वाले व्यक्ति और काम की मात्रा।

(iv) दी हुई राशि पर साधारण ब्याज और ब्याज की दर।

(v) चक्रवृद्धि ब्याज और निवेशित धनराशि।

62. (i) चावल की मात्रा और उसकी लागत।

(ii) पेड़ की ऊँचाई और वर्षों की संख्या।

(iii) यदि बजट की राशि समान रखी जाए, तो लागत में वृद्धि और खरीदी जा सकने वाली कमीजों की संख्या।

(iv) भूमि का क्षेत्रफल और लागत।

(v) बिक्री कर और बिल की राशि।

नीचे दिए प्रश्नों को हल कीजिए–

63. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित करता है तथा जब $x = 20$, तब $y = 600$ है, तो y ज्ञात कीजिए, जब $x = 400$ है।

64. x, y के साथ सीधे विचरित करता है तथा जब $x = 80$ है, तब $y = 160$ है। जब $x = 64$ है, तो y क्या है?

65. l, m के साथ सीधे विचरित करता है तथा $l = 5$ है, जब $m = \frac{2}{3}$ है। l ज्ञात कीजिए, जब $m = \frac{16}{3}$ है।

12/04/18

66. यदि x, y के साथ प्रतिलोम विचरित करता है तथा $y = 60$ है, जब $x = 1.5$ है, तो x ज्ञात कीजिए, जब $y = 4.5$ है।

67. एक शिविर में 300 व्यक्तियों के लिए 42 दिन का आटा है। यदि इस शिविर में 20 व्यक्ति और आ जाएँ, तो आटा कितने समय तक चलेगा?

68. एक ठेकेदार ने एक स्टेडियम के किसी भाग को 560 व्यक्तियों की एक टीम के साथ 9 महीने में पूरा करने का ठेका लिया। बाद में, इस कार्य को 5 महीने में पूरा करने को कहा गया। कार्य को समय पर पूरा करने के लिए कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर लगाए जाने चाहिए?

69. सोबी 6 मिनट में 108 शब्द टाइप करती है। वह आधे घंटे में कितने शब्द टाइप करेगी?

70. कोई कार एक विशिष्ट दूरी 60 km/h की औसत चाल से 40 मिनट में तय करती है। इसी दूरी को 25 मिनट में तय करने के लिए औसत चाल क्या होनी चाहिए?

71. यह दिया है कि l और m परस्पर सीधे विचरित करते हैं।

(i) एक समीकरण लिखिए जो l और m में संबंध स्थापित करती है।

(ii) समानुपात का अचर (k) ज्ञात कीजिए, यदि $l = 6$ होने से $m = 18$ है।

(iii) l ज्ञात कीजिए, यदि $m = 33$ है।

(iv) m ज्ञात कीजिए, यदि $l = 8$ है।

72. यदि ₹ 2000 की एक जमा धनराशि पर 3 वर्ष का ब्याज ₹ 500 है, तो ₹ 36000 की जमा राशि पर 3 वर्ष का उसी साधारण ब्याज की दर से ब्याज क्या होगा?

73. एक एल्यूमिनियम की छड़ का द्रव्यमान उसकी लंबाई के साथ अनुक्रमानुपाती है। यदि 16 cm लंबी एक छड़ का द्रव्यमान 192 g है, उस छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए जिसका द्रव्यमान 105 g है।

74. x और y के मान ज्ञात कीजिए, यदि a और b प्रतिलोम समानुपात में हैं–

a.	12	x	8
b.	30	5	y

75. यदि नरेश 200 मीटर की दूरी तय करने के लिए 250 कदम चलता है, तो उसके द्वारा 350 कदमों में चली दूरी ज्ञात कीजिए।

76. एक कार 25 लीटर पेट्रोल में 225 km की दूरी तय करती है। इसी कार द्वारा 540 km की दूरी तय करने में कितने पेट्रोल की आवश्यकता होगी?

77. निम्न सारणियों से निर्धारित कीजिए कि x और y सीधे अनुपात में हैं या नहीं–

(i)

x	3	6	15	20	30
y	12	24	45	60	120

(ii)

x	4	7	10	16
y	24	42	60	96

(iii)

x	1	4	9	20
y	1.5	6	13.5	30

78. यदि a और b परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं।, तो p, q, r, x, y, z और l, m और n के मान ज्ञात कीजिए।

(i)

a	6	8	q	25
b	18	p	39	r

(ii)

a	2	y	6	10
b	x	12.5	15	z

(iii)

a	l	9	n	6
b	5	m	25	10

79. यदि 25 मीटर कपड़े की कीमत ₹ 337.50 है, तो

(i) इसी प्रकार के 40 मीटर कपड़े की कीमत कितनी होगी?

(ii) ₹ 810 में खरीदे जा सकने वाले कपड़े की लंबाई कितनी होगी?

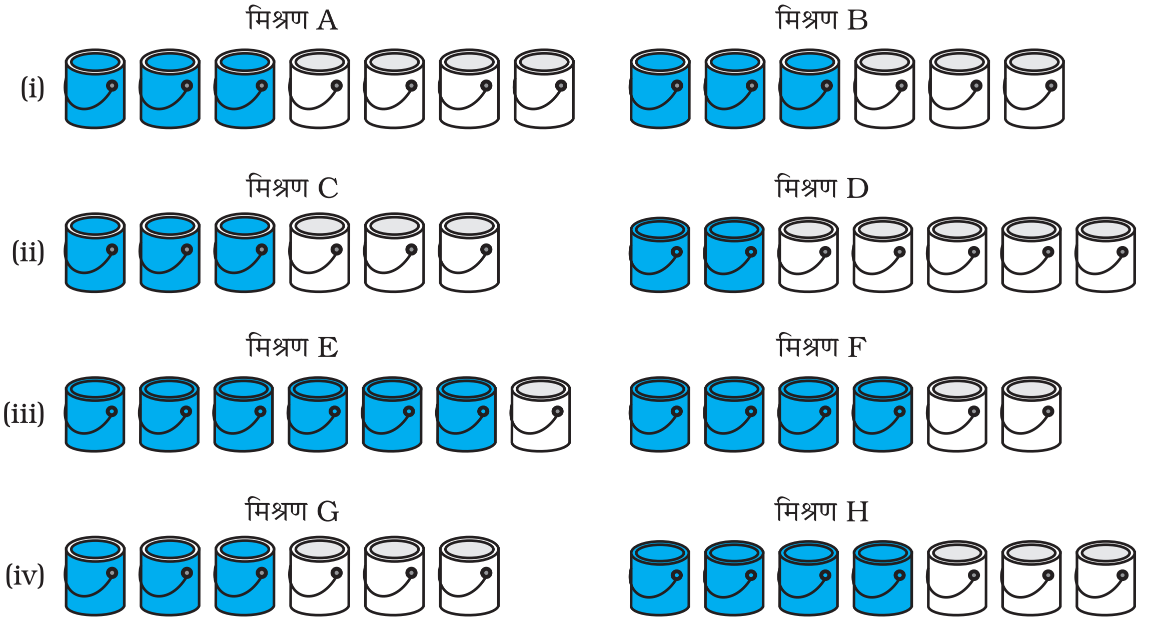
80. एक ही प्रकार के 8 पंपों द्वारा किसी स्वीमिंग पूल को 4 घंटे में भरा जा सकता है। इस पूल को $2\frac{2}{3}$ घंटों में भरने के लिए कितने पंपों की आवश्यकता होगी?

81. 27 kg लोहे का मूल्य ₹ 1080 है। इसी गुणवत्ता वाले 120 kg लोहे का क्या मूल्य होगा?

82. किसी विशेष समय पर, कुतुबमीनार की ऊँचाई 72 m है, की छाया की लंबाई 80 m है। उसी समय यदि किसी बिजली के खंभे की छाया 1000 cm लंबी है, तो उस खंभे की ऊँचाई क्या होगी?

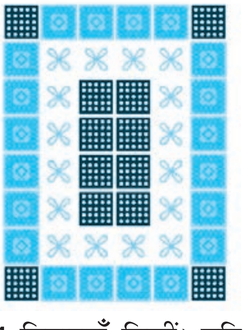
83. 50 लड़कियों के एक छात्रावास में 40 दिन की भोजन सामग्री की व्यवस्था है। यदि इस छात्रावास में 30 लड़कियाँ और आ जाएँ, तो यह भोजन सामग्री कितने दिन तक चल पाएगी?

84. किसी स्कूल की कैम्पस और वेलफेयर कमेटी संपूर्ण स्कूल के भवन पर पेंटिंग के लिए एक नीला शेड कराने की योजना बना रही है। इस कार्य के लिए नीले और सफेद पेंटों के डिब्बे या पात्रों में से पेंट निकाल कर विभिन्न प्रकार के नीले शेड बनाये जाने का प्रयास किया जा रहा है। दिए हुए प्रत्येक मिश्रण में निश्चित कीजिये कि कौन-सा नीले का हल्का शेड है, तथा यह भी ज्ञात करने का प्रयास करें कि इन सभी में सबसे हल्का नीला शेड कौन-सा है?



यदि एक पात्र (बर्तन) में 1 लीटर पेंट है तथा भवन के लिए 105 लीटर पेंट की आवश्यकता है, तो स्कूल के भवन को सबसे अधिक हल्के नीले शेड से पेंट कराने के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने पात्रों या डिब्बों की आवश्यकता होगी?

85. प्रश्न पूछना या प्रस्तुत करना



सामने दी गयी रजाई, जिसमें सफेद, नीले और बैंगनी रंग के वर्ग बने हैं, के विषय में कम से कम पाँच अनुपात कथन, अपने किसी साथी के साथ कार्य करते हुए लिखिए।

ऐसी 12 बारह रजाइयों में, प्रत्येक रंग के कितने वर्ग होंगे?

86. मिठाई के एक डिब्बे को 10 बच्चों में बाँटा गया और प्रत्येक बच्चे को 4 मिठाइयाँ मिलीं। यदि यह 8 बच्चों में बाँटा गया होता तो, प्रत्येक बच्चे को कितनी मिठाइयाँ मिलतीं?

87. 44 गाय किसी मैदान में 9 दिन तक घास चर सकती हैं। उसी मैदान में 12 दिन तक कितनी कम या अधिक गायें चर सकती हैं?

88. 30 व्यक्ति किसी खेत की कटाई 17 दिन में कर सकते हैं। इसी कटाई को 10 दिन में करने के लिए, कितने अतिरिक्त व्यक्ति काम पर लगाये जाने चाहिए?

89. शबनम 6 km/h एक समान चाल से अपने स्कूल 20 मिनट में पहुँच जाती है। 24 मिनट में स्कूल पहुँचने के लिए उसकी एक समान चाल कितनी होनी चाहिए।

90. रवि साइकिल पर अपने स्कूल के लिए प्रात: 8:20 पर चलना प्रारंभ करता है। यदि वह स्कूल 10km/h, की एक समान चाल से चले, तो वह स्कूल 8 मिनट की देरी से पहुँचता है, परंतु यदि वह 16 km/h की एक समान चाल से चले, तो 10 मिनट पहले स्कूल पहुँच जाता है। स्कूल कितने बजे प्रारंभ होता है?

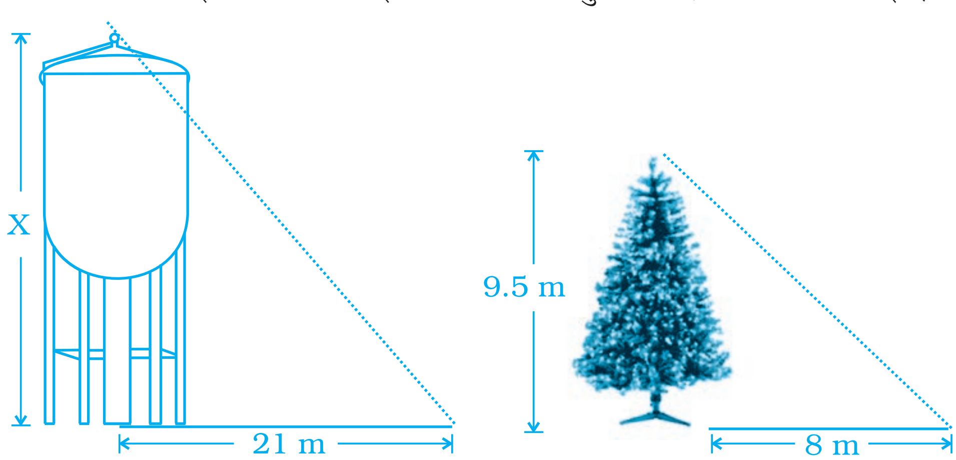
91. **स्तंभ I की प्रत्येक प्रविष्टि को स्तंभ II की उचित प्रविष्टि से सुमेलित कीजिए-**

स्तंभ I	स्तंभ II
1. x और y परस्पर प्रतिलोम विचरण करते हैं।	A. $\frac{x}{y}$ = अचर
2. राशियों p और q के प्रतिलोम विचरण का गणितीय निरूपण।	B. y में समानुपाती वृद्धि होगी।
3. राशियों m और n के सीधे विचरण के लिए गणितीय निरूपण	C. xy = अचर
4. जब $x = 5$, तब $y = 2.5$ और जब $y = 5$, तब $x = 10$	D. $p \propto \frac{1}{q}$
5. जब $x = 10$, तब $y = 5$ और जब $x = 20$, तब $y = 2.5$	E. y में समानुपाती कमी होगी।
6. x और y परस्पर सीधे विचरण करते हैं।	F. x और y अनुलोम समानुपात में हैं।
7. यदि x और y प्रतिलोम विचरण करते हैं, तो x में कमी करने पर	G. $m \alpha n$
8. यदि x और y सीधे विचरण करते हैं, तो x में कमी करने पर	H. x और y प्रतिलोम विचरण करते हैं।
	I. $p \alpha q$
	J. $m \alpha \frac{1}{n}$

92. 75 ग्राम तली हुई (सोटीड) मछली में 20 ग्राम प्रोटीन है। उसी प्रकार की 225 ग्राम मछली में कितना प्रोटीन है?

93. अनिता को झरेडा से गनवरी गाड़ी से जाना है। इन गाँवों के बीच की दूरी वह मानचित्र में 3.5 cm मापती है। यदि मानचित्र का स्केल 1 cm = 10 km है, तो उन स्थानों के बीच की वास्तविक दूरी ज्ञात कीजिए।

94. एक पानी की टंकी की छाया 21 m लंबी है। उसी समय एक पेड़ की छाया 8 m लंबी है। छायाओं की लंबाइयाँ उनकी ऊँचाइयों के सीधे समानुपात में हैं। टंकी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

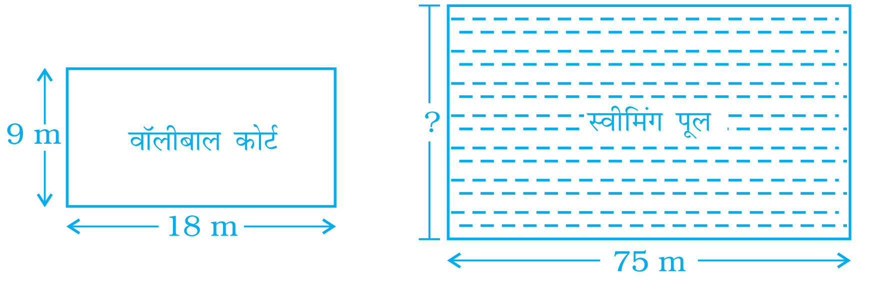


95. नीचे दी गयी सारणी चार एलीवेटरों द्वारा विभिन्न दूरियाँ तय करने में लिये गये समयों को दर्शाती है। ज्ञात कीजिए कि कौन-सा ऐलीवेटर सबसे तेज है और कौन-सा सबसे सुस्त है।

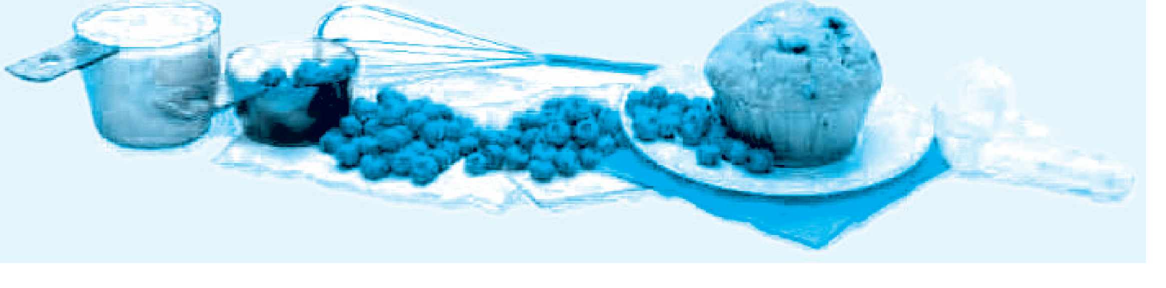
	दूरी (मिनट में)	समय (सेकेंड में)
ऐलीवेटर - A	435	29
ऐलीवेटर - B	448	28
ऐलीवेटर - C	130	10
ऐलीवेटर - D	85	5

ऐलीवेटर B और C द्वारा अलग-अलग 140 सेकेंड में कितनी दूरियाँ तय की जाएँगी? कौन-सा ऐलीवेटर अधिक दूरी तय करेगा और कितनी?

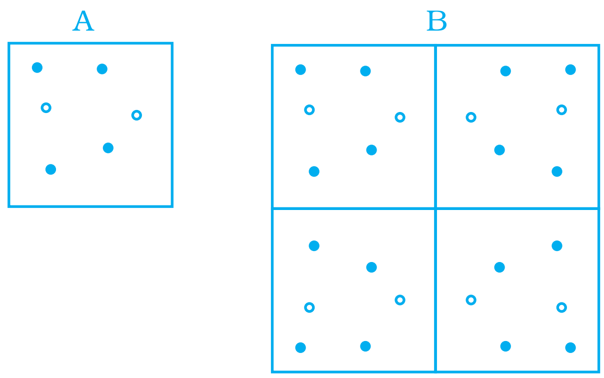
96. एक वॉलीबाल कोर्ट एक आयत के आकार का है और इसकी विमाएँ एक स्वीमिंग पूल की विमाओं के साथ सीधे अनुपात में हैं। पूल की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।



97. एक विशेष प्रकार के मफ्फिनों को तैयार करने के नुस्खे के लिए 1 कप दूध और 1.5 कप चॉकलेटों की आवश्यकता है। रिया के पास 7.5 कप चॉकलेट हैं। यदि वह इस नुस्खे को एक मार्गदर्शक के रूप में प्रयोग करना चाहती है, तो मफ्फिनों को तैयार करने के लिए उसे कितने कप दूध की आवश्यकता होगी?



98. पैटर्न B में पैटर्न A जैसी चार टाइलें बनी हैं। A और B पैटर्नों में लाल बिंदुओं और नीले बिंदुओं से संबद्ध एक समानुपात लिखिए। क्या वे सीधे समानुपात में हैं? यदि हाँ, तो समानुपात का अचर लिखिए।

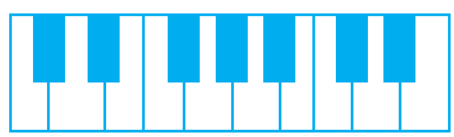


99. एक गेंदबाज क्रिकेट की गेंद को 120km/h की चाल से फेंकता है। बल्लेबाज तक पहुँचने के लिए 20 m की दूरी तय करने में गेंद को कितना समय लगेगा?

100. x, y के प्रतिलोम समानुपात में हैं। यदि x में p % की वृद्धि होती है, तो y में कितने प्रतिशत की कमी होगी?

101. यहाँ एक हारमोनियम का कुंजी बोर्ड दिया है–

(a) कुंजी बोर्ड पर सफेद कुंजियों का काली कुंजियों से अनुपात ज्ञात कीजिए।



(b) काली कुंजियों का कुंजी बोर्ड की सभी कुंजियों से क्या अनुपात है?

(c) बड़े कुंजी बोर्ड पर कुंजियों के इसी पैटर्न की पुनरावृत्ति होती है। ऐसे 14 पैटर्नों से बने कुंजी बोर्ड पर आप कितनी काली कुंजियों की अपेक्षा करते हैं?

102. निम्न सारणी एक नयी पर्यावरण मित्र ऊर्जा-कुशल कार, जो गैस से चलती है, द्वारा चली हुई दूरियाँ दर्शाती है–

गैस (लीटर में)	1	0.5	2	2.5	3	5
दूरी (km में)	15	7.5	30	37.5	45	75

इस सारणी से कौन-सा गुण प्रदर्शित हो रहा है? 8 लीटर गैस में यह कार कितनी दूरी चलेगी?

103. कृतिका ब्रेड के लिए नीचे दिये गये नुस्खे का उपयोग कर रही है। उसने महसूस किया कि उसकी बहन नाश्ते में अधिकांशत: चीनी के सीरप (चाश्नी) का उपयोग करती है। कृतिका के पास केवल $\frac{1}{6}$ कप सीरप है। वह छोटे आकार की ब्रेड बनाने का निर्णय लेती है। वह प्रत्येक घटक की कितनी मात्रा का उपयोग करेगी?

ब्रेड का नुस्खा

1 कप तुरंत पकने वाली जई (ओट्स)

2 कप ब्रेड का आटा

$\frac{1}{3}$ कप चीनी का सीरप

1 बड़ा चम्मच पकाने का तेल

$1\frac{1}{3}$ कप पानी

3 बड़े चम्मच खमीर

1 छोटा चम्मच नमक

104. अनेक स्कूलों में अनुशंसित विद्यार्थी–अध्यापक अनुपात 35:1 है। अगले वर्ष एक स्कूल को आशा है कि उसमें 280 नये विद्यार्थी प्रवेश लेंगे। विद्यार्थी–अध्यापक अनुपात को जारी रखने के लिए स्कूल को कितने नये अध्यापक नियुक्त करने पड़ेंगे।

105. कुसुम सदैव मीलों को किलोमीटर में तथा किलोमीटरों को मीलों में बदलना भूल जाती है। परंतु उसे याद है कि उसकी कार का स्पीडोमीटर मीलों और किलोमीटरों दोनों को दर्शाता है। वह जानती है कि 50 मील प्रति घंटों का अर्थ 80 किलोमीटर प्रति घंटा है। 200 km की दूरी चलने में कुसुम कितने मील की दूरी तय करेगी?

106. अंजू की कक्षा के विद्यार्थी धन एकत्रित करने के लिए पोस्टर बेच रहे हैं। अंजू अपनी कक्षा द्वारा एकत्रित की जाने वाली राशि और पोस्टरों की संख्या में एक अनुपात की रचना करना चाहती है। वह जानती है कि वे बेचे गये प्रत्येक 60 पोस्टरों से ₹ 250 एकत्रित कर सकते हैं।

(a) 102 पोस्टरों को बेचने पर अंजू की कक्षा कितनी धनराशि एकत्रित करेगी?

(b) क्या अंजू की कक्षा ठीक ₹ 2000 एकत्रित कर पाएगी? यदि हाँ, तो यह कितने पोस्टरों को बेचने पर होगा? यदि नहीं, तो क्यों?

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. $\text{चाल} = \frac{\text{चली दूरी}}{\text{लिया गया समय}}$

अपनी कक्षा के न्यूनतम 10 विद्यार्थियों को कुछ दूरी चलने को कहकर, उनकी चालें परिकलित कीजिए। प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा चली गई दूरी और उसके लिये लिया गया समय रिकॉर्ड कीजिए। इसके बाद निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

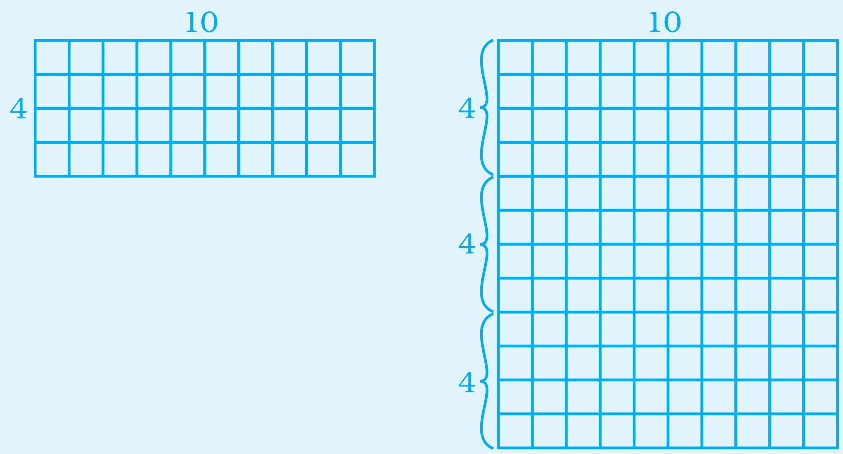
12/04/18

विद्यार्थी का नाम	चली दूरी (मीटरों में)	लिया गया समय (मिनट में)	चाल (m/मिनट में)
1			
2			

कौन-सा विद्यार्थी सबसे तेज दौड़ा?

2. वे आकृतियाँ जिनके आकार समान होते हैं, परंतु माप आवश्यक रूप से समान नहीं हों, समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं। हम समरूप आयतों को, उनकी विमाओं को एक ही अनुपात में बढ़ा अथवा घटा करके बना सकते हैं। आइए समरूप आयतों को वर्गाकार टाइलों का उपयोग करके बनाएँ।

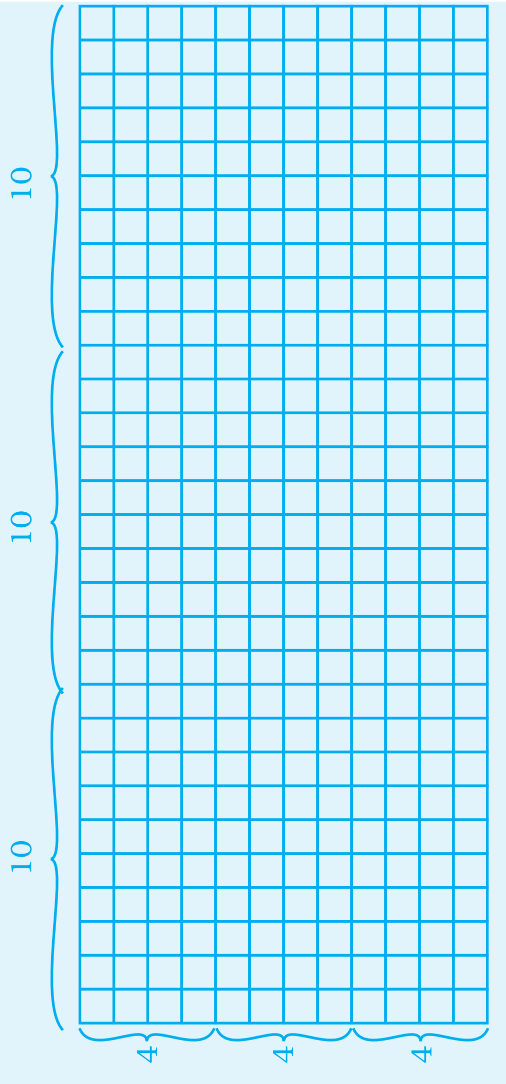
एक समरूप आयत की लंबाई क्या होगी यदि उसकी चौड़ाई 12 टाइलों से बनायी गयी है? आइए एक ऐसे आयत को लें, जिसकी लंबाई के अनुदिश 10 वर्गाकार टाइलें हैं और चौड़ाई के अनुदिश 4 वर्गाकार टाइलें हैं, जैसा आकृति में दर्शाया गया है।



10×4 आयत बनाने के लिए टाइलों का प्रयोग कीजिए।

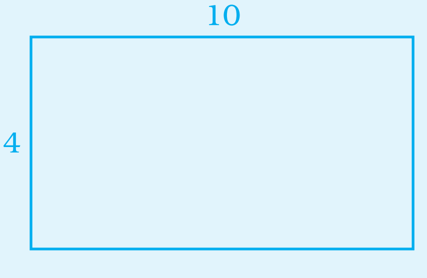
आयत की चौड़ाई 12 टाइल बढ़ाने के लिए इसमें टाइलें जोड़िए या लगाइए।

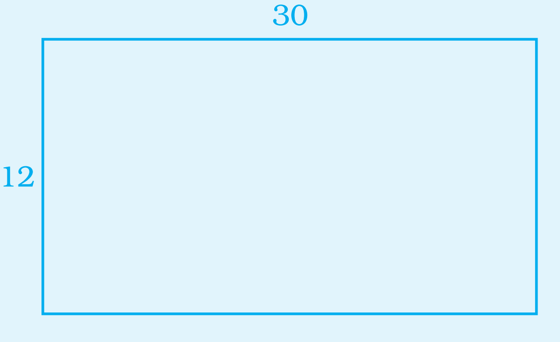
नये आयत की चौड़ाई प्रारंभिक आयत की चौड़ाई की तिगुनी है। दोनों आयतों की लंबाइयों को समानुपात में रखने के लिए, इस नये आयत की लंबाई भी प्रारंभिक आयत की लंबाई की तिगुनी होनी चाहिए।



आयत की लंबाई 30 टाइलें करने के लिए, इसमें टाइलें जोड़िए।

अपने उत्तर की जाँच करने के लिए, हम सीधे समानुपात की अवधारणा का उपयोग कर सकते हैं।





$$\frac{4}{10} = \frac{12}{30}$$

या $\frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

स्वयं कीजिए

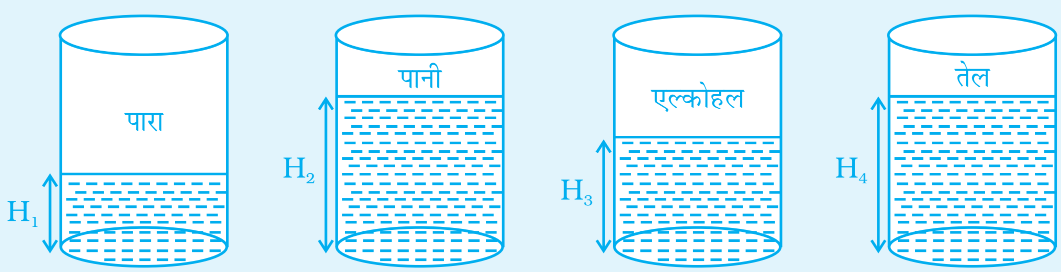
वर्गाकार टाइलों का प्रयोग करते हुए दी हुई विमाओं के समरूप आयत बनाइए तथा लंबाई x का मान ज्ञात कीजिए।

(a) प्रारंभिक आयत की चौड़ाई 8 टाइल हैं और लंबाई 6 टाइल हैं। समरूप आयत 16 टाइल चौड़ा है और x टाइल लंबा है।

(b) प्रारंभिक आयत 3 टाइल चौड़ा और 7 टाइल लंबा है। समरूप आयत 9 टाइल चौड़ा है और x टाइल लंबा है।

3. प्रतिलोम विचरण

समान ऊँचाई और समान त्रिज्या 5 cm वाले चार बेलनाकार बर्तन लीजिए। इन बर्तनों को विभिन्न प्रकार के समान द्रव्यमान (भिन्न घनत्व के) द्रवों से भरिए, जैसे–पारा, पानी, एल्कोहल, तेल।



प्रत्येक बर्तन में उस ऊँचाई को लिखिए जहाँ द्रव ठहरता है। इस सूचना को निम्न सारणी में भरिए तथा दर्शाइए कि यह प्रतिलोम विचरण (समानुपात) की स्थिति है–

घनत्व	पारा	पानी	एल्कोहल	तेल
(g/cm^3)	13.6 (D_1)	.99 (D_2)	.78 (D_3)	.96 (D_4)
ऊँचाई (cm में)	H_1	H_2	H_3	H_4

घनत्व × ऊँचाई = अचर

4. **क्रॉसवर्ड**

नीचे दिये गये क्रॉसवर्ड को हल कीजिए तथा दिये गये बॉक्सों को अंग्रेजी के शब्दों में भरिए। एक्रॉस तथा डाउन भरने के लिए नीचे संकेत दिये गये हैं–

संकेत

एक्रॉस

1. Two things are said to be varying __________ if they increase (decrease) together such that ratio of their corresponding values remains constant.

1. दो राशियाँ __________ विचरित कही जाती हैं, यदि वे एक साथ इस प्रकार बढ़ें (घटें) कि उनके संगत मानों का अनुपात अचर रहे।

4. Problems based on direct proportion can be solved using __________ method.

4. सीधे समानुपात पर आधारित प्रश्नों को __________ विधि का प्रयोग करके हल किया जा सकता है।

5. More the number of workers, __________ the number of days, to finish a job.

5. श्रमिकों की संख्या जितनी अधिक होगी, किसी कार्य को समाप्त करने में उतने ही __________ दिन लगेंगे।

7. Indirect __________.

7. प्रतिलोम __________।

9. Two quantities are said to be in inverse proportion if an increase in one quantity causes a proportional __________ in other.

9. दो राशियाँ प्रतिलोम समानुपात में कही जाती हैं, यदि एक राशि में वृद्धि होने से दूसरी राशि में समानुपाती __________ हों।

डाउन

2. Speed and time are in __________ proportion to each other if distantce remains the same.

2. यदि दूरी समान रहे, चाल और समय __________ समानुपात में होते हैं।

3. It is used to compare two ratios or make __________ fractions.

3. इसका उपयोग दो अनुपातों की तुलना करने या __________ भिन्न बनाने में होता है।

6. 'k' is called __________ of variation.

6. 'k' विचरण का __________ कहलाता है।

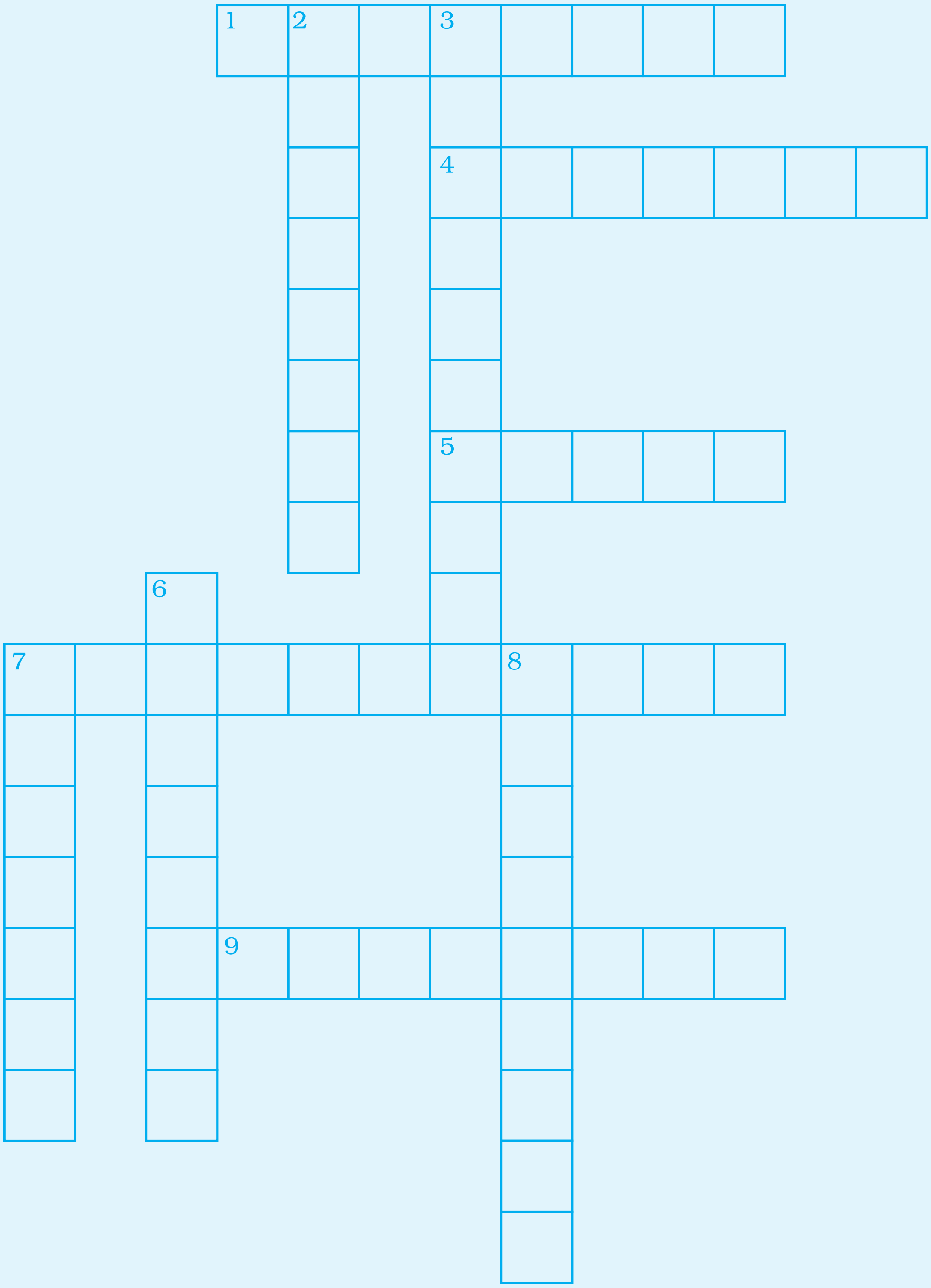
7. In inverse proportion, __________ of corresponding values remains constant.

12/04/18

7. प्रतिलोम समानुपात में, संगत मानों का ____________ अचर रहता है।

8. With an increase in quantity of milk, cost of milk also ____________.

8. दूध की मात्रा में वृद्धि होने पर, दूध की लागत में ____________ होती है।



12/04/18

इकाई 11

क्षेत्रमिति

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- एक सरल बंद आकृति की परिसीमा की लंबाई उसका **परिमाप** कहलाती है।
- क्षेत्रफल एक सरल बंद आकृति से घिरे क्षेत्र की **माप** होता है।
- एक आयत का परिमाप = 2 (लंबाई + चौड़ाई)
- एक आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई
- एक वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा
- एक वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा
- एक त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आधार × संगत ऊँचाई
- एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × संगत ऊँचाई
- एक वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2, जहाँ r त्रिज्या है
- एक समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × (समांतर भुजाओं का योग) × ऊँचाई
- एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × विकर्णों का गुणनफल
- एक घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4 (भुजा)^2
- एक घन का संपूर्ण या कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 (भुजा)^2
- एक घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 × ऊँचाई × (लंबाई + चौड़ाई)
- एक घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$

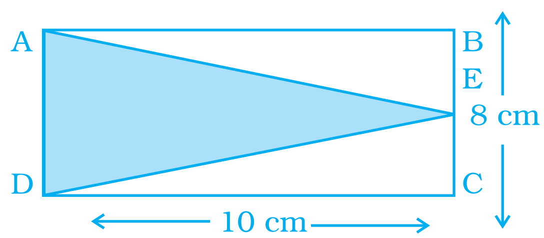
  जहाँ l, b तथा h क्रमशः लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई को निरूपित करते हैं।
- एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$
- एक बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r\,(r + h)$, जहाँ r त्रिज्या और h ऊँचाई है।

- एक ठोस द्वारा घेरे गये त्रिविमीय स्थान की माप को उसका **आयतन** कहते हैं।
- एक घन का आयतन = (भुजा)^3
- एक घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई
- एक बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
- $1 cm^3 = 1 mL$
- $1 L = 1000 cm^3$
- $1 m^3 = 1000000 cm^3 = 1000 L$

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1 : निम्न आकृति में, त्रिभुज ADE का क्षेत्रफल क्या है?



(a) $45 cm^2$ (b) $50 cm^2$ (c) $55 cm^2$ (d) $40 cm^2$

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 2 : किसी घन के आयतन में क्या परिवर्तन होगा, यदि उसकी भुजा मूल भुजा की 10 गुनी हो जाती है?

(a) आयतन 1000 गुना हो जाता है।

(b) आयतन 10 गुना हो जाता है।

(c) आयतन 100 गुना हो जाता है।

(d) आयतन $\frac{1}{1000}$ गुना हो जाता है।

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

उदाहरण 3 : एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल उसके विकर्णों के__________ के बराबर होता है।

हल गुणनफल

12/04/18

उदाहरण 4 : यदि एक घन के एक फलक का क्षेत्रफल 10 cm^2 है, तो उस घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल __________है।

हल 60 cm^2

उदाहरण 5 और 6 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य-

उदाहरण 5 : 1L = 1000 cm^3 है।

हल सही

उदाहरण 6 : किसी ठोस द्वारा घेरे गये त्रिविमीय स्थान की माप उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल कहलाता है।

हल असत्य

उदाहरण 7 : 800 m^2 क्षेत्रफल वाले एक आयताकार खेत में, सिंचाई के लिए 160 m^3 जल का प्रयोग किया जाना है। इस खेत में जल स्तर की ऊँचाई क्या होगी?

हल जल का आयतन = 160 m^3

आयताकार खेत का क्षेत्रफल = 800 m^2

मान लीजिए कि खेत में जल स्तर की ऊँचाई h मीटर होगी।

अब, जल का आयतन = खेत पर जल द्वारा बनाये गये घनाभ का आयतन

अत:, 160 = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

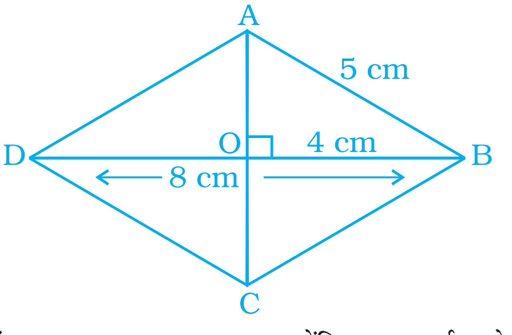
$= 800 \times h$

या $h = \frac{160}{800} = 0.2$

अत:, वाँछित ऊँचाई = 0.2 m है।

उदाहरण 8 : उस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा की माप 5cm और एक विकर्ण की माप 8cm है।

हल मान लीजिए कि ABCD नीचे दर्शाए गए चित्र के अनुसार एक समचतुर्भुज है-



यहाँ, DO = OB = 4cm क्योंकि समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित करते हैं। अत:, ΔAOB, में पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर

$AO^2 + OB^2 = AB^2$

$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3cm$

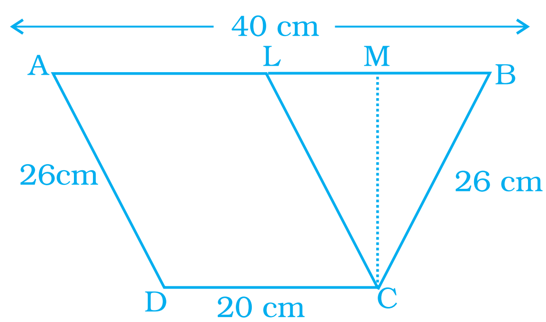
अत:, AC = 2 × 3 = 6cm

इस प्रकार, समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$

उदाहरण 9 : एक समलंब की समांतर भुजाएँ 40 cm और 20 cm हैं। यदि इसकी असमांतर भुजाएँ बराबर हैं और इनकी लंबाई 26 cm है, तो इस समलंब का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल मान लीजिए कि ABCD एक समलंब है, जिसमें AB = 40cm, CD = 20 cm और AD = BC = 26 cm है।



अब, CL ∥ AD खींचिए।

तब, ALCD एक समांतर चतुर्भुज है।

शब्दावली संबंध

इस इकाई में कुछ शब्दावली के पदों से परिचित होने के लिए निम्न पर विचार कीजिए:

1. किसी संख्या का वर्गमूल उस संख्या के दो बराबर गुणनखंडों में से एक होता है। उदाहरण के लिए 3, 9 का वर्ग मूल है क्योंकि 3 × 3 = 9 है।
2. शब्द परिमाप (perimeter) ग्रीक मूल शब्दों *पेरी* (peri), जिसका अर्थ 'सभी ओर' है तथा *मेट्रोन* (metron) जिसका अर्थ 'मापना' है, से आया है। किसी ज्यामितीय आकृति के परिमाप के विषय में आपको ग्रीक मूल क्या बताते हैं?
3. किसी संख्या के वर्ग करने का अर्थ है 'संख्या का स्वयं से गुणा करना, जैसे $2^2 = 2 \times 2$। वर्ग की इस विचारधारा के अनुरूप आप क्या सोचते हैं कि पूर्ण वर्ग क्या होना चाहिए?
4. शब्द परिधि (circumference) लैटिन शब्द *सरकमफेरे* (circumferre) जिसका अर्थ 'चारों ओर ले जाना' है, से आया है। वृत्त की परिधि को परिभाषित करने के लिए लैटिन अर्थ कैसे आपकी सहायता करता है?

अत:, AL = CD = 20 cm और CL = AD = 26 cm है।

ΔCLB में, हमें प्राप्त है–

CL = CB = 26 cm

अत:, Δ CLB एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

ΔCLB का शीर्षलंब CM खींचिए।

क्योंकि Δ CLB एक समद्विबाहु त्रिभुज है, अत: CM इसकी माध्यिका भी है।

तब, $LM = MB = \frac{1}{2} BL = \frac{1}{2} \times 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

[क्योंकि BL = AB – AL = (40 – 20) cm = 20 cm]

ΔCLM में, पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है–

$CL^2 = CM^2 + LM^2$

या $26^2 = CM^2 + 10^2$

या $CM^2 = 26^2 - 10^2 = (26 - 10)(26 + 10) = 16 \times 36 = 576$

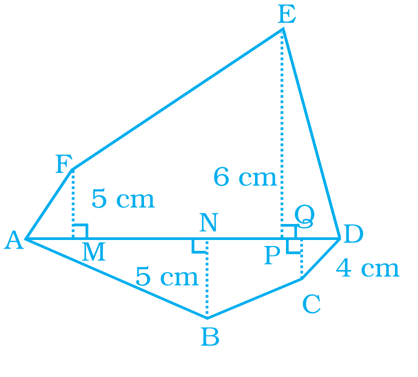
अत:, $CM = \sqrt{576} = 24\text{cm}$

अत:, समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (समांतर भुजाओं का योग) × ऊँचाई

$$= \frac{1}{2}(20 + 40) \times 24\text{cm}^2 = 30 \times 24\text{cm}^2 = 720\text{cm}^2$$

उदाहरण 10 : बहुभुज ABCDEF का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि AD = 18cm, AQ = 14cm, AP = 12cm, AN = 8cm, AM = 4cm, FM, EP, QC और BN विकर्ण AD पर लंब हैं।

हल



इस आकृति में,

MP = AP – AM = (12 – 4) cm = 8 cm

PD = AD – AP = (18 – 12) cm = 6 cm

NQ = AQ – AN = (14 – 8) cm = 6 cm

QD = AD – AQ = (18 – 14) cm = 4 cm

बहुभुज ABCDEF का क्षेत्रफल

= ΔAFM का क्षेत्रफल + समलंब FMPE + का क्षेत्रफल ΔEPD + का क्षेत्रफल ΔANB + का क्षेत्रफल+समलंब NBCQ + का क्षेत्रफल ΔQCD का क्षेत्रफल।

$$= \frac{1}{2} \times AM \times FM + \frac{1}{2}(FM + EP) \times MP + \frac{1}{2} PD \times EP + \frac{1}{2} \times AN \times NB + \frac{1}{2}(NB + CQ) \times NQ + \frac{1}{2} QD \times CQ$$

$$= (\frac{1}{2} \times 4 \times 5 + \frac{1}{2}(5 + 6) \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6 + \frac{1}{2} \times 8 \times 5 + \frac{1}{2}(5 + 4) \times 6 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4)\text{cm}^2$$

$$= (10 + 44 + 18 + 20 + 27 + 8)\text{cm}^2 = 127\text{cm}^2$$

अत:, वाँछित क्षेत्रफल 127cm^2 है।

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 11:

एक घुड़साल एक घनाभ के रूप की है जिसकी बाहरी विमाएँ 70m × 35m × 40m हैं, जिसके ऊपर एक बेलन आच्छादित है, जिसे व्यास 35m द्वारा आधा किया गया है तथा यह एक आयताकर 70m × 40m की ओर से खुला हुआ है। इस घुड़साल के बाहरी भाग को ₹ 2 प्रति m^2 की दर से पेंट कराने की लागत ज्ञात कीजिए।

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- आप क्या जानते हैं?

  यहाँ, आप जानते हैं कि घनाभ में L = 70m, B = 35m, H = 40m, बेलन का व्यास 35m और पेंटिग की लागत ₹ 2 प्रति M^2/h

- आपको प्रश्न को हल करने के लिए, किस तथ्य की आवश्यकता है, जो दिया नहीं गया है। बेलन की ऊँचाई।

12/04/18

एक युक्ति की योजना बनाइए

- घुड़साल के आकार को मस्तिष्क में सोचिए और इसका चित्रण कीजिए। (छायांकित भाग से खुली हुई)
- घनाभाकार भाग और बेलनाकार से भाग के बारे में सोचिए, जिस पर पेंट करना है।
- उपरोक्त परिकलित दोनों क्षेत्रफलों को जोड़िए।
- लागत ज्ञात कीजिए।

हल कीजिए

- बेलनाकार भाग का क्षेत्रफल जिसे पेंट करना है $= \frac{1}{2}$ [T.S.A]

$$= \frac{1}{2}\,[2\pi R\,(R + H)]$$

$$= \frac{1}{2}\left[2\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{2}\left(\frac{35}{2}+70\right)\right]$$

$$= 4812.5\ m^2$$

- घनाभ का भाग जिसे पेंट करना है = तीन दीवारों का क्षेत्रफल

$$= lh + 2bh$$

$$= (70 \times 40 + 2 \times 40 \times 35)\ m^2$$

$$= (2800 + 2800)\ m^2$$

$$= 5600\ m^2$$

- पेंट किये जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= (4812.5 + 5600) m^2$

$$= 10,412.5\ m^2$$

- प्रति m^2 पेंटिंग की लागत = ₹ 2

  $10412.5 m^2$ पर पेंट कराने की लागत = 10,412.5 × ₹ 2

  = ₹ 20,825

पुनर्निरीक्षण

- कोई अन्य योजना अपनाते हुए अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए। उदाहरणार्थ, यहाँ दो चरणों में क्षेत्रफल निकालने के स्थान पर, हम एक ही चरण में क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते हैं:

  पेंट किये जाने वाला क्षेत्रफल =

  तीनों दीवारों का क्षेत्रफल + बेलनाकार भाग का क्षेत्रफल

$$= 2bh + lh + \frac{1}{2}\,[2\pi RH + 2\pi R^2]$$

$$= h\,[2b + l] + [\pi R\,(R + H)]$$

$$= \left\{40\,[2 \times 35 + 70] + \frac{22}{7} \times \frac{35}{2}\left(\frac{35}{2} + 70\right)\right\} m^2$$

$$= \{40\,[140] + 55 \times 87.5\} m^2$$

$$= (5600 + 4812.5) m^2 = 10412.5\ m^2$$

लागत ज्ञात कीजिए। (वही विधि जो पहले अपनाई है)

अत:, सत्यापित हुआ।

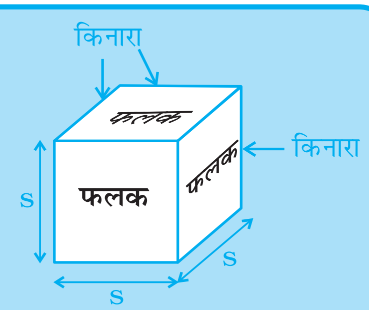
सोचिए तथा चर्चा कीजिए

(a) पेंट करने की लागत क्या होगी यदि बेलनीय छत को पेंट न किया जाए?

(b) पेंट करने की लागत क्या होगी यदि एक फलक को सम्मिलित न किया जाए? क्या लागतों में कोई अंतर आता है?

एक घन एक ऐसा त्रिविमीय ठोस है जिसमें छ: वर्गाकार फलक होते हैं।

इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल इसके सभी 6 फलकों का कुल क्षेत्रफल है। क्योंकि प्रत्येक फलक एक वर्ग है, अत: एक घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र है: $\mathbf{A = 6s^2}$



(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 28 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक विकल्प सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. भुजा 5 cm वाले एक घन के सभी फलकों पर पेंट किया जाता है। यदि इसे 1 घन सेंटीमीटरों वाले घनों में काट लिया जाए, तो कितने 1 घनसेंटीमीटर घनों में ठीक एक फलक पेंट किया गया होगा?

(a) 27 (b) 42 (c) 54 (d) 142

2. भुजा 4 cm वाले एक घन को 1 cm घनों में काटा जाता है। प्रारंभिक घन और कटे हुए घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में क्या अनुपात है?

12/04/18

(a) 1 : 2 (b) 1 : 3 (c) 1 : 4 (d) 1 : 6

3. एक वर्गाकार शीट में से अधिकतम माप का एक वर्ग काट लिया जाता है। इसके बाद इस वृत्त में से अधिकता माप का एक वर्ग काट लिया जाता हैं। अंतिम वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) प्रारंभिक वर्ग का $\frac{3}{4}$ (b) प्रारंभिक वर्ग का $\frac{1}{4}$

(c) प्रारंभिक वर्ग का $\frac{1}{4}$ (d) प्रारंभिक वर्ग का $\frac{2}{3}$

4. लंबाई l इकाई और चौड़ाई w इकाई वाले एक आयत में समाहित होने वाले सबसे बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

(a) $\frac{lw}{2}$ (b) $\frac{lw}{3}$ (c) $\frac{lw}{6}$ (d) $\frac{lw}{4}$

5. यदि एक बेलन की ऊँचाई प्रारंभिक ऊँचाई की $\frac{1}{4}$ हो जाए तथा त्रिज्या दोगुनी हो जाए, तो निम्न में से कौन सत्य होगा?

(a) बेलन का आयतन दोगुना हो जाएगा।

(b) बेलन के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

(c) बेलन का आयतन आधा हो जाएगा।

(d) बेलन का आयतन प्रारंभिक आयतन का $\frac{1}{4}$ हो जाएगा।

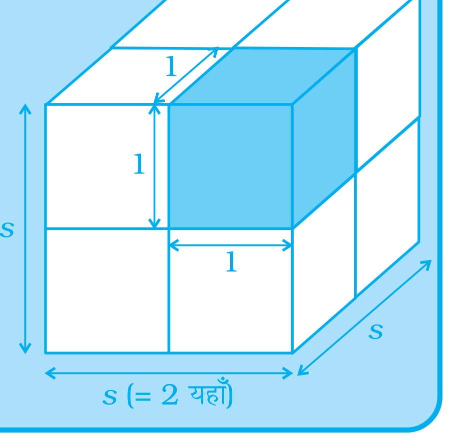
किसी त्रिविमीय वस्तु का आयतन उसके अंदर के स्थान की मात्रा का **माप** होता है।

इसे घन इकाइयों में मापा जाता है तथा यह इकाई घनों (जिनके किनारों की लंबाई है) की संख्या के बराबर होता है।

दाईं तरफ दिए गए रेखाचित्र में प्रत्येक भुजा की लंबाई 2 इकाई है, इसलिये दो इकाई घन प्रत्येक भुजा के साथ सही बैठते हैं। (एक इकाई घन नीले रंग का है।)

आप सूत्र का प्रयोग करते हुए घन का स्तर गिन सकते हैं:

$V = S \times S \times S$ Or $V = S^3$



12/04/18

6. यदि एक बेलन की ऊँचाई प्रारंभिक ऊँचाई की $\frac{1}{4}$ हो जाए और त्रिज्या दोगुनी हो जाए, तो निम्न में से कौन सत्य होगा?

(a) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल दोगुना हो जाएगा।

(b) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वही रहेगा।

(c) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल आधा हो जाएगा।

(d) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल प्रारंभिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का $\frac{1}{4}$ हो जाएगा।

7. यदि एक बेलन की ऊँचाई प्रारंभिक ऊँचाई की $\frac{1}{4}$ हो जाए और त्रिज्या दोगुनी हो, तो निम्न में से कौन सत्य होगा?

(a) बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल दोगुना हो जाएगा।

(b) बेलन के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में कोई परिवर्तन नहीं होगा।

(c) बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल आधा हो जाएगा।

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं।

8. किसी घनाभ के एक ही बिंदु पर मिलने वाले फलकों के क्षेत्रफल 6cm^2, 15cm^2 और 10 cm^2 है। इस घनाभ का आयतन है–

(a) 30 cm^3 (b) 40 cm^3 (c) 20 cm^3 (d) 35 cm^3

9. एक समषड्भुज त्रिज्या r वाले एक वृत्त के अंतर्गत है। इस समषड्भुज का परिमाप है–

(a) $3r$ (b) $6r$ (c) $9r$ (d) $12r$

10. एक घनाभाकार गोदाम की विमाएँ 40m, 25m और 10m है। इसमें घनाभाकार डिब्बे रखे जाते हैं, जिनमें से प्रत्येक की विमाएँ $2\text{m} \times 1.25\text{m} \times 1\text{m}$ हैं। तब, रखे जा सकने वाले डिब्बों की संख्या होगी–

(a) 1800 (b) 2000 (c) 4000 (d) 8000

इन प्रश्नों के उत्तरों के बारे में सोचिए। अपने विचारों के बारे में अन्य विद्यार्थियों और अपने शिक्षक से चर्चा कीजिए तब अपनी अभ्यास पुस्तिका में अपनी उपलब्धियों का सारांश लिखिए।

1. एक आयताकार बॉक्स के सभी फलकों का कुल क्षेत्रफल ज्ञात करने की विधि की व्याख्या कीजिए।

2. एक आयताकार बॉक्स को एक जैसे घनों की संख्या से कैसे भरा जायेगा, इसकी व्याख्या कीजिए।

3. मान लीजिए कि एक दिये हुए बॉक्स के लिए अनेक विभिन्न प्रकार के नेट बनाये जाते हैं। सभी नेटों में क्या उभयनिष्ठ है? क्या विभिन्नता है?

11. एक घन का आयतन 64 cm^3 है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल है–

(a) 16 cm^2 (b) 64 cm^2 (c) 96 cm^2 (d) 128 cm^2

12. किसी बेलन की त्रिज्या तिगुनी कर दी जाती, परंतु उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल वही रहता है। तब, बेलन की ऊँचाई होनी चाहिए–

(a) तिगुनी (b) अचर (c) $\frac{1}{6}$ (d) एक तिहाई

13. 2m भुजा वाले एक घनाकार डिब्बे में 20 cm भुजा वाले कितने छोटे घन ठीक समावेशित किये जा सकते हैं?

(a) 10 (b) 100 (c) 1000 (d) 10000

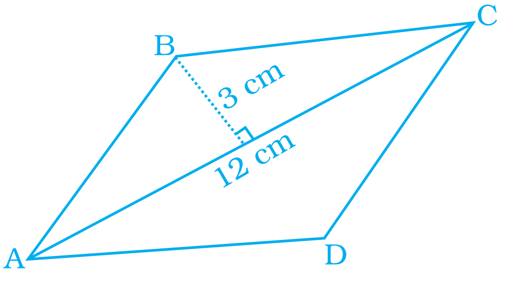
14. एक बेलन का आयतन, जिसकी त्रिज्या r उसकी ऊँचाई के बराबर है, है–

(a) $\frac{1}{4}\pi r^3$ (b) $\frac{\pi r^3}{32}$ (c) πr^3 (d) $\frac{\pi r^3}{8}$

15. $3x$ भुजा वाले घन का आयतन होगा–

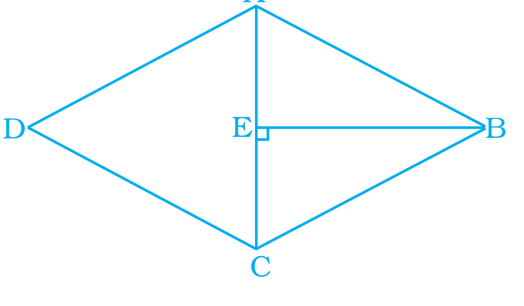
(a) $27x^3$ (b) $9x^3$ (c) $6x^3$ (d) $3x^3$

16. नीचे दी गयी आकृति में, ABCD एक चतुर्भुज है, जिसमें AB = CD और BC = AD है। इसका क्षेत्रफल है–



(a) 72 cm^2 (b) 36 cm^2 (c) 24 cm^2 (d) 18 cm^2

17. नीचे दिये गये समचतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल क्या है, यदि AC = 6 cm और BE = 4cm हो?



(a) 36 cm^2 (b) 16 cm^2 (c) 24 cm^2 (d) 13 cm^2

18. किसी समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 60 cm^2 है और उसका एक शीर्ष लंब 5 cm है। उसकी संगत भुजा की लंबाई है।

(a) 12cm (b) 6 cm (c) 4 cm (d) 2 cm

19. एक समलंब का परिमाप 52 cm, उसकी प्रत्येक असमांतर भुजा की लंबाई 10 cm तथा इसकी ऊँचाई 8 cm है। इसका क्षेत्रफल है–

(a) 124 cm^2 (b) 118 cm^2 (c) 128 cm^2 (d) 112 cm^2

20. एक चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 20 cm^2 है तथा विकर्ण BD पर सम्मुख शीर्षों से डाले गये लंबों की लंबाइयाँ 1 cm और 1.5 cm हैं। BD की लंबाई है–

(a) 4 cm (b) 15 cm (c) 16 cm (d) 18 cm

21. 27 cm लंबी, 8 cm चौड़ी और 1 cm मोटी एक धातु की चादर को पिघलाकर एक ठोस घन बनाया जाता है। इस घन की भुजा होगी–

(a) 6 cm (b) 8 cm (c) 12 cm (d) 24 cm

22. 6 cm, 8 cm और 12 cm भुजा वाले तीन धातु के घनों को पिघलाकर एक अकेला घन बनाया जाता है। नये घन की भुजा है–

(a) 12 cm (b) 24 cm (c) 18 cm (d) 20 cm

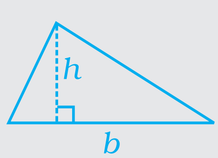
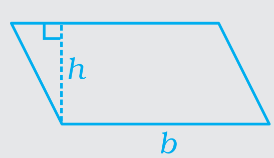
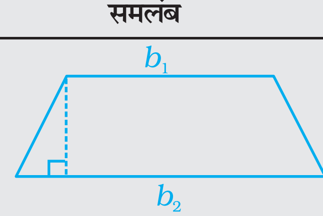
23. ढक्कन वाले एक लकड़ी के डिब्बे की आंतरिक माप 115 cm, 75 cm और 35 cm हैं तथा लकड़ी की मोटाई 2.5 cm है। लकड़ी का आयतन होगा–

(a) 85,000 cm^3 (b) 80,000 cm^3 (c) 82,125 cm^3 (d) 84,000 cm^3

24. दो बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 1: 2 है तथा इनकी ऊँचाइयों का अनुपात 2:3 है। उनके आयतनों का अनुपात होगा–

(a) 1:6 (b) 1:9 (c) 1:3 (d) 2:9

समतलीय आकृतियों के क्षेत्रफल ज्ञात करना

त्रिभुज	समांतर चतुर्भुज	समलंब	वृत्त
 $A = \frac{1}{2}bh$	 $A = bh$	 $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$	 $A = \pi r^2$

12/04/18

25. दो घनों के आयतनों का अनुपात 1:64 है। पहले घन के एक फलक के क्षेत्रफल का दूसरे घन के एक फलक के क्षेत्रफल से अनुपात होगा–

(a) 1:4 (b) 1:8 (c) 1:16 (d) 1:32

26. एक आयताकार ठोस के छः फलकों के पृष्ठीय क्षेत्रफल 16, 16, 32, 32, 72 और 72 वर्ग सेंटीमीटर है। इस ठोस का घन सेंटीमीटरों में आयतन होगा–

(a) 192 (b) 384 (c) 480 (d) 2592

27. रमेश के पास निम्न तीन बर्तन हैं–

(a) त्रिज्या r और ऊँचाई h वाला एक बेलनाकार बर्तन A

(b) त्रिज्या $2r$ और ऊँचाई $\frac{h}{2}$ वाला एक बेलनाकार बर्तन B, और

(c) विमाओं $r \times r \times h$ वाला एक घनाभाकार बर्तन C

इन बर्तनों की इनके आयतनों के अनुसार आरोही क्रम में व्यवस्था है–

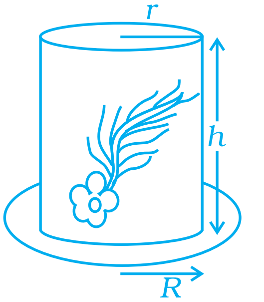
(a) A, B, C

(b) B, C, A

(c) C, A, B

(d) व्यवस्थित नहीं किये जा सकते।

28. यदि h एक हैट की ऊँचाई है, r उसके शीर्ष की त्रिज्या है और उसके आधार की त्रिज्या R है, तो कुल बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल है–



(a) $\pi r (2h + R)$ (b) $2\pi r (h + R)$

(c) $2 \pi rh + \pi R^2$ (d) $2\pi rh + \pi r^2 + \pi R^2)$

प्रश्न 29 से 52 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

29. भुजा 4 cm वाले एक घन के सभी फलकों पर पेंट किया जाता है। यदि इसे 1 cm घनों में काटा जाये, तो उन घनों की संख्या, जिसके ठीक दो फलकों पर पेंट किया गया होगा, __________ होगी।

30. भुजा 5 cm वाला एक घन 1 cm घनों में काटा गया है। इस प्रकार काटने के बाद आयतन में प्रतिशत वृद्धि __________ है।

31. भुजा a वाले दो घनों को सिरे से सिरा मिलाकर जोड़ने से बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल __________ होगा।

32. यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्णों को दोगुना कर दिया जाये, तो उस समचतुर्भुज का क्षेत्रफल प्रारंभिक समचतुर्भुज के क्षेत्रफल का __________ होगा।

33. यदि एक घन ऊँचाई h वाले बेलन के अंदर ठीक-ठीक रखा जा सकता है, तो उसका आयतन __________ है और पृष्ठीय क्षेत्रफल __________है।

34. एक बेलन का आयतन प्रारंभिक आयतन का __________ हो जाता है, यदि उसकी त्रिज्या प्रारंभिक त्रिज्या की आधी हो जाये।

35. यदि किसी बेलन की ऊँचाई प्रारंभिक ऊँचाई की आधी हो जाए, तो उसके वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में __________ प्रतिशत की कमी हो जाती है।

36. उस बेलन का आयतन, जो भुजा a वाले घन के अंदर ठीक-ठीक समावेशित हो जाता है, __________ है।

37. उस बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल, जो भुजा b वाले घने के अंदर ठीक-ठीक समावेशित हो जाता है, __________ है।

38. यदि किसी चतुर्भुज का एक विकर्ण का d दोगुना कर दिया जाए, तथा d पर गिरने वाली ऊँचाइयाँ h_1 और h_2 आधी कर दी जाएँ, तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल __________हो जाएगा।

39. एक आयत का परिमाप उसके प्रारंभिक परिमाप का __________ हो जाता है, यदि उसकी लंबाई और चौड़ाई दोगुनी कर दी जाएँ।

40. किसी समलंब, जिसमें तीन भुजाएँ बराबर हैं तथा जिसकी चौथी भुजा उनमें से प्रत्येक की दोगुनी है, को __________ क्षेत्रफल के _______ समबाहु त्रिभुजों में विभाजित किया जा सकता है।

41. एक घनाभ के सभी छः फलक आकार में _______ होते हैं और _______ क्षेत्रफल के होते हैं।

42. घनाभ के सम्मुख फलकों के क्षेत्रफल _________ होते हैं।

43. त्रिज्या h और ऊँचाई r वाले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल _______ है।

44. त्रिज्या h और ऊँचाई r वाले बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल _________ है।

45. त्रिज्या h और ऊँचाई r वाले बेलन का आयतन __________है।

46. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ _________का गुणनफल।

पुनर्निरीक्षण

- क्या आपका उत्तर तर्कसंगत है?

  किसी शब्द समस्या को हल करने के पश्चात, आप स्वयं से पूछिए कि क्या आपका उत्तर सार्थक है। आप तर्कसंगत उत्तर प्राप्त करने के लिए समस्या में संख्याओं का सन्निकट करके आकलन कर सकते हैं। इससे आपको उत्तर को वाक्य-रूप में लिखने में सहायता मिल सकती है।

12/04/18

47. दो A और B बेलनों को विमाओं 20 cm × 10 cm वाली एक आयताकार शीट को क्रमशः उसकी लंबाई और चौड़ाई के अनुदिश मोड़कर बनाया गया है। तब A का आयतन B के आयतन का _________ होगा।

48. उपरोक्त प्रश्न 47 में, A का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल B के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल के_________ है।

49. किसी ठोस का ___________ उसके द्वारा घेरे गये स्थान की माप होता है।

50. किसी कमरे का___________ पृष्ठीय क्षेत्रफल = चारों दीवारों का क्षेत्रफल।

51. बराबर आयतनों वाले दो बेलनों की ऊँचाइयों का अनुपात 1:9 है। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ___________ है।

52. बराबर आयतनों वाले दो बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 1:6 है। उनकी ऊँचाइयों का अनुपात ___________है।

प्रश्न 53 से 61 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य:

53. एक घन के किन्हीं दो फलकों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

54. एक घनाभ के किन्हीं दो फलकों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

55. भुजा x वाले तीन घनों को सिरे से सिरा मिलाकर बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल भुजा x वाले एक घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल का तिगुना होता है।

56. बराबर आयतनों वाले दो घनाभों के पृष्ठीय क्षेत्रफल सदैव बराबर होते हैं।

57. एक समलंब का क्षेत्रफल चार गुना हो जाता है, यदि उसकी ऊँचाई दोगुनी कर दी जाए।

58. भुजा 3 cm वाले एक घन, जिसके सभी फलकों पर पेंट किया गया है, को 1 सेंटीमीटर घनों में काटा जाता है। इन सेंटीमीटर घनों में केवल 1 घन ऐसा है जिसके किसी भी फलक पर पेंट नहीं हुआ होगा।

59. समान आयतनों वाले दो बेलनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल सदैव बराबर होते हैं।

60. विमाओं 2 × 1 × 1 वाले एक घनाभ को दो बराबर भागों में बाँटने पर प्राप्त एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई है।

61. किसी वृत्त के क्षेत्रफल का उस वर्ग के क्षेत्रफल से अनुपात 1 : π होता है, जिसकी भुजा वृत्त की त्रिज्या के बराबर हो।

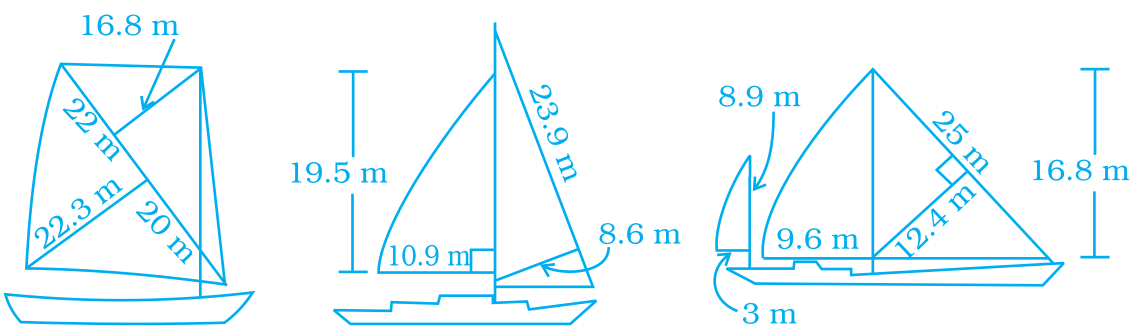
62. एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल 48 m^2 है और इसकी एक भुजा 6m है। कोई महिला 20m/मिनट की दर से इस खेत को विकर्णतः पार करने में कितना समय लेगी?

63. किसी गाड़ी के सामने के पहिए की परिधि 3 m है तथा पीछे के पहिए की परिधि 4m है। यह गाड़ी कितनी दूर चलेगी, यदि सामने वाला पहिया पीछे वाले पहिए से पाँच चक्कर अधिक लगाता है?

64. चार घोड़ों को 70 m भुजा वाले एक वर्गाकार खेत के चारों कोनों पर बराबर लंबाइयों की रस्सियों से इस प्रकार बाँधा गया है कि वे एक-दूसरे तक केवल पहुँच ही पाते हैं। खेत का वह क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिस पर घोड़े घास नहीं चर पाएँगे।

65. किसी कमरे की दीवारों और छत पर प्लास्टर किया जाना है। इस कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 4.5m, 3m, और 350cm हैं। ₹ 8 m^2 की दर से प्लास्टर कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

66. आजकल की अधिकांश सेलबोटों में दो सेल होते हैं- जिब और मुख्यसेल। कल्पना कीजिये कि सेल्स त्रिभुज हैं, निकटतम दशांश तक प्रत्येक सेलबोट का कुछ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



(i) (ii) (iii)

67. बराबर असमांतर भुजाओं वाले एक समलंब का क्षेत्रफल 168 m^2 है। यदि समांतर भुजाओं की लंबाइयाँ 36m और 20m हैं, तो असमांतर भुजाओं की लंबाइयाँ ज्ञात कीजिए।

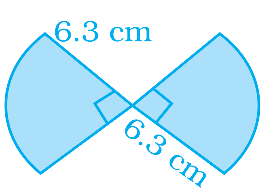
68. मुकेश 14m त्रिज्या वाले एक वृत्ताकार पथ पर 4km/h की चाल से चलता है। यदि वह इस पथ के 20 चक्कर लगाता है, तो इसमें उसे कितना समय लगेगा?

69. दो वृत्तों के क्षेत्रफल 49:64 के अनुपात में हैं। उनकी परिधियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

70. एक तालाब वृत्ताकार है और उसकी परिसीमा के अनुदिश एक फुटपाथ बना हुआ है। एक व्यक्ति इसके चारों ओर उसके किनारे के निकट रहते हुए ठीक एक चक्कर लगाता है। यदि उसके एक कदम की लंबाई 66cm है और वह चक्कर लगाने में ठीक 400 कदम चलता है, तो इस तालाब का व्यास ज्ञात कीजिए।

71. किसी दौड़ के पथ में 63m त्रिज्या के दो अर्धवृत्ताकार सिरे हैं और दो सीधी लंबाइयाँ हैं। इस पथ का परिमाप 1000m है। प्रत्येक सीधी लंबाई ज्ञात कीजिए।

72. नीचे दी हुई आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए-

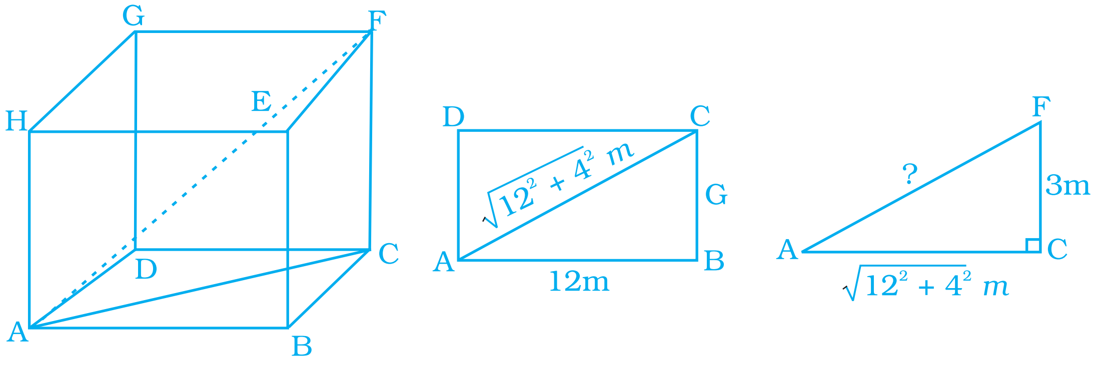


12/04/18

73. साइकिल का एक पहिया 1 km की दूरी तय करने में 500 चक्कर लगाता है। पहिए का व्यास ज्ञात कीजिए।

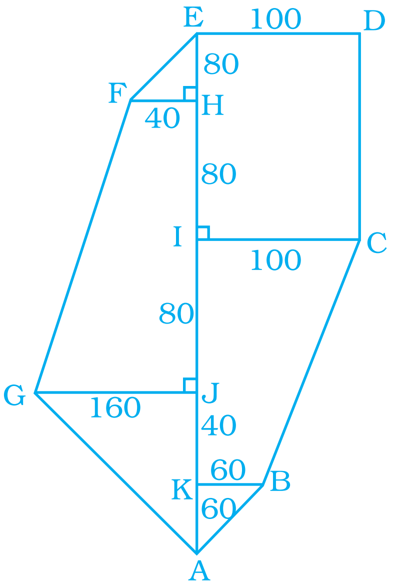
74. एक लड़का इस प्रकार साइकिल चला रहा है कि साइकिल के पहिये 1 घंटे में 140 चक्कर लगा रहे हैं। यदि पहिये का व्यास 60cm है, तो उसकी km/h में चाल ज्ञात कीजिए, जिससे वह साइकिल चला रहा है।

75. सबसे बड़े डंडे की लंबाई ज्ञात कीजिए, जो 12m × 4m × 3m विमाओं वाले एक कमरे में रखा जा सकता है।

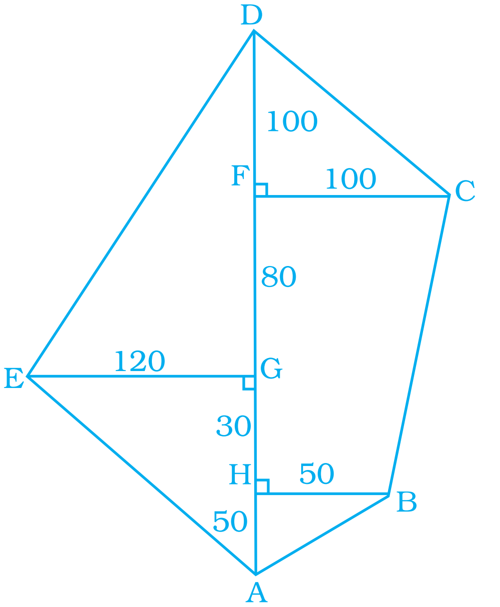


प्रश्न 76 तथा 77 में दिये गये खेतों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। सभी मापन मीटरों में हैं।

76.



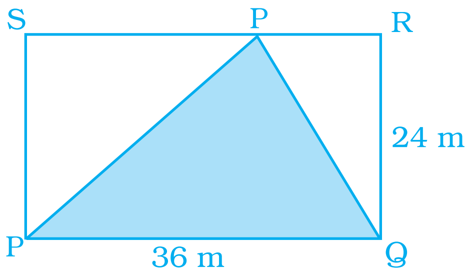
77.



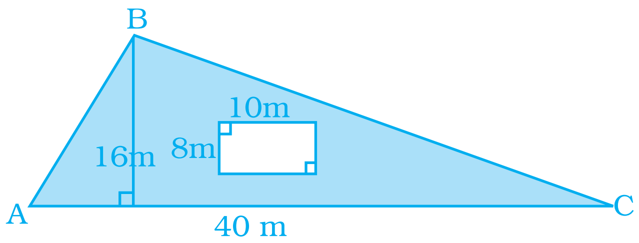
12/04/18

प्रश्न 78 से 83 में से प्रत्येक में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

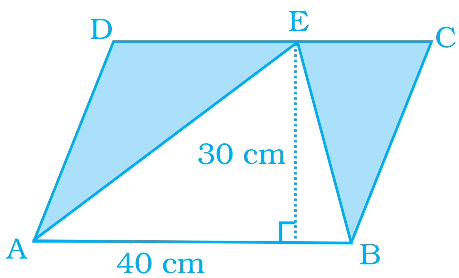
78.



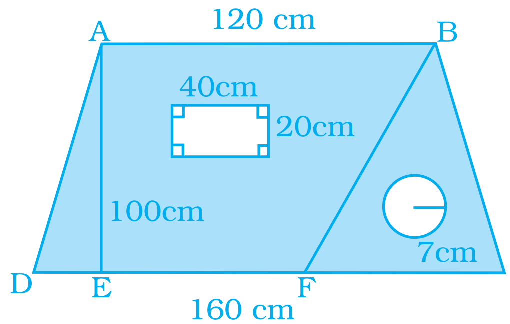
79.



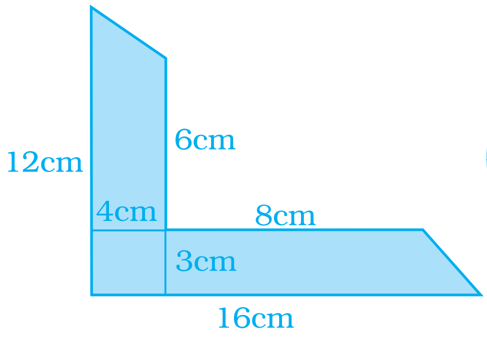
80.



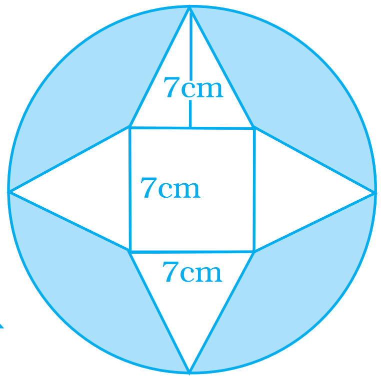
81.



82.



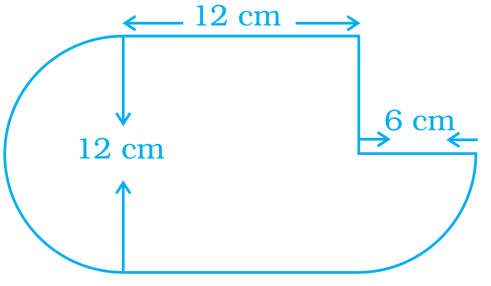
83.



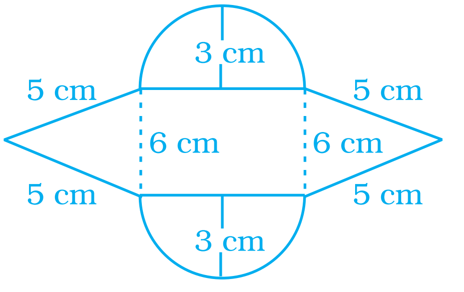
12/04/18

प्रश्न 84 तथा 85 में दी गयी आकृतियों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

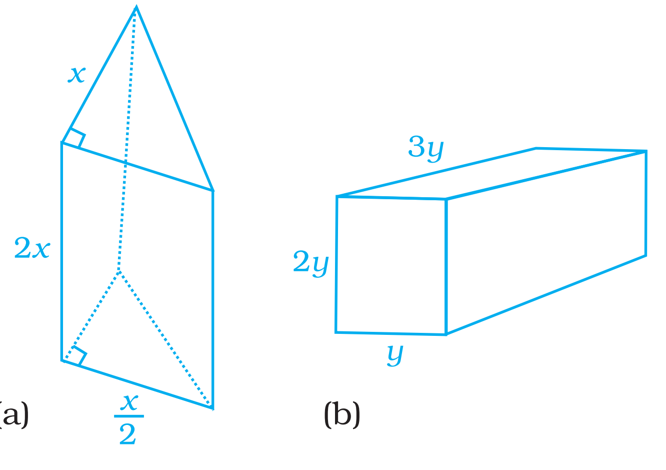
84.



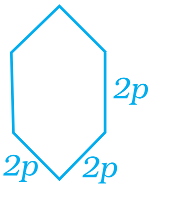
85.



86. नीचे दी हुई आकृतियों के आयतन ज्ञात कीजिए, यदि इनमें आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई है–



(a) (b)



(c)

87. 5cm भुजा वाले एक घन को सभी संभव 1 cm घनों में काटा जाता है। प्रारंभिक घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल और सभी छोटे घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों के योग का क्या अनुपात है?

88. एक वर्गाकार शीट को उसकी एक भुजा के अनुदिश मोड़कर एक बेलन बनाया जाता है। इस बेलन की आधार त्रिज्या और वर्ग की भुजा का क्या अनुपात है?

89. 7 m गहरे और 2.8m व्यास के एक कुएँ को खोदने पर कितने घनमीटर मिट्टी निकलेगी?

90. एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 3:2 है तथा इसका आयतन 19,404 cm^3 है। उसकी त्रिज्या और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

91. एक खोखले धातु के बेलन की मोटाई 2 cm है जो 70 cm लंबा है और जिसकी बाहरी त्रिज्या 14 cm है। यह मानते हुए कि बेलन दोनों सिरों से खुला है, इस बेलन के बनाने में प्रयुक्त धातु का आयतन ज्ञात कीजिए। साथ ही, इसका भार भी ज्ञात कीजिए, यदि धातु का भार 8 g प्रति cm^3 है।

92. एक बेलन की त्रिज्या r और ऊँचाई h है। आयतन में परिवर्तन ज्ञात कीजिए, यदि उसकी–

(a) ऊँचाई दोगुनी कर दी जाये।

(b) ऊँचाई दोगुनी कर दी जाए और त्रिज्या आधी कर दी जाये।

(c) ऊँचाई वही रहे और त्रिज्या आधी कर दी जाये।

93. यदि किसी घन के प्रत्येक भुजा की लंबाई तिगुनी कर दी जाये, तो उसके आयतन में क्या परिवर्तन होगा?

94. एक बढ़ई एक आयताकार डिब्बा बनाता है, जिसका आयतन 13,400 cm^3 है। इसके आधार का क्षेत्रफल 670 cm^2 है। इस डिब्बे बनाने के लिए आवश्यक धातु की शीट का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

95. ऊपर से खुले एक धातु के घनाभाकार डिब्बे की विमाएँ 20 cm × 16 cm × 14 cm हैं। ऐसे 10 डिब्बे बनाने के लिए आवश्यक धातु की शीट का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

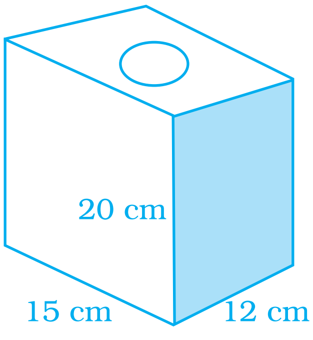
96. 4.2m, 3m और 1.8m विमाओं वाली एक पानी की टंकी की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए।

97. आयतन 8 cm^3 का एक घन बनाने के लिए 0.5cm भुजा वाले कितने घनों की आवश्यकता होगी?

98. लकड़ी के एक डिब्बे (ढक्कन को सम्मिलित करते हुए) की बाहरी विमाएँ 40 cm × 34 cm × 30 cm हैं। यदि लकड़ी की मोटाई 1 cm है, तो इसे बनाने में कितने cm^3 लकड़ी प्रयुक्त हुई है?

99. 2 m गहरी और 45 m चौड़ी एक नदी 3 km प्रति घंटे की चाल से बह रही है। इस नदी से प्रति मिनट समुद्र में गिरने वाले पानी का आयतन घनमीटरों में ज्ञात कीजिए।

100. नीचे दिये गये ब्लॉक, जिसमें एक बेलनाकार छेद है, का पेंट किये जाने वाला क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इसकी लंबाई 15 cm, चौड़ाई 12 cm, ऊँचाई 20 cm और छेद की त्रिज्या 2.8 cm है।

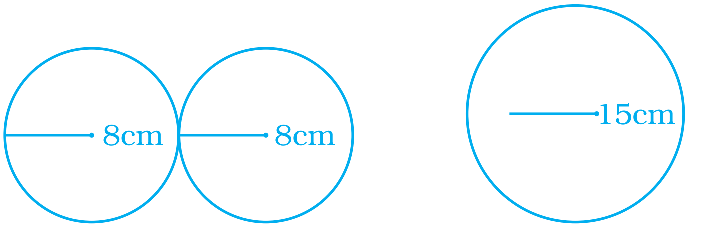


101. एक ट्रक जिसमें 7.8 m^3 कंक्रीट भरी है, एक कार्य स्थल पर पहुँचता है। इस स्थल पर, 5m लंबा और 2m चौड़ा एक चबूतरा बनाया जाता है। इस ट्रक के कंक्रीट से बनाये गये चबूतरे की ऊँचाई क्या होगी?

102. एक खोखले गार्डन रोलर का व्यास 42 cm और लंबाई 152 cm है और यह 2 cm मोटाई वाले कांति लोहे से बना है। इस रोलर को बनाने में प्रयुक्त लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

103. 10 cm भुजाओं वाले तीन घनों को सिरे से सिरा मिलाया जाता है। परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

104. नीचे दो भिन्न पाइपों के अनुच्छेद काटप्रस्थों की ड्राइंग दी गयी हैं, जो एक स्वीमिंग पूल को भरने में प्रयुक्त किये जा रहे हैं। आकृति A दो पाइपों का संयोजन है, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या 8cm है। आकृति B एक पाइप है जिसकी त्रिज्या 15 cm है। यदि दोनों स्थितियों में पाइपों से निकलने वाले पानी के प्रवाह का बल एक समान है, तो कौन-सा पाइप स्वीमिंग पूल को तेजी से भरेगा?



आकृति A   आकृति B

105. एक स्वीमिंग पूल की माप 200m × 50m है और इसकी औसत गहराई 2m है। एक गर्मी वाले दिन इसके जल का स्तर 2cm कम हो गया। उस दिन कितने घनमीटर जल कम हुआ?

106. एक हाउसिंग सोसायटी, जिसमें 5,500 व्यक्ति रहते हैं, को प्रति दिन प्रति व्यक्ति 100 लीटर पानी की आवश्यकता है। एक बेलनाकार आपूर्ति टंकी 7m ऊँची है और उसका व्यास10m है। इस टंकी का पानी सोसायटी के लिए कितने दिन तक चल पाएगा?

107. त्रिज्या 0.75cm और मोटाई 0.2cm वाली कुछ धातु की डिस्कों (चकतियों) को पिघलाकर 508.68 cm^3 धातु प्राप्त की जाती है। पिघलाई गयी डिस्कों की संख्या ज्ञात कीजिए। (π = 3.14 का प्रयोग कीजिए)

108. किसी बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 2:3 है। यदि उसका आयतन 12,936 cm^3 है, तो इस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

109. एक बंद लकड़ी के आयताकार डिब्बे की बाहरी विमाएँ 5:4:3 के अनुपात में हैं। यदि ₹ 5 प्रति dm^2 की दर से इसके बाहरी पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 11,750 है, तो इस डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

110. 1 m ऊँचाई वाले एक बंद बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है। इस बर्तन को बनाने के लिए कितने वर्ग मीटर धातु की चादर की आवश्यकता होगी?

111. किसी घन के आयतन का क्या होगा, यदि उसका किनारा (a) तिगुना कर दिया जाये? (b) एक चौथाई कर दिया जाये?

112. 25 cm × 7 cm विमाओं वाली आयताकार शीट को उसकी लंबी भुजा के परित घुमाया जाता है। इस प्रकार जनित ठोस का आयतन और संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

113. आंतरिक त्रिज्या 0.75 cm वाले एक पाइप से पानी का प्रवाह 7m प्रति सैकेंड की दर से हो रहा है। एक घंटे में इस पाइप द्वारा वितरित किये गये पानी का आयतन लीटरों में ज्ञात कीजिए।

114. किसी बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का चार गुना उसके आधारों के क्षेत्रफलों के योग के 6 गुने के बराबर है। यदि इसकी ऊँचाई 12cm है, तो उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

115. एक बेलनाकार टंकी की त्रिज्या 154 cm है। इसे पानी से 3m की ऊँचाई तक भरा जाता है। यदि इसमें 4.5m की ऊँचाई तक पानी डाल दिया जाये, तो इसमें भरे हुए पानी के आयतन में वृद्धि KL में ज्ञात कीजिए।

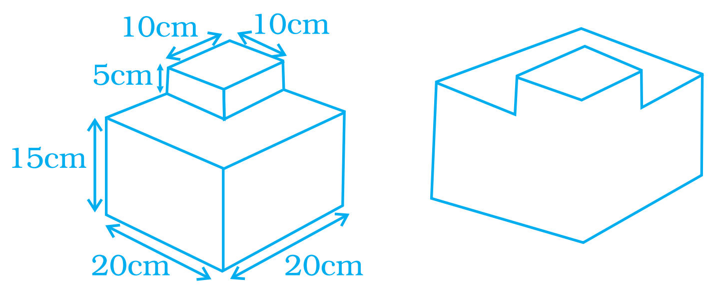
116. एक घनाभाकार जलाशय की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमश: 7m, 6m और 15m हैं। इस गिरावट जलाशय में से 8,400L पानी पंप द्वारा बाहर निकाल दिया जाता है। इस जलाशय में, पानी के स्तर में गिरावट ज्ञात कीजिए।

117. 11m लंबी, 3.5m ऊँची और 40 cm मोटाई वाली एक दीवार की रचना करने के लिए, 22cm × 10cm × 7cm मापों वाली कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी, यदि इसमें प्रयुक्त सीमेंट और रेत दीवार के $\frac{1}{10}$ भाग को घेर लेते हैं?

118. 500 प्रत्याशियों के लिए एक आयताकार परीक्षा–कक्ष इस प्रकार बनवाया जाना है कि प्रत्येक प्रत्याशी को 4 घनमीटर हवा (या वायु) तथा 0.5 वर्ग मीटर फर्श का क्षेत्रफल प्राप्त हो। यदि इस कक्ष की लंबाई 25m तो इस हॉल की ऊँचाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

119. एक लंब वृत्तीय बेलन के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात 1:2 है। इस बेलन की ऊँचाई और त्रिज्या का अनुपात ज्ञात कीजिए।

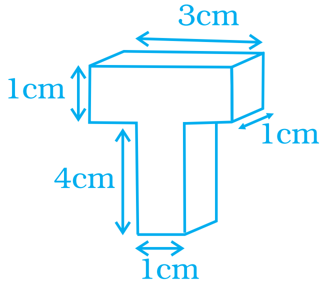
120. एक जन्मदिन के केक में दो सतहें हैं, जैसा कि नीचे आकृति में दिया गया है। इस केक का आयतन ज्ञात कीजिए–



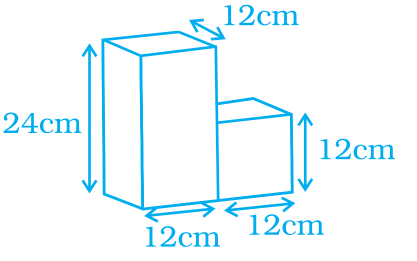
निम्नांकित प्रश्न संख्या 121 से 124 में दिये गए आकारों के पृष्ठीय क्षेत्रफल परिकलित कीजिए। (π = 3.14 का प्रयोग कीजिए)

12/04/18

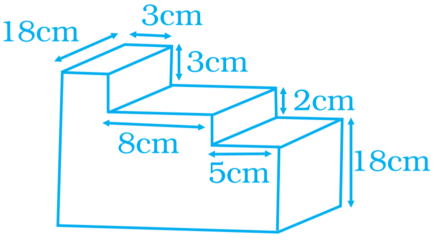
121.



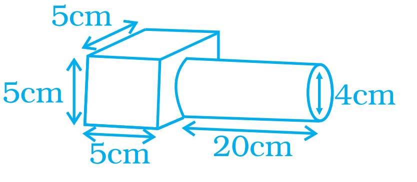
122.



123.



124.

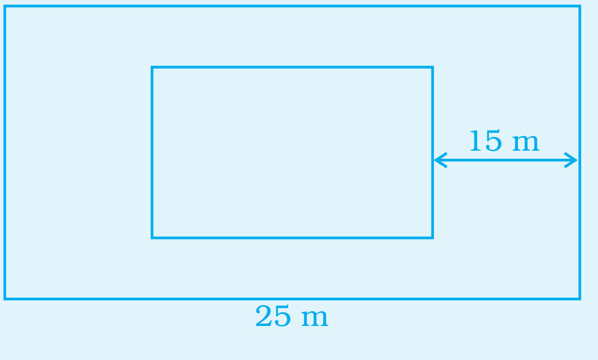


125. 80cm × 70cm मापन वाले एक आयताकार आधार की टंकी में से पानी भुजा 60cm के वर्गाकार आधार वाली टंकी में जा रहा है। यदि पहली टंकी में पानी 45 cm गहरा है, तो दूसरी टंकी में पानी कितना गहरा रहेगा?

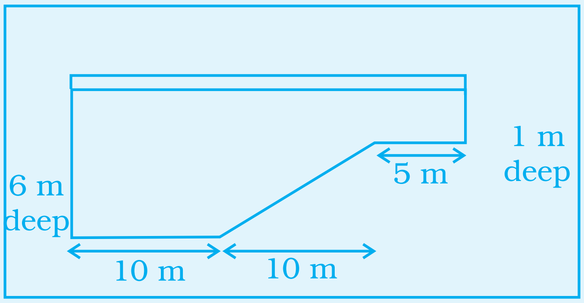
126. एक आयताकार कागज की शीट को दो भिन्न विधियों से मोड़ कर दो भिन्न-भिन्न बेलन बनाये जाते हैं। यदि इस शीट के माप 44cm × 33cm हैं, तो प्रत्येक बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. 25 मीटर लंबे और 15 मीटर चौड़े एक खाली भूखंड पर रशीद ने एक स्वीमिंग पूल बनाने का निर्णय लिया, जैसा कि नीचे आकृति में प्रदर्शित किया गया है। उसने अपने पुत्र मजीद से पूल बनवाने की योजना के विषय में चर्चा की जिसमें पूल की तली में टाइलें लगवाने और अन्य आवश्यकताएँ पूरी करना सम्मिलित था। क्या आप मजीद से उसके पिता द्वारा चर्चा के दौरान किये गये प्रश्नों के उत्तर देने में उसकी सहायता कर सकते हैं?



12/04/18



(i) इस पूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है?

(ii) यदि रशीद पूल की तली और पार्श्व फलकों में 25cm की भुजा वाली वर्गाकार टाइलें लगवाने की योजना बनाता है, तो ऐसी कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी?

(iii) यदि प्रत्येक टाइल का मूल्य ₹ 40 है, तो कुल लागत क्या होगी?

(iv) यदि कोई स्थानीय खुदाई करने वाली कंपनी ₹ 150 प्रति घन मीटर की दर से शुल्क लेती है, तो रशीद को इस कार्य के लिए क्या राशि देनी होगी?

[संकेत : आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई]

(v) यदि एक पाइप 40 लीटर प्रति मिनट की दर से पूल में पानी भर रहा है, तो पूल के भरने में कितना समय लगेगा?

(vi) इस स्वीमिंग पूल के छिछले (कम गहरे) सिरे की दीवार का क्षेत्रफल क्या है?

(vii) इस स्वीमिंग पूल के गहरे सिरे पर दीवार का क्षेत्रफल क्या है?

(viii) स्वीमिंग पूल को कार्य योग्य बनाने में कितनी धनराशि देनी होगी, जिसमें खोदने की लागत और टाइल लगवाना सम्मिलित है।

2. निम्न सारणी कुछ घनाभों की विमाएँ दर्शाती है, जिससे उनके आयतन समान रहते हैं। इस सारणी को जितने चाहें ऐसे घनाभ लेकर विस्तृत कीजिए कि उनके आयतन समान रहें। इस सारणी को पूरा कीजिए और घनाभ के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल के बारे में निष्कर्ष लिखिए–

घनाभ की विमाएँ (इकाई में)	**पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में)**	**आयतन (घन इकाई में)**
15, 10, 8		1200
6, 10, 20		1200
--	--	--
--	--	--
--	--	--
--	--	--

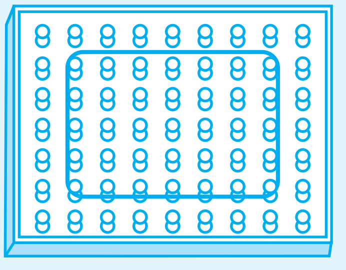
3. नीचे दी गयी आकृति में एक जियोबोर्ड दर्शाया गया है। जिसमें रबड़ बैंड की सहायता से एक आयत बनाया गया है।

(i) इस आयत का क्या क्षेत्रफल है?

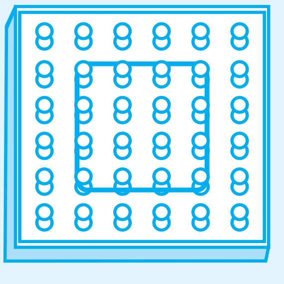
(ii) एक समरूप आकृति बनाइए जिसका क्षेत्रफल इस आकृति के क्षेत्रफल से 50% अधिक हो।

(iii) एक समरूप आकृति बनाइए जिसका क्षेत्रफल इस आकृति के क्षेत्रफल से 25% अधिक हो।

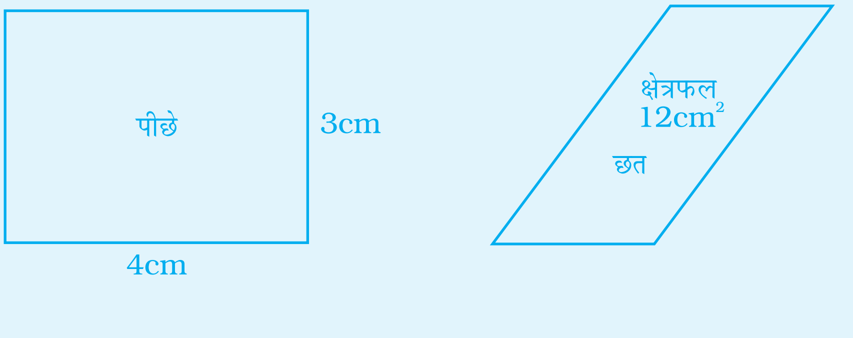
(iv) मान लीजिए कि यह आकृति अन्य आकृति का 75% है। अन्य आकृति कैसी दिखायी देगी?

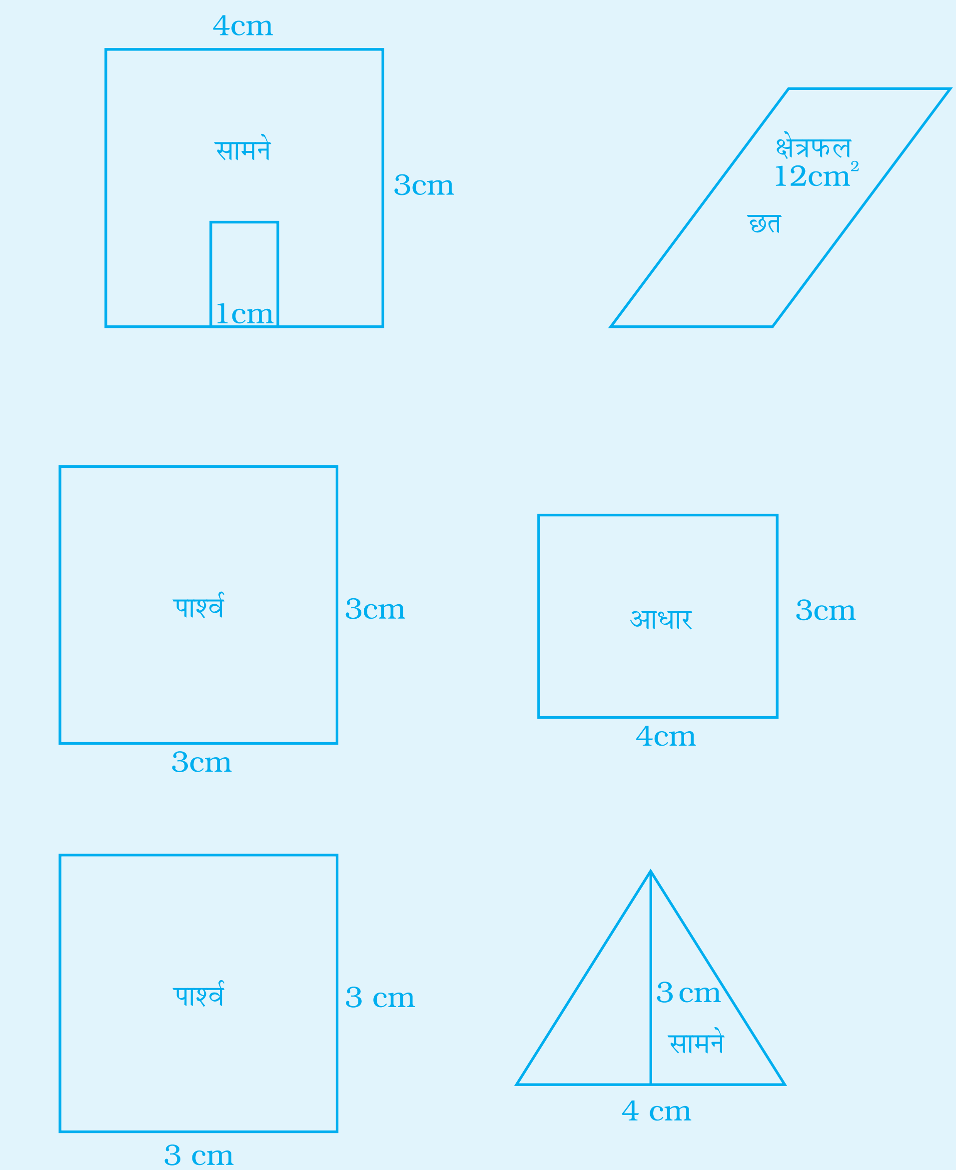


(v) नीचे घेरा हुआ क्षेत्रफल अन्य क्षेत्रफल का जियोबोर्ड पर 75% निरूपित करता है। एक जियोबोर्ड का प्रयोग कीजिए या जियोबोर्ड का एक चित्र खींचिए, जिससे उस अन्य आकृति का 100 % क्षेत्रफल निरूपित हो–

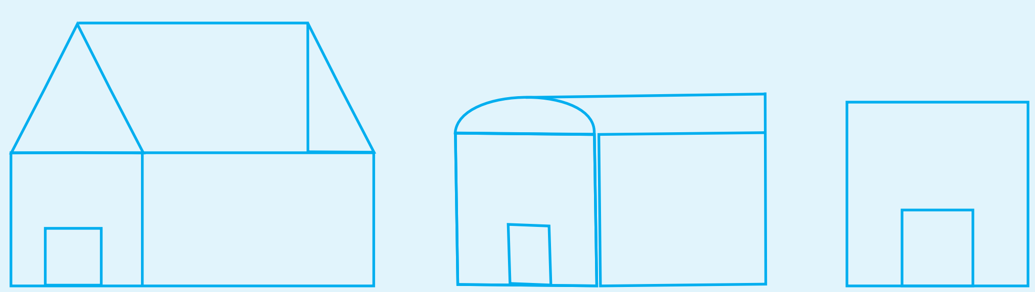


4. (i) नीचे एक कुत्ते की माँद के आधार, सामने, पीछे, पार्श्व और छत के स्केच दिये गये हैं। ये ड्राइंग स्केल 1 cm = 10 cm के आधार पर दी गयी है।





(ii) उपरोक्त स्कैच किस माँद के हैं?



(a) (b) (c)

(iii) आलेख शीट पर इसी विकल्प का जाल खींचिए।

(iv) एक कार्डबोर्ड का टुकड़ा लेकर, उस पर उपरोक्त खींचे गये जाल को ट्रेस कीजिए। इसे मोड़कर माँद बनाइए।

(v) यदि आपको प्रत्येक वर्ग cm के लिए ₹ 2 का भुगतान करना पड़े, तो इस माँद को पेंट कराने में आपको क्या व्यय करना पड़ेगा?

5. **शब्दजाल**

r	h	r	h	o	m	b	u	s	z
a	t	h	a	m	o	b	s	u	q
b	t	r	a	p	e	z	i	u	m
c	y	l	i	n	d	e	r	b	c
t	z	w	v	a	m	q	r	e	u
i	j	l	t	q	*n*	g	b	a	b
k	b	d	f	v	s	g	t	r	o
s	z	q	c	i	r	c	l	e	i
a	w	h	m	a	n	k	p	e	d

ऊपर दिये हुए शब्दजाल में वे नाम ज्ञात कीजिए जिनके क्षेत्रफल या आयतन नीचे दिये हैं। इसके लिये दिये हुए कलर कोड का प्रयोग करते हुए खानों में उपयुक्त रंग भरिए।

क्षेत्रफल/आयतन		**कलर कोड**
1.	$\frac{1}{2} d_1 \times d_2$	लाल
2.	$l\, b\, h$	नीला
3.	$\pi r^2 h$	पीला
4.	πr^2	हरा
5.	$\frac{1}{2} bh$	नारंगी
6.	$\frac{1}{2} (a + b) \times h$	गुलाबी

रफ़ कार्य

12/04/18

इकाई 12

आलेखों का परिचय

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- आँकड़ों के आलेखीय निरूपण को समझना अधिक सरल है।
- **दंड आलेख, पाई चार्ट** और **आयत चित्र** आँकड़ों के आलेखीय निरूपण हैं।
- एक **रेखा आलेख** ऐसे आँकड़ों को प्रदर्शित करता है, जो प्राय: समय अवधि के अनुसार सतत् रूप से बदलते रहते हैं।
- एक रेखा आलेख जिसमें सभी रेखाखंड एक अकेली रेखा के भाग हों (या एक ही रेखा में हों) एक **रैखिक आलेख** कहलाता है।
- एक आलेख शीट पर किसी बिंदु की स्थिति निर्धारित करने के लिए, हमें दो परस्पर लंब रेखाओं की आवश्यकता होती है (जिसमें क्षैतिज रेखा x-अक्ष और ऊर्ध्वाधर रेखा y-अक्ष कहलाती है) तथा साथ ही हमें इस बिंदु के x-निर्देशांक (भुज) एवं y-निर्देशांक (कोटि) भी ज्ञात होना आवश्यक है। निर्देशांकों की सहायता से बिंदु की तल में स्थिति निर्धारित करने की प्रक्रिया उस **बिंदु का आलेखन करना** कहलाती है।
- एक **आश्रित चर** और एक **स्वतंत्र चर** के बीच के संबंध को एक आलेख द्वारा दर्शाया जाता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: x-अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिंदु निम्न रूप का होता है–

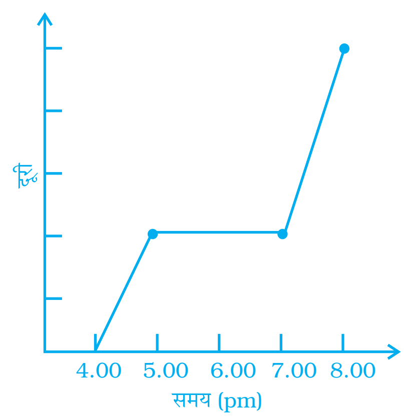
(a) $(0, y)$ (b) $(x, 0)$ (c) (x, y) (d) $(x, 1)$

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: नीचे दिया हुआ आलेख एक कार द्वारा निशा की एक मॉल तक की यात्रा दर्शाता है। इस आलेख को ध्यानपूर्वक देखिए तथा ज्ञात कीजिए कि वह सायं 5 बजे और सायं 7 बजे की बीच में क्या कर रही थी?

(a) माल की ओर कार चला रही थी। (b) कार से घर वापिस आ रही थी।

(c) कार नहीं चला रही थी। (d) उत्तर देने के लिए आँकड़े पर्याप्त नहीं।



हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 3 और 4 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: एक ____________ आलेख में, आलेख के सभी बिंदु एक ही सीधी (या सरल) रेखा पर स्थित होते हैं।

हल रैखिक

उदाहरण 4: मूलबिंदु के निर्देशांक ____________ हैं।

हल (0, 0)

उदाहरण 5 और 6 में बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 5: बिंदु (3, 4) और (4, 3) आलेख पर एक ही बिंदु को निरूपित करते हैं।

हल असत्य

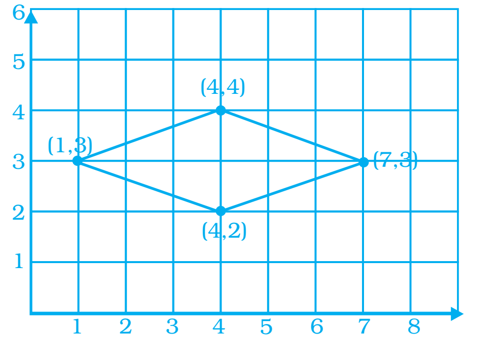
उदाहरण 6: x–अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का y-निर्देशांक 0 होता है।

हल सत्य

उदाहरण 7: बिंदुओं (4, 4), (1, 3), (4, 2) और (7, 3) को एक आलेख कागज पर आलेखित कीजिए और इन्हें रेखाखंडों द्वारा इसी क्रम में युग्मों में मिलाइए। आपको जो आकार प्राप्त होता है उसका नाम लिखिए।

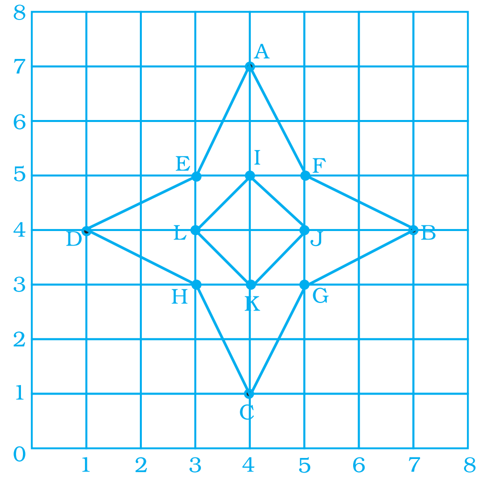
12/04/18

हल



बना हुआ आकार एक समचतुर्भुज है।

उदाहरण 8: नीचे दिए हुए आलेख में सभी बिंदुओं के निर्देशांक लिखिए–



हल

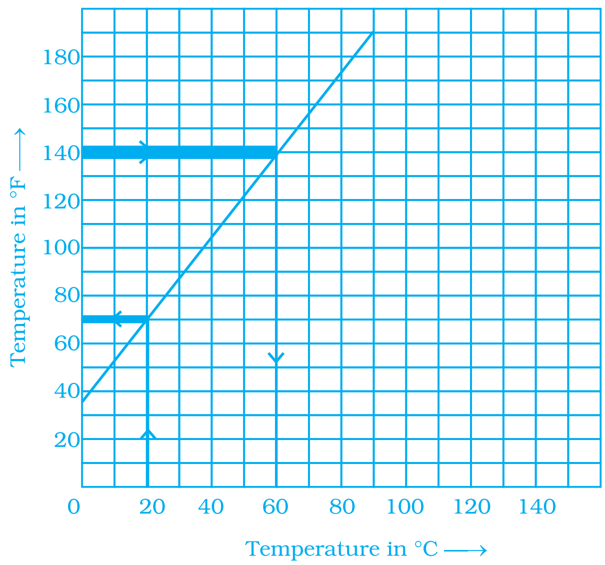
(A) (4, 7)	(E) (3, 5)	(I) (4, 5)
(B) (7, 4)	(F) (5, 5)	(J) (5, 4)
(C) (4, 1)	(G) (5, 3)	(K) (4, 3)
(D) (1, 4)	(H) (3, 3)	(L) (3, 4)

उदाहरण 9: नीचे दिया हुआ आलेख °C और °F के तापमानों में परस्पर संबंध को दर्शाता है। इस आलेख का उपयोग करते हुए, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) 140 °F को °C में बदलिए।

(b) 20 °C को °F में बदलिए।

12/04/18



हल (a) 140°F = 60°C

(b) 20°C = 68°F

उदाहरण 10: निम्न आलेख किसी कंपनी द्वारा अपना कार्य प्रारंभ करने के प्रथम दो वर्षों में निर्मित वस्तुओं की लगभग बिक्री दर्शाता है–

(a) किस महीने में इन दोनों वर्षों में बिक्री का अंतर अधिकतम है?

(b) किस वर्ष में, बेची गयी वस्तुओं में अधिक स्थिरता रही?

(c) किस महीने में, दोनों वर्षों में बिक्री समान रही?

(d) किस महीने में, प्रथम वर्ष की बिक्री दूसरे वर्ष की बिक्री से कम थी?

शब्दावली संबंधन

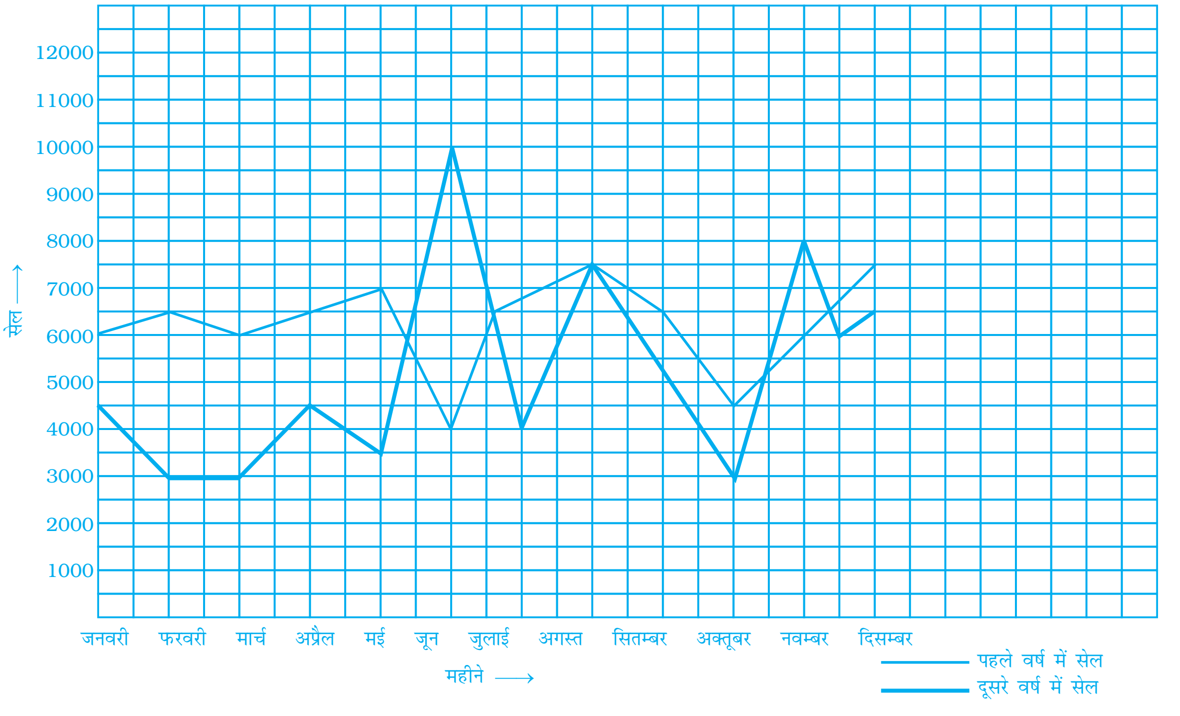
इस इकाई के कुछ शब्दावली पदों से परिचित होने के लिए निम्न पर विचार कीजिए:

1. मूलबिंदु (origin) का अर्थ 'प्रारंभ होना' है। आप किस प्रकार सोचते हैं कि यह ग्राफ खींचने में प्रयुक्त है?

2. शब्द चतुर्थांश (quadrant) का मूल 'क्वाड' है जिसका अर्थ 'चार' है। आप क्या सोचते हैं कि ग्राफ का चतुर्थांश क्या होता है?

3. शब्द क्रमित (ordered) का अर्थ है कि 'किसी नियम के अनुसार व्यवस्थित'। क्या आप सोचते हैं कि नियम से कुछ अंतर पड़ता है? क्या आप सोचते हैं कि क्रमित युग्म में पहले माने वाली संख्या से कुछ अंतर पड़ता है? समझाइए।

12/04/18



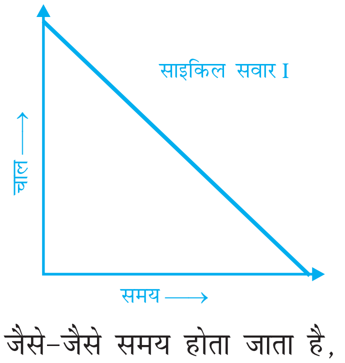
हल (a) अधिकतम अंतर जून में था।

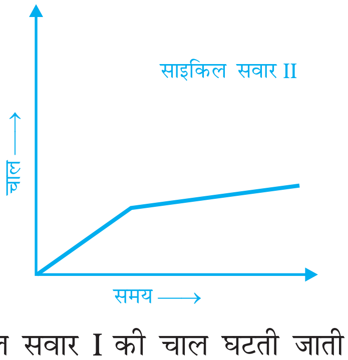
(b) प्रथम वर्ष में बिक्री में अधिक स्थिरता थी।

(c) अगस्त में बिक्री समान रही।

(d) जून और नवंबर

उदाहरण 11: नीचे दिए आलेख दो भिन्न साइकिल सवारों की किसी सैर के समय प्रगति दर्शाते हैं। प्रत्येक आलेख के लिए, साइकिल सवार की इस समय काल में प्रगति दर्शाइए–





हल (a) जैसे-जैसे समय होता जाता है, साइकिल सवार I की चाल घटती जाती है।

(b) साइकिल सवार II की चाल थोड़े कम समय काल के लिए बढ़ती है और इसके बाद इसमें बहुत धीरे-धीरे वृद्धि होती है।

12/04/18

उदाहरण 12: (i) एक द्वि-दंड आलेख आँकड़ों के दो समूहों की ___________ करने में उपयोगी रहता है।

(ii) वृत्त के रूप में निरूपित आँकड़ों को __________ चार्ट कहा जाता है।

(iii) दो चरों वाली एक रैखिक समीकरण का आलेख सदैव एक ___________ रेखा होता है।

(iv) कार्तीय पद्धति में दोनों अक्षों को परस्पर ___________ लिया जाता है।

हल (i) तुलना, (ii) पाई, (iii) सरल (या सीधी), (iv) लंब

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. ऐसे आंकड़ों के प्रकार का वर्णन कीजिए जो दंड आरेख द्वारा सबसे अच्छी तरह निरूपित किये जा सकते हों।
2. एक ऐसी स्थिति बताइए जिसमें आंकड़ों को दर्शाने के लिए आप रेखा आरेख का उपयोग करते हों।

समस्या हल करने की युक्ति का अनुप्रयोग

उदाहरण 13:

दी हुई सारणी को पूरा कीजिए और इसके लिए आलेख खींचिए:

x	0	1	2	3	4
$y = 2x$					

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- इस प्रश्न से क्या सूचना मिलती है?

  x-निर्देशांक और y-निर्देशांक ज्ञात करने के लिए समीकरण
- आप क्या ज्ञात करना चाह रहे हैं?

  (1) y-निर्देशांक

  (2) सभी पाँचों बिंदुओं के निर्देशांक

  (3) इन्हीं पाँचों बिंदुओं को आलेखित करना

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप दो चरों की रैखिक समीकरणों के बारे में जानते हैं। इस अवधारणा का प्रयोग करते हुए, समीकरण $y = 2x$. में $x = 0, 1, 2, 3, 4$ रखकर संगत y-निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- एक आलेख शीट लीजिए, इस पर दोनों अक्ष खींचिए तथा इस पर बिंदुओं की स्थितियाँ निर्धारित कीजिए, अर्थात् इन बिंदुओं को आलेखित कीजिए। इन बिंदुओं को क्रमानुसार रेखाखंडों द्वारा मिलाकर आलेख प्राप्त कीजिए।

हल कीजिए

- दिया है: $y = 2x$

यदि $x = 0$, है, तो $y = 2\ (0) = 0$ है।

यदि $x = 1$, है, तो $y = 2\ (1) = 2$ है।

यदि $x = 2$, है, तो $y = 2\ (2) = 4$ है।

यदि $x = 3$, है, तो $y = 2\ (3) = 6$ है।

यदि $x = 4$, है, तो $y = 2\ (4) = 8$ है।

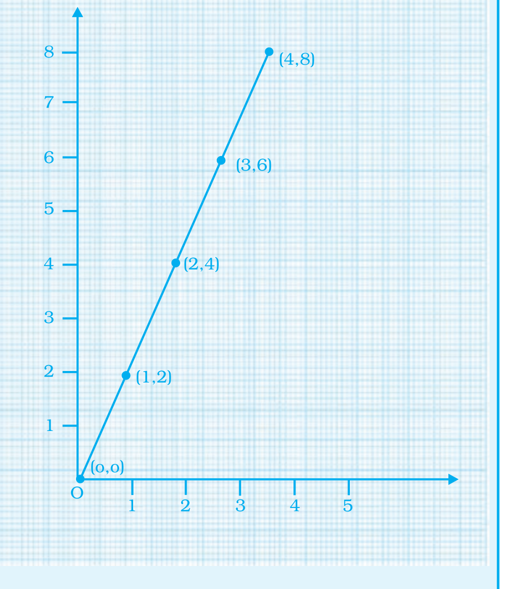
अत:, पूरी करने पर सारणी है:

x	0	1	2	3	4
$y = 2x$	0	2	4	6	8

अत:, पाँचों बिंदुओं के निर्देशांक हैं: (0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)

एक आलेख शीट लेकर, इन पाँचों बिंदुओं को आलेखित कीजिए। इन बिंदुओं को क्रमानुसार रेखाखंडों द्वारा मिलाकर आलेख प्राप्त कीजिए।

आलेख निम्न प्रकार से दिखायी देगा:



पुनर्निरीक्षण

- सभी निर्देशांकों में से प्राप्त x और y के मानों को दिए हुए समीकरण $y = 2x$ में प्रतिस्थापित कीजिए और देखिए कि ये निर्देशांक इस समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

निर्देशांकों (0, 0) के लिए,

L.H.S. = 0

R.H.S. = 2 (0) = 0 अर्थात् LHS = RHS

अत:, समीकरण संतुष्ट होती है।

निर्देशांकों (1, 2) के लिए,

L H S = 2

R H S = 2 (1) = 2 = LHS = RHS

अत:, समीकरण संतुष्ट होती है।

इसी प्रकार, आप अन्य निर्देशांकों को लेकर भी यह देख सकते हैं कि इनसे समीकरण संतुष्ट हो होते हैं अथवा नहीं।

12/04/18

सोचिए और चर्चा कीजिए

(a) जब $x = 7$ हो तो आलेख से क्या आप y के मान का पूर्वानुमान लगा सकते हैं?

(b) आलेख किस प्रकार बदल जाएगा यदि समीकरण $y = 3x$ से बदल दिया जाए?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 10 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. एक संपूर्ण के भागों की तुलना निम्न द्वारा की जा सकती है–

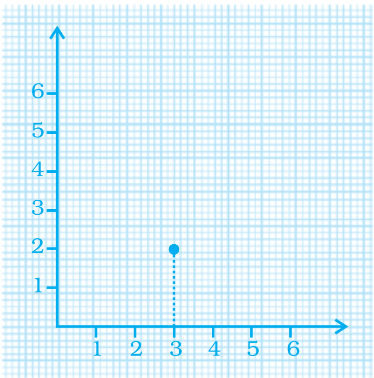
(a) दंड आलेख (b) पाई चार्ट (c) रैखिक आलेख (d) रेखा आलेख

2. एक आलेख, जो ऐसे आँकड़ों को प्रदर्शित करता है, जो प्राय: सतत रूप से समय अवधि के अनुसार बदलते रहते हैं, निम्न है–

(a) दंड आलेख (b) पाई चार्ट (c) आयत चित्र (d) रेखा आलेख

3. नीचे दिए आलेख में, बिंदु x के निर्देशांक हैं–

(a) (0,2) (b) (2, 3) (c) (3, 2) (d) (3, 0)



आलेख खींचकर कुछ हल ज्ञात करना

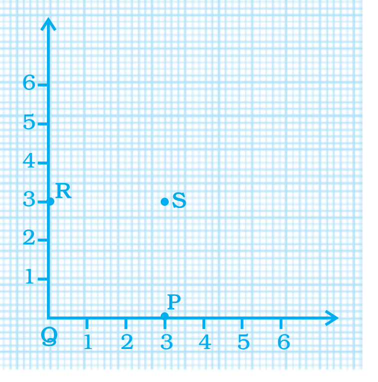
एक रैखिक समीकरण को आलेखित करने के लिए आपको कुछ क्रमित युग्म प्राप्त करके उन्हें आलेखित करने की आवश्यकता होती है जो रैखिक समीमरण के हल हैं।

इसको करने के लिए आप समीकरण में x के कुछ मान, संगत y के मान ज्ञात करने के लिए रखते हैं।

12/04/18

4. नीचे दिए हुए आलेख में, बिंदु (0, 3) को निरूपित करने वाला अक्षर है–

(a) P (b) Q (c) R (d) S



5. बिंदु (3, 4) निम्न दूरी पर है–

(a) दोनों अक्षों से 3

(b) दोनों अक्षों से 4

(c) x–अक्ष से 4 और y–अक्ष से 3

(d) x–अक्ष से 3 और y–अक्ष से 4

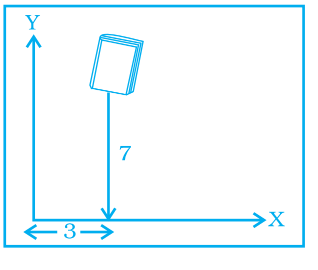
6. वह बिंदु, जो दोनों अक्षों पर स्थित है, निम्न है–

(a) (0, 0) (b) (0, 1) (c) (1, 0) (d) (1, 1)

7. x–अक्ष से 3 इकाई की दूरी पर तथा y–अक्ष से 6 इकाई की दूरी पर स्थित बिंदु के निर्देशांक हैं–

(a) (0, 3) (b) (6, 0) (c) (3, 6) (d) (6, 3)

8. नीचे दी गई आकृति में, मेज पर पुस्तक की स्थिति को निम्न द्वारा दिया जा सकता है–



(a) (7, 3) (b) (3, 7)

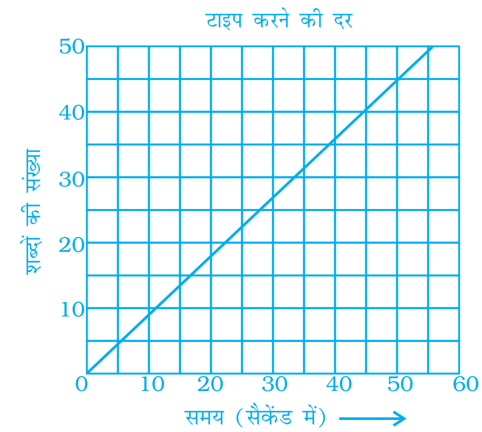
(c) (3, 3) (d) (7, 7)

12/04/18

सोचिए और चर्चा कीजिए

1. x–अक्ष पर एक बिंदु तथा y–अक्ष पर एक बिंदु के निर्देशांक लिखिए।
2. $y = 5x + 2$; के हलों में y के लुप्त मान दीजिए:
   $(1, y)$, $(3, y)$, $(10, y)$.

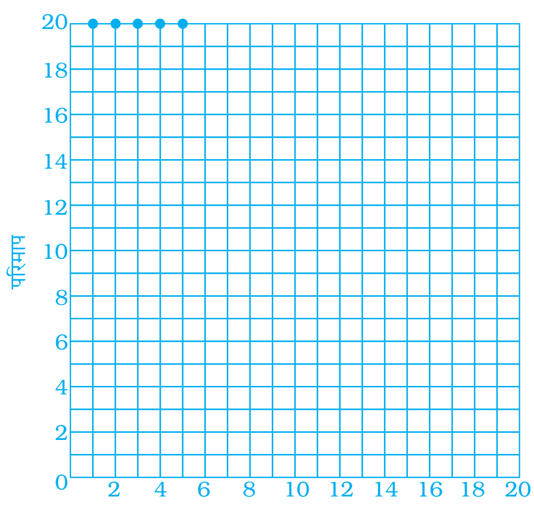
9. किसी विद्यार्थी की टाइप करने की दर के लिए आँकड़े एकत्रित किये गये और नीचे दर्शाए अनुसार उनका आलेख खींचा गया। इस विद्यार्थी ने 30 सैकेंड में लगभग कितने शब्द टाइप किये थे?



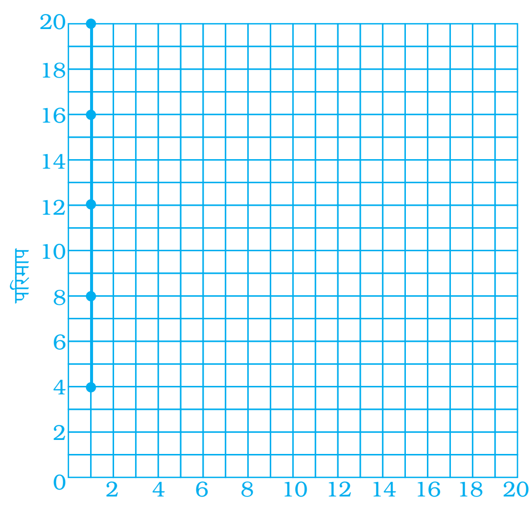
(a) 20 (b) 24 (c) 28 (d) 34

10. निम्न में से कौन-सा आलेख नीचे दी गई सारणी को निरूपित करता है–

वर्ग की एक भुजा की लंबाई	1	2	3	4	5
परिमाप	4	8	12	16	20

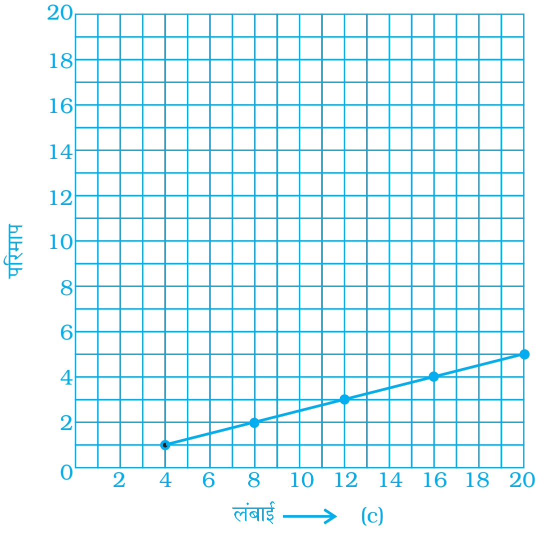


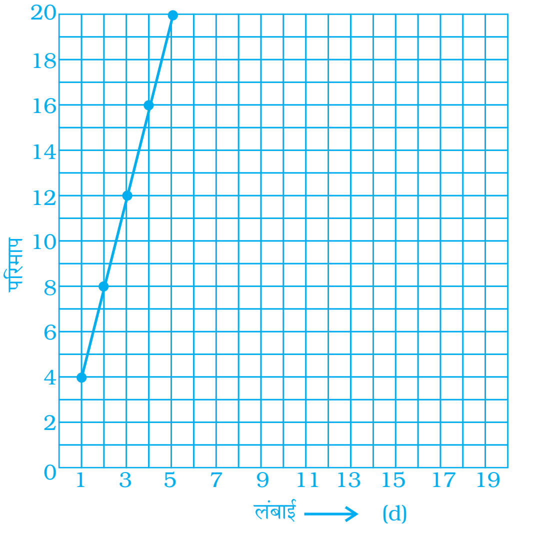
(a)



(b)

12/04/18





प्रश्न 11 से 25 में, रिक्त स्थानों का भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

11. ___________ उन आँकड़ों को प्रदर्शित करता है, जो प्रायः सतत् रूप से समय अवधि अनुसार बदलते रहते हैं।

12. आश्रित चर और स्वतंत्र चर के बीच के संबंध को एक ___________ द्वारा दर्शाया जाता है।

13. आलेख शीट पर किसी बिंदु को निरूपित करने के लिए, हमें ___________ निर्देशांकों की आवश्यकता होती है।

14. एक बिंदु, जिसका x-निर्देशांक शून्य है और y–निर्देशांक शून्येतर है, __________पर स्थित होगा।

15. एक आलेख में, क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर रेखाएँ प्रायः ___________ और ___________ कहलाती हैं।

16. किसी बिंदु की उसके निर्देशांकों की सहायता से स्थिति निर्धारण करने की प्रक्रिया को बिंदु का ___________ करना कहा जाता है।

17. y–अक्ष से किसी बिंदु की दूरी ___________ निर्देशांक है।

18. सभी बिंदु, जिनके y–निर्देशांक शून्य हों, ___________ पर स्थित होते हैं।

19. बिंदु (5, 2) के लिए, उसकी x अक्ष से दूरी ___________ इकाई है।

20. y–अक्ष पर स्थित किसी भी बिंदु का x–निर्देशांक ___________ होता है।

21. बिंदु (2, 4) का y–निर्देशांक ___________ है।

22. बिंदु (4, 7) में, 4 ___________ को व्यक्त करता है।

23. किसी बिंदु का x निर्देशांक 5 है और y निर्देशांक 4 है। तब, इस बिंदु के निर्देशांक __________ से दिये जाते हैं।

24. एक बिंदु के निर्देशांकों में, दूसरी संख्या __________ को व्यक्त करती है।

25. वह बिंदु जहाँ दोनों अक्ष प्रतिच्छेद करते हैं __________ कहलाता है।

प्रश्न 26 से 34 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

26. किसी बिंदु की आलेख शीट पर निर्धारित करने के लिए, हमें इसके दोनों निर्देशांकों की आवश्यकता होती है।

अभाज्यों का बंटन

याद कीजिए कि अभाज्य संख्या केवल 1 अथवा स्वयं से विभाज्य होती है। अभाज्य संख्याएँ अंततः अनेक हैं, परंतु इन्हें ज्ञात करने का कोई बीजगणितीय सूत्र नहीं है। 14 नवंबर, 2001 को खोजी गयी ज्ञात सबसे बड़ी अभाज्य संख्या $2^{13466917}-1$ है। सामान्य रूप में इसमें 4053948 अंक हैं।

इराटोस्थीनेस की छलनी

अभाज्य संख्याओं को ज्ञात करने की एक विधि इराटोस्थीनेस की छलनी है। प्राकृत संख्याओं की एक सूची का उपयोग कीजिए। 1 को काट दीजिए। अगली संख्या 2 एक अभाज्य संख्या है। इस पर गोला लगाइए। तब 2 के सभी गुणकों को काट दीजिए क्योंकि वे अभाज्य नहीं हैं। सूची की अगली संख्या पर गोला लगाइए। इसके सारे गुणकों को काट दीजिए। इस क्रिया को तब तक दोहराइए जब तक सभी संख्याएँ या तो कट जाएँ या उन पर गोला लग जाए। गोला लगी संख्याएँ ही अभाज्य संख्याएँ हैं।

~~1~~	(2)	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~20~~
31	~~32~~	33	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	39	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~

1. 50 से कम अभाज्य संख्याओं को ज्ञात करने के लिए इराटोस्थीनेस की छलनी का उपयोग कीजिए।

2. प्रथम 15 अभाज्य संख्याओं को ग्राफ पेपर पर आलेखित कीजिए। अभाज्य संख्याओं को x–अक्ष पर तथा उनकी अनुक्रम में स्थिति को y–अक्ष पर लीजिए: 2 प्रथम अभाज्य है, 3 दूसरा अभाज्य है इत्यादि।

अभाज्य संख्या	2	3	5	7											
अनुक्रम में स्थिति	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

12/04/18

27. एक रेखा आलेख एक बिना टूटी हुई (या अखंडित) संपूर्ण रेखा भी हो सकता है।

28. किसी बिंदु की x–अक्ष से दूरी उसका x-निर्देशांक कहलाती है।

29. बिंदु (3, 5) की y–अक्ष से दूरी 5 है।

30. किसी बिंदु की कोटि उसकी y–अक्ष से दूरी होती है।

31. बिंदु (2, 3) में, 3 उसका y–निर्देशांक व्यक्त करता है।

32. मूलबिंदु के निर्देशांक (0, 0) हैं।

33. निर्देशांक (3, 5) और (5, 3) एक ही बिंदु को निरूपित करते हैं।

34. x–अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का y–निर्देशांक शून्य होगा।

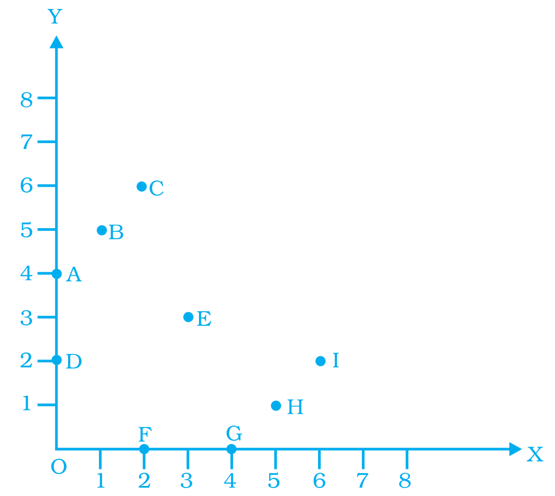
35. **स्तंभ A** में दिये निर्देशांकों का **स्तंभ B** में दिये गये कथनों से सुमेलन कीजिए–

स्तंभ A	**स्तंभ B**
(1) (0, 5)	(a) y–निर्देशांक $2 \times x$–निर्देशांक + 1 है।
(2) (2, 3)	(b) मूलबिंदु के निर्देशांक
(3) (4, 8)	(c) केवल y–निर्देशांक शून्य है।
(4) (3, 7)	(d) x–अक्ष से दूरी 5 है।
(5) (0, 0)	(e) y–निर्देशांक x–निर्देशांक का दोगुना है।
(6) (5, 0)	(f) y–अक्ष से दूरी 2 है।

36. **स्तंभ A** में दिये गए बिंदुओं के निर्देशांकों का **स्तंभ B** में दिये गये कथनों से सुमेलन कीजिए–

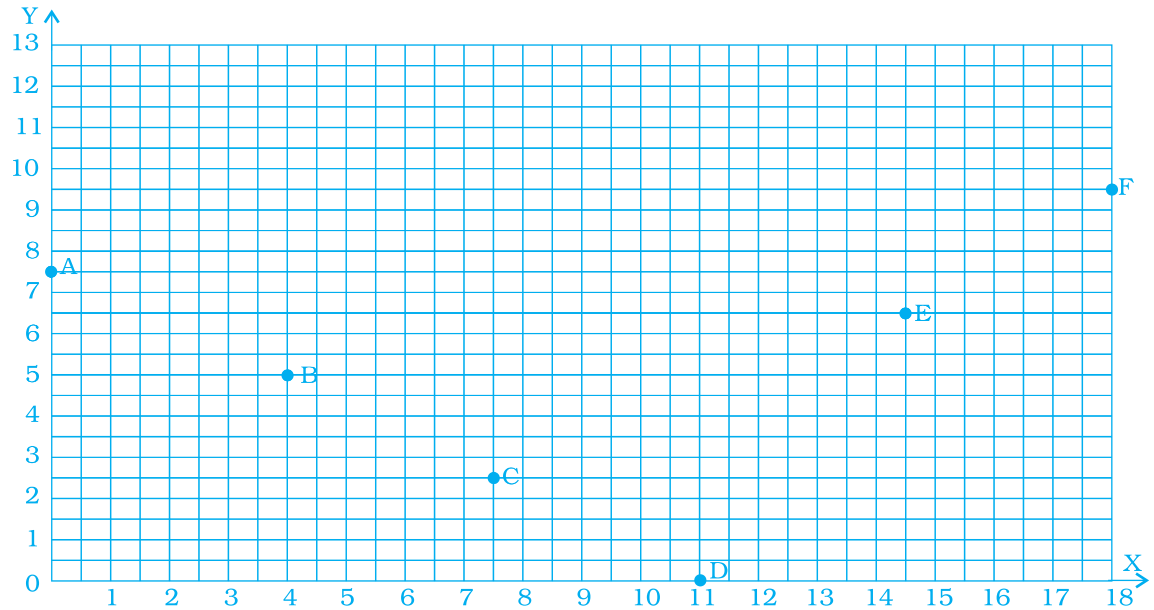
स्तंभ A	**स्तंभ B**
a) (7, 0)	(i) कोटि भुज की दोगुनी है।
b) (11, 11)	(ii) कोटि शून्य है।
c) (4, 8)	(iii) कोटि भुज के बराबर है।
d) (6, 2)	(iv) भुज कोटि का दोगुना है।
e) (0, 9)	(v) भुज कोटि का तिगुना है।
f) (6, 3)	(vi) भुज शून्य है।

37. दिये हुए आलेख से वे अक्षर चुनिए जो नीचे दिये गए बिंदुओं की स्थितियाँ प्रदर्शित करते हैं–



(a) (2, 0) (b) (0, 4) (c) (5, 1) (d) (2, 6) (e) (3,3)

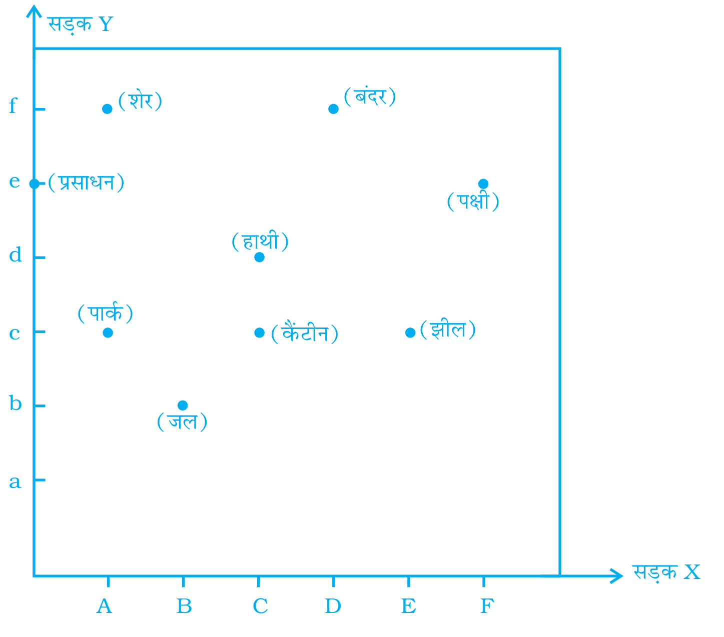
38. नीचे दिए हुये आलेख में, सभी अक्षरों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए–



39. एक आलेख शीट पर नीचे दिये गए बिंदुओं को आलेखित कीजिए–

(a) (5, 4) (b) (2, 0) (c) (3, 1) (d) (0, 4) (e) (4,5)

40. नीचे दिये गए एक चिड़ियाघर के मानचित्र का अध्ययन कीजिए और उसके आगे दिये प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



(a) चिड़ियाघर में शेरों की स्थितियाँ बताइए।

(b) (D, f) और (C, d) चिड़ियाघर में किन पशुओं की स्थितियों को निरूपित करते हैं।

(c) प्रसाधन कहाँ स्थित है?

(d) कैंटीन की स्थिति बताइए।

41. नीचे दिये हुए बिंदुओं में से प्रत्येक का x–निर्देशांक (भुज) लिखिए–

(a) (7, 3) (b) (5, 7) (c) (0, 5)

42. नीचे दिये हुए बिंदुओं में से प्रत्येक का y–निर्देशांक (कोटि) लिखिए–

(a) (3, 5) (b) (4, 0) (c) (2, 7)

एक योजना बनाइए–

- **क्या आपको सही उत्तर के आंकलन की आवश्यकता है?**

  जब आप कोई वार्तिक समस्या हल कर रहे हों तो स्वयं से पूछिए कि आपको क्या ठीक उत्तर चाहिए अथवा उसका आंकलन पर्याप्त है। उदाहरण के लिए, यदि समस्या में परिमाण लगभग में हैं तो उत्तर लगभग में दिया जा सकता है। यदि आंकलन पर्याप्त हो तो आप आंकलन की तकनीक का उपयोग परिकलन से समय बचाने के लिए कर सकते हैं।

43. नीचे दिये हुए बिंदुओं को एक आलेख शीट पर आलेखित कीजिए और जाँच कीजिए कि क्या ये बिंदु एक सीधी रेखा पर स्थित हैं। यदि नहीं, तो इन्हें इसी क्रम में मिलाकर बताइए कि इनसे क्या आकार बनता है।

(a) (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)

(b) (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)

(c) (4, 2), (2, 4), (3, 3), (5, 4)

44. यदि y–निर्देशांक x–निर्देशांक का तीन गुना है, तो इसके लिए एक सारणी बनाइए तथा इसका आलेख खींचिए।

45. नीचे दी हुई सारणी में दिये हुए वर्ग के क्षेत्रफलों के लिए, एक रेखा आलेख बनाइए–

भुजा (cm में)	1	2	3	4
क्षेत्रफल (cm^2 में)	1	4	9	16

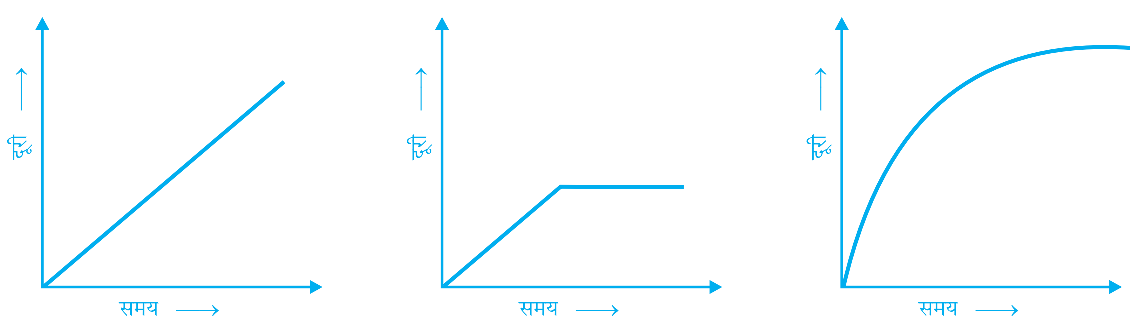
क्या यह एक रैखिक आलेख है?

46. क्या अभ्यास–पुस्तिका का मूल्य ₹ 10 है। 2, 3, 4,....... अभ्यास–पुस्तिकाओं के मूल्यों को दर्शाने वाली एक सारणी बनाकर, इसका एक आलेख खींचिए। इस आलेख का उपयोग करते हुए,

(a) 7 अभ्यास–पुस्तिकाओं का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(b) ₹ 50 में खरीदी जा सकने वाली अभ्यास–पुस्तिकाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

47. निम्न दूरी–समय आलेखों द्वारा निरूपित स्थितियों को स्पष्ट कीजिए–



(a) (b) (c)

48. निम्न सारणियों को पूरा कीजिए और प्रत्येक के लिए एक आलेख खींचिए–

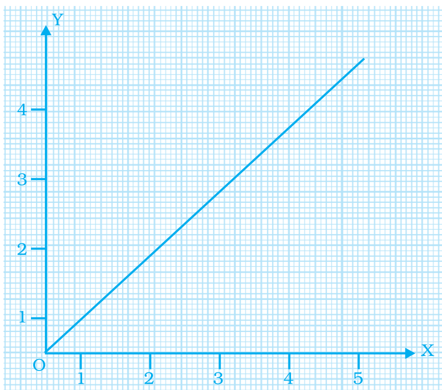
(a)

x	0	1	2	3
$y = 3x+1$	1	4	-	-

(b)

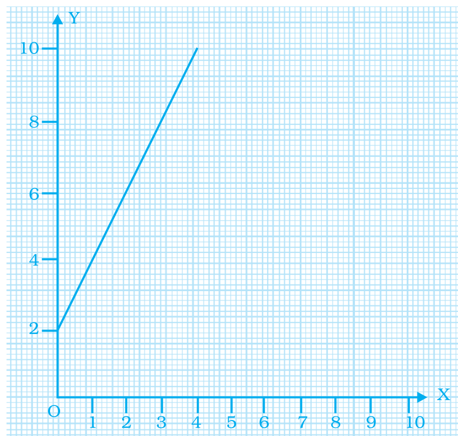
x	1	2	4	6
$y= x–1$	0			

49. दिये हुए (a) और (b) आलेखों का अध्ययन कीजिए तथा उनके संगत नीचे दी सारणियों को पूरा कीजिए–



(a)

x	0	1	2	3
y				



(b)

x	0	1	2	3	4
y					

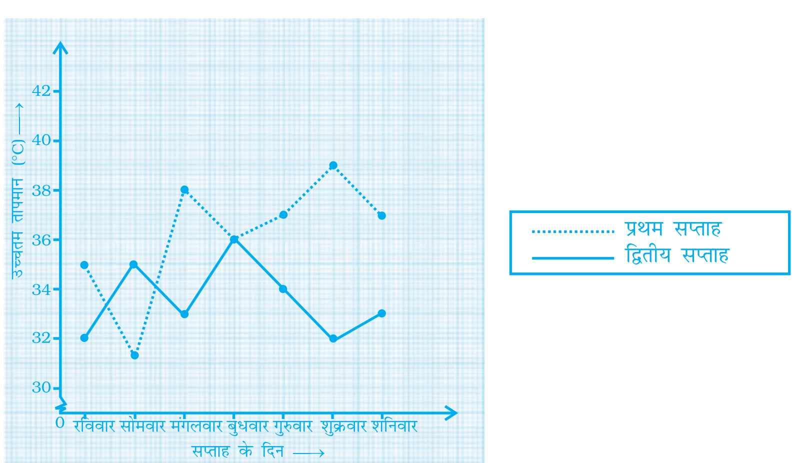
50. किसी वृत्त की त्रिज्या और परिधि के लिए, एक उपयुक्त स्केल लेते हुए एक आलेख खींचिए। (संकेत – त्रिज्याएँ 7, 14, 21, इत्यादि लीजिए)।

इस आलेख से,

(a) वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए, जब त्रिज्या 42 इकाई है।

(b) ज्ञात कीजिए कि किस त्रिज्या पर, परिधि 220 इकाई है?

51. नीचे दिया हुआ आलेख किसी शहर में दो क्रमागत सप्ताहों में रिकार्ड किये गये अधिकतम तापमानों को दर्शाता है। इस आलेख का अध्ययन कीजिए तथा इसके आगे दिये गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



(a) दोनों अक्षों द्वारा क्या सूचनाएँ निरूपित हो रही हैं?

(b) किस सप्ताह में, तापमान अधिकांश दिनों में ऊँचा रहा?

(c) किस दिन दोनों सप्ताहों में तापमान समान रहा?

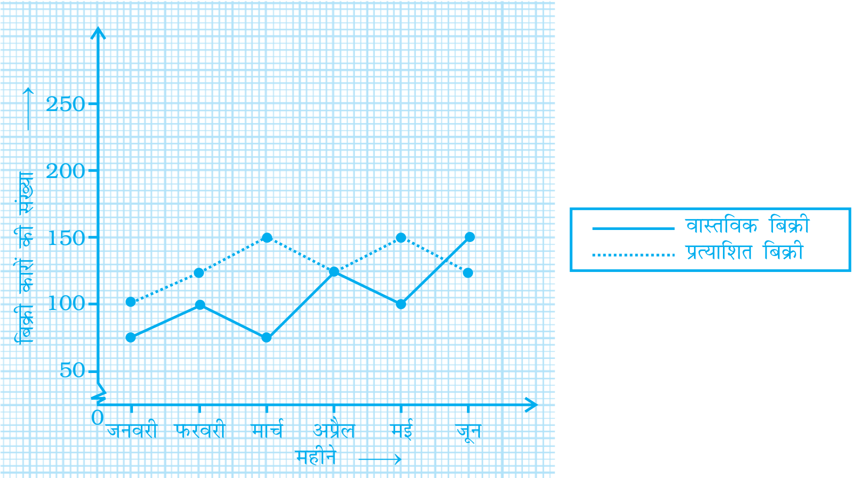
(d) किस दिन दोनों सप्ताहों के तापमानों का अंतर अधिकतम था?

(e) बृहस्पतिवार को दोनों सप्ताहों के तापमान क्या थे?

(f) प्रथम सप्ताह में, किस दिन तापमान 35°C था?

(g) दूसरे सप्ताह में, किस दिन तापमान सबसे अधिक था?

52. नीचे दिया हुआ आलेख किसी कंपनी की कारों की 6 महीनों में वास्तविक बिक्री और प्रत्याशित बिक्री को दर्शाता है। इस आलेख का अध्ययन कीजिए तथा आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(a) किस महीने में, वास्तविक बिक्री प्रत्याशित बिक्री के समान थी?

(b) किस (किन) महीने (नों) में, वास्तविक और प्रत्याशित बिक्रियों का अंतर अधिकतम था?

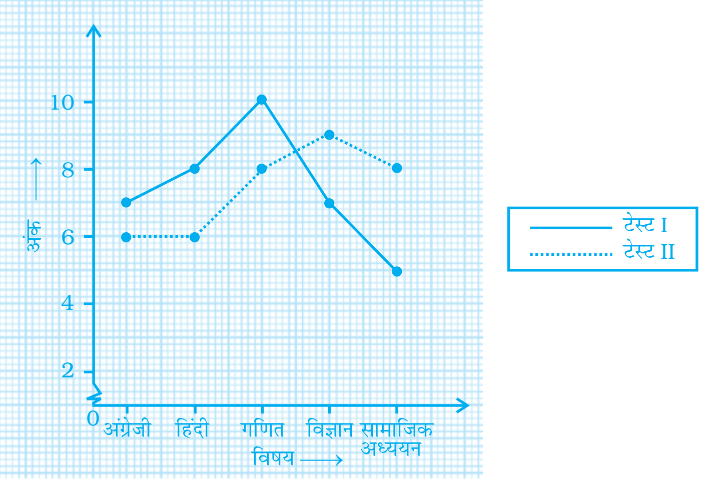
(c) किस (किन) महीने (नों) में, वास्तविक और प्रत्याशित बिक्रियों का अंतर न्यूनतम था?

(d) जनवरी, फरवरी और मार्च में कारों की कुल बिक्री कितनी थी?

(e) अंतिम तीन महीनों में कारों की औसत बिक्री कितनी थी?

(f) प्रथम तीन महीनों की बिक्री और अंतिम तीन महीनों की बिक्री का अनुपात ज्ञात कीजिए।

53. नीचे दिया हुआ आलेख सोनिया द्वारा दो विभिन्न टेस्टों में 10 में से प्राप्त किये गये अंक दर्शाता है। इस आलेख का अध्ययन कीजिए तथा आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(a) अक्षों से क्या सूचनाएँ निरूपित हो रही हैं?

(b) टेस्ट I में, किस विषय में उसने अधिकतम अंक प्राप्त किये?

(c) टेस्ट II में, किस विषय में उसने न्यूनतम अंक प्राप्त किये?

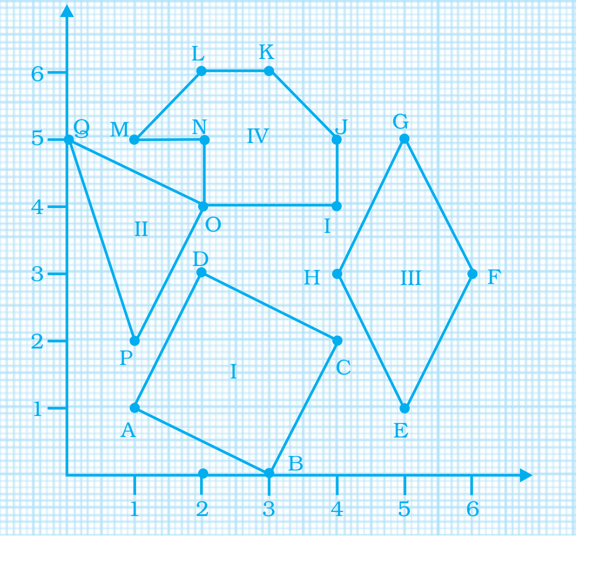
(d) किस विषय में, उसने दोनों टेस्टों में समान अंक प्राप्त किये हैं?

(e) टेस्ट II में, उसने अंग्रेजी में कितने अंक प्राप्त किये हैं?

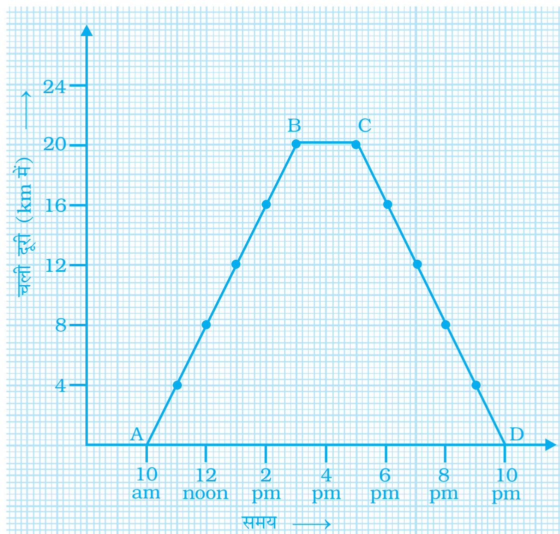
(f) किस टेस्ट में, उसका प्रदर्शन बेहतर था?

(g) किस विषय और किस टेस्ट में उसने पूरे अंक प्राप्त किये हैं?

54. नीचे दी गई आकृतियों के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए–



55. नीचे दिया हुआ आलेख, जो किसी व्यक्ति द्वारा अपने घर से जाने तथा दिन के अंत में अपने घर वापिस आने से संबंधित है, का अध्ययन कीजिए तथा इसके आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–



(a) किस समय वह व्यक्ति अपने घर से चला?

(b) अपनी यात्रा के प्रथम चार घंटों में उस व्यक्ति ने कितनी दूरी चली?

(c) वह सायं 3 बजे से सायं 5 बजे तक क्या कर रहा था?

(d) पूरे दिन में उसने कुल कितनी दूरी चली?

(e) उसके द्वारा प्रथम 8 घंटों में चली गयी कुल दूरी परिकलित कीजिए।

(f) किस समय पर उसने अपनी 16 किमी की यात्रा पूरी की?

(g) उस व्यक्ति की (a) A से B तक और (b) B से C तक (c) के बीच की औसत चालें परिकलित कीजिए।

56. चरों p और q के लिए एक रेखा आलेख खींचिए, जहाँ चर p चर q का दोगुना है, अर्थात् इन चरों से समीकरण $p = 2q$ बनती है। तब, इससे ज्ञात कीजिए–

(a) p का मान, जब $q = 3$ है।

(b) q का मान, जब $p = 8$ है।

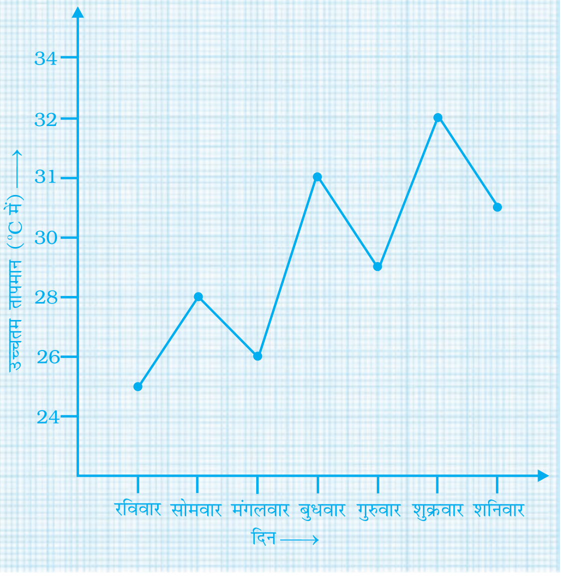
57. आगे दिये हुए आलेख का अध्ययन कीजिए तथा उसके आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) यह आलेख क्या सूचना देता है?

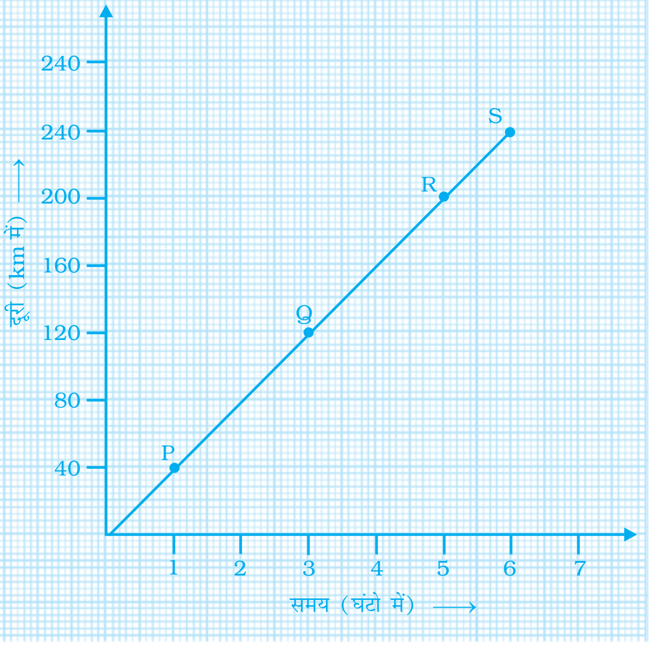
(b) किस दिन तापमान न्यूनतम था?

(c) किस दिन तापमान 31°C था?

(d) कौन-सा दिन सबसे अधिक गर्म था?



58. किसी कार द्वारा कुछ स्थानों की यात्रा करने से संबंधित नीचे दिये हुए दूरी-समय आलेख का अध्ययन कीजिए तथा आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए-



(a) कार प्रथम 2 घंटों में कितनी दूरी चली?

(b) R तक पहुँचने में कार कितना समय लेती है?

(c) 80km की दूरी तय करने में कार कितना समय लेती है?

(d) प्रारंभिक बिंदु से Q कितनी दूरी पर है?

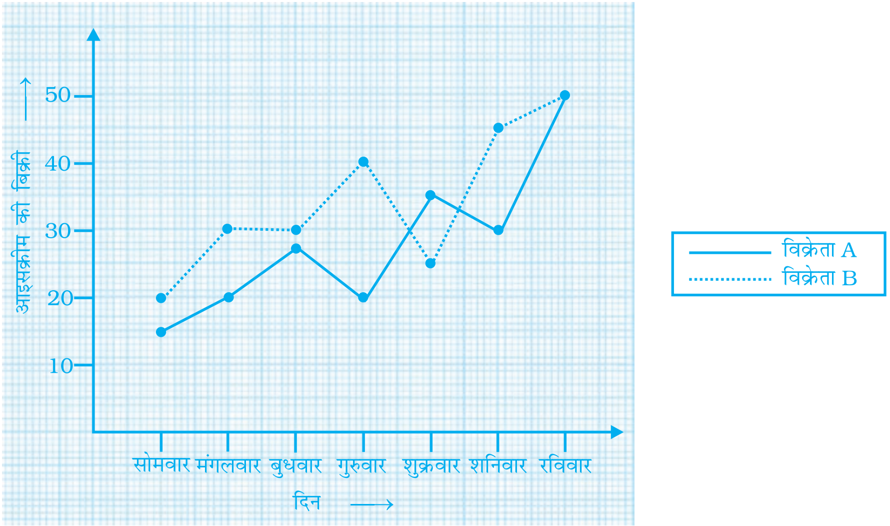
(e) कार चलने के कितने समय बाद S पर पहुँचती है?

59. एक आलेख शीट पर, उपयुक्त अक्षों को लेते हुए बिंदु A (1, 2), B (4, 2) और C (1, 4) को आलेखित कीजिए। इस पर एक चौथा बिंदु D इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि ABCD एक आयत हो जाये तथा इस बिंदु D के निर्देशांक लिखिए।

60. एक आलेख शीट पर उपयुक्त अक्षों को लेते हुए, बिंदु A (1, 2), B (3, 4), और C (5, 2) को आलेखित कीजिए। एक चौथा बिंदु D इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि ABCD एक समचतुर्भुज हो जाये तथा इस बिंदु D के निर्देशांक लिखिए। इस समचतुर्भुज के विकर्णों को मापिए और ज्ञात कीजिए कि ये बराबर हैं या नहीं।

61. एक आलेख शीट पर, बिंदु P (3, 4), Q (1, 0), R (0, 4) और S (4, 1) को आलेखित कीजिए तथा रेखाखंडों PQ और RS के प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक लिखिए।

62. नीचे दिया गया आलेख किसी सप्ताह में दो विक्रेताओं द्वारा बेची गयी आइसक्रीमों की बिक्रियों की तुलना करता है–



इस आलेख को देखिए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) शुक्रवार को किस विक्रेता ने अधिक आइसक्रीम बेची?

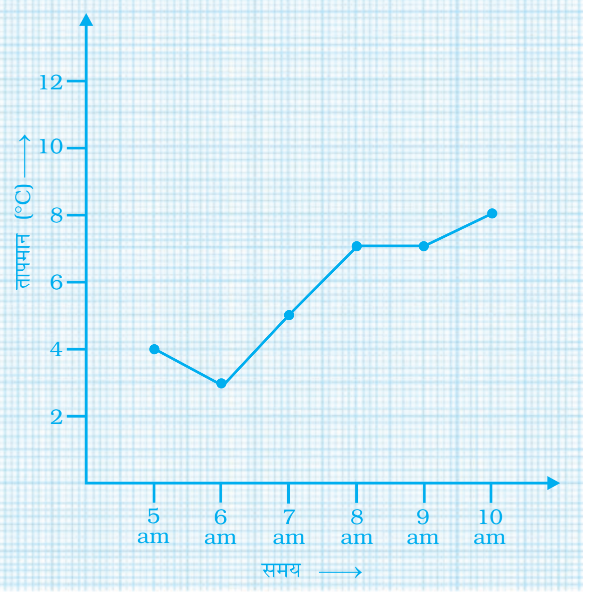
(b) किस दिन दोनों विक्रेताओं की बिक्रियाँ समान थीं?

(c) विक्रेता A की बिक्री किस दिन पिछले दिन की तुलना में सबसे अधिक बढ़ी?

(d) किस दिन दोनों विक्रेताओं की बिक्री का अंतर अधिकतम था?

(e) विक्रेता B की किन दो दिनों में बिक्री समान थी?

63. नीचे दिया हुआ आलेख एक दिन के विभिन्न समयों पर रिकॉर्ड किये गये तापमानों को दर्शाता है–



इस आलेख को देखिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) प्रातः 8 बजे क्या तापमान है?

(b) किस समय पर तापमान 3^0C है?

(c) किस घंटे में तापमान में गिरावट हुई है?

(d) प्रातः 7 बजे और प्रातः 10 बजे के बीच में तापमान में क्या परिवर्तन हुआ?

(e) किस घंटे में तापमान अचर रहा है?

64. निम्न सारणी किसी बच्चे के वृद्धि चार्ट को प्रदर्शित करती है–

लंबाई (सेमी में)	75	90	110	120	130
आयु (वर्षों में)	2	4	6	8	10

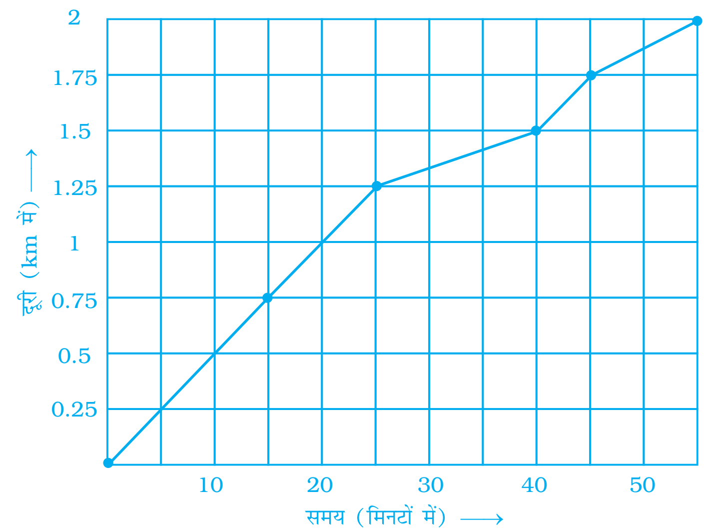
इस सारणी के लिए, एक रेखा आलेख खींचिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) 4 वर्ष की आयु में लंबाई क्या है?

(b) 6 वर्ष की आयु की तुलना में 10 वर्ष की आयु में उस बच्चे की लंबाई कितनी अधिक है?

(c) किन दो क्रमागत समय अवधियों के बीच में बच्चे की लंबाई में अधिक तेजी से वृद्धि हुई?

65. नीचे स्नेहा के चलने का समय-दूरी आलेख दिया हुआ है–



(a) स्नेहा किस समय न्यूनतम प्रगति करती है (अर्थात् न्यूनतम चाल से चलती है)?

(b) km / घंटा में उसकी औसत चाल ज्ञात कीजिए।

66. सारणी I में दिये निर्देशांकों से एक समांतर चतुर्भुज ABCD खींचिए। बिंदु E, F, G, H तथा J, K, L, M. के निर्देशांकों को प्राप्त करने के लिए क्रमश: सारणियों II और III को पूरा कीजिए।

बिंदु	(x, y)
A	(1, 1)
B	(4. 4)
C	(8, 4)
D	(5, 1)

सारणी I

बिंदु	$(0.5x, 0.5y)$
E	(0.5, 0.5)
F	
G	
H	

सारणी II

बिंदु	$(2x, 1.5y)$
J	(2, 1.5)
K	
L	
M	

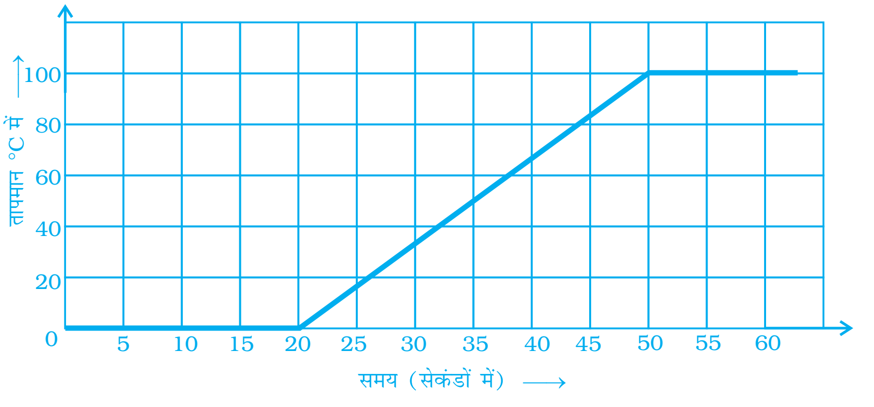
सारणी III

इसी आलेख कागज पर समांतर चतुर्भुज EFGH और JKLM खींचिए।

67. एक आलेख कागज पर बिंदु (2, 4) और (4, 2) को आलेखित कीजिए और इन्हें एक रेखाखंड द्वारा मिलाइए। निर्देशांकों अक्षों से मिलने के लिए, इस रेखाखंड को दोनों ओर विस्तृत कीजिए। उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ यह रेखा x-अक्ष और y-अक्ष से मिलती है।

12/04/18

68. निम्न आलेख किसी बर्फ के ब्लॉक को गर्म करने पर उसमें हुए तापमानों में परिवर्तन को दर्शाता है। इस आलेख का उपयोग निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर देने में कीजिए–



(a) कितने सैकेंड तक बर्फ के इस ब्लॉक में तापमान में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है?

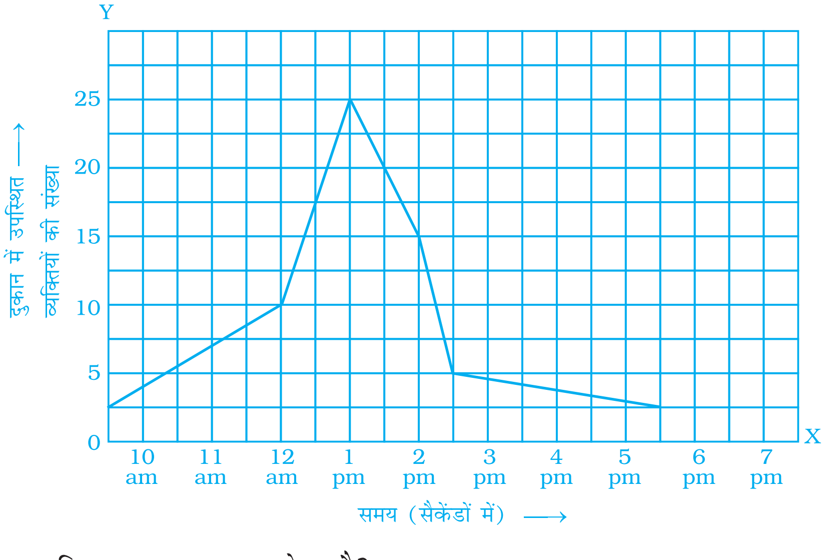
(b) कितनी देर तक तापमान में परिवर्तन होता रहा?

(c) गर्म करने के कितने सैकेंड बाद, तापमान 0°C पर अचर हो गया?

(d) 50 सैकेंड बाद तापमान क्या था?

(e) 1.5 मिनट बाद तापमान क्या होगा? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

69. निम्न आलेख विभिन्न समयों पर किसी विशेष दुकान पर उपस्थित व्यक्तियों की संख्या को दर्शाता है। इस आलेख को देखिए और आगे दिये हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(a) यह किस प्रकार का आलेख है?

(b) यह आलेख क्या सूचना दे रहा है?

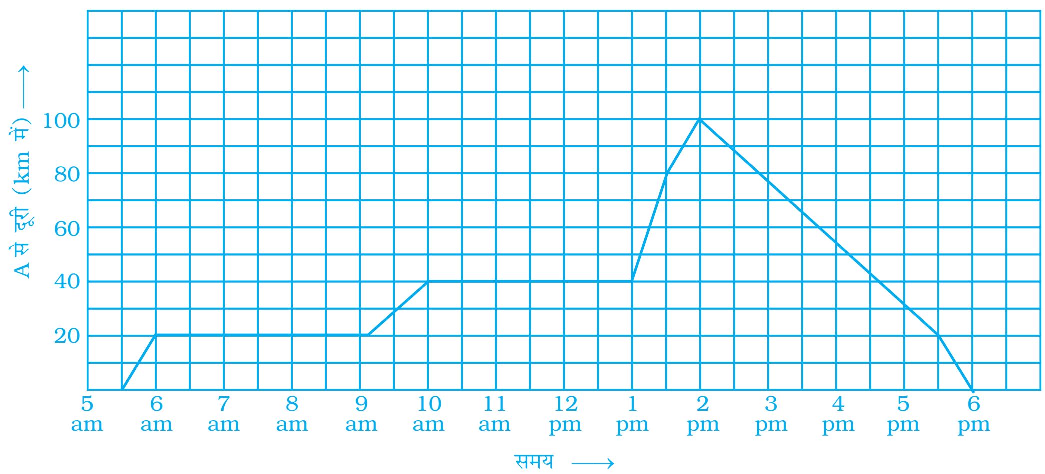
(c) इस दुकान पर दिन में सबसे अधिक व्यस्तता का समय क्या है?

12/04/18

(d) कितने व्यक्ति दुकान खुलते समय उसमें प्रवेश करते हैं?

(e) दोपहर 1:30 बजे के समय उस दुकान पर लगभग कितने व्यक्ति उपस्थित थे?

70. एक व्यक्ति स्थान A से अपनी यात्रा कार से करना प्रारंभ करता है और वापस आ जाता है। नीचे दिया हुआ आलेख संपूर्ण यात्रा में विभिन्न समयों पर उसकी स्थितियों को दर्शाता है। आलेख के अनुसार निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिये।



(a) वह किस समय अपनी यात्रा प्रारंभ करता है और किस समय यात्रा समाप्त करता है?

(b) यात्रा की संपूर्ण अवधि कितनी थी?

(c) कौन-सी यात्रा (आगे जाने या वापसी की) अधिक समय काल की थी?

(d) कितने घंटों तक वह नहीं चला?

(e) किस समय उसकी चाल अधिकतम थी?

71. नीचे दिया गया आलेख दो साइकिल सवारों द्वारा की गयी यात्राओं को दर्शाता है– एक की यात्रा शहर A से शहर B तक की है तथा दूसरे की यात्रा शहर B से शहर A तक की है।

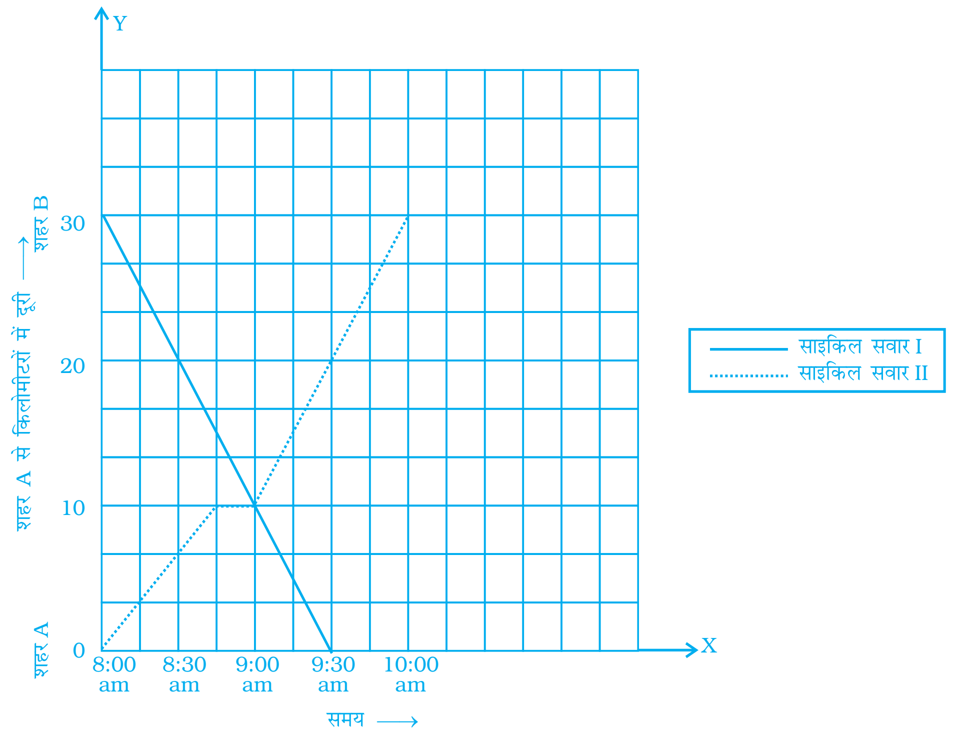
(a) किस समय साइकिल सवार II ने विश्राम किया? उस साइकिल सवार ने कितने समय तक विश्राम किया?

(b) विश्राम करने के बाद, क्या साइकिल सवार II अधिक तेजी से साइकिल चला रहा था या अधिक धीरे साइकिल चला रहा था?

(c) दोनों साइकिल सवार किस समय मिले?

(d) साइकिल सवार II साइकिल सवार I से मिलने से पहले कितनी दूरी तय कर चुका था?

(e) जब साइकिल सवार II शहर A पर पहुँचता है, तब साइकिल सवार I शहर B से कितनी दूरी पर था?



72. अजिता अपने पिता के साथ स्कूटर पर अपने घर से 07:00 बजे चलना प्रारंभ करती है, जो 30km/h की एक समान चाल से चलता है तथा आधे घंटे के बाद उसे उसके स्कूल पर छोड़ देता है। वह स्कूल में 13:30 घंटे तक रहती है और घर लौटने के लिए एक ऑटोरिक्शा लेती है। इस रिक्शा की एक समान चाल 10km/h है। उपरोक्त स्थिति को दर्शाने के लिए, एक आलेख खींचिए तथा अजिता के घर से उसके स्कूल की दूरी निर्धारित कीजिए।

73. एक उपयुक्त स्केल का उपयोग करते हुए, किसी कंपनी के पाँच वर्षों के निम्न वार्षिक सकल लाभों को दर्शाने के लिए एक रेखा आलेख खींचिए–

वर्ष	पहला	दूसरा	तीसरा	चौथा	पाँचवाँ
सकल लाभ (₹ में)	17,00,000	15,50,000	11,40,000	12,10,000	14,90,000

74. नीचे दिया हुआ चार्ट लड़के और लड़कियों की उनकी संगत आयु के अनुसार संपूर्ण लंबाइयों के प्रतिशत के पदों में लंबाइयों में वृद्धि दर्शाता है–

आयु (वर्षों में)	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
लड़के	72%	75%	78%	81%	84%	88%	92%	95%	98%	99%	100%
लड़कियाँ	77%	81%	84%	88%	91%	95%	98%	99%	99.5%	100%	100%

इन आँकड़ों के एक ही आलेख शीट पर रेखा आलेख खींचिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) किस वर्ष में लड़के और लड़कियाँ दोनों अपनी अधिकतम लंबाइयों तक पहुँचते हैं?

(b) यौवनागम के समय पर (14 वर्ष से 16 वर्ष की आयु तक) किस में अधिक तेजी से वृद्धि होती है?

75. नीचे दी गई सारणी ध्रुव द्वारा साइकिल चलाते समय एकत्रित किये गये कुछ आँकड़ों को दर्शाती है–

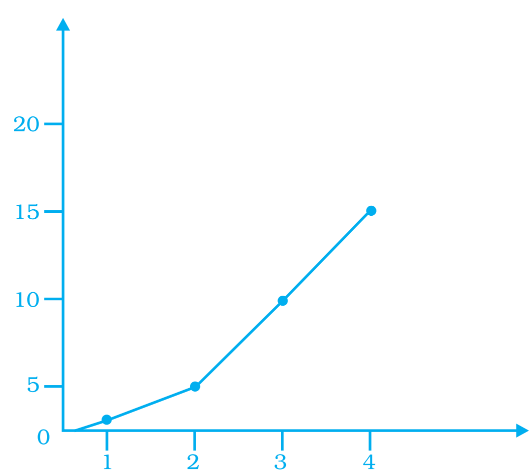
समय (मिनट में)	0	5	10	15	20	25
दूरी (किमी में)	0	0.5	1	1.25	1.5	1.75

(a) एक उपयुक्त स्केल का उपयोग करते हुए, ऊपर दिए हुए आँकड़ों के लिए एक रेखा आलेख खींचिए।

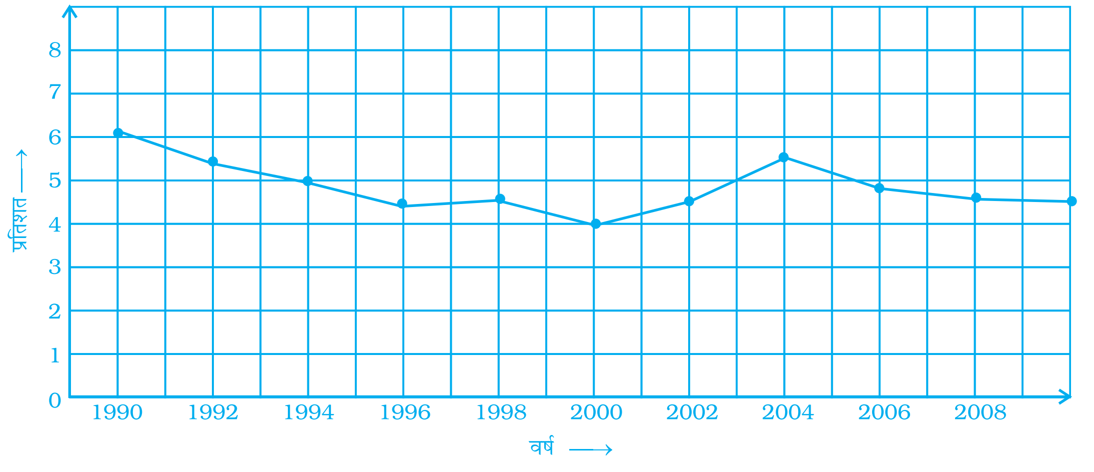
(b) किन समय अवधियों में ध्रुव ने अधिक प्रगति की?

76. नीचे दिये हुए आलेख को ध्यानपूर्वक देखिए और निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

x	1	2	3	4	5
y					



77. आगे दिया हुआ आलेख उन विद्यार्थियों के प्रतिशतों को दर्शाता है, जो हाईस्कूल तक अध्ययन करने के बाद स्कूल छोड़ जाते हैं। बिंदु A यह दर्शाता है कि 1996 में लगभग 4.7% विद्यार्थियों ने स्कूल छोड़ दिया।

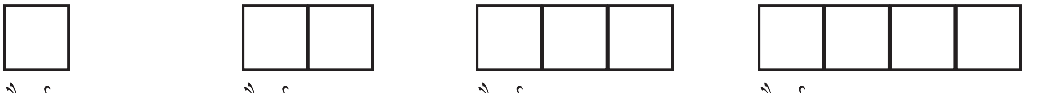


(a) किस वर्ष में स्कूल छोड़ने वालों की दर अधिकतम थी? यह किस वर्ष में न्यूनतम थी?

(b) हाईस्कूल के बाद स्कूल छोड़ने वालों की दर कब सर्वप्रथम 5% से कम हुई?

(c) 2007 में, कितने प्रतिशत विद्यार्थी हाईस्कूल छोड़ देते हैं? वर्ष 2008 में, लगभग कितने प्रतिशत विद्यार्थी हाईस्कूलों में रहे?

78. टूथपिक से बने निम्न पैटर्नों को देखिए–



पैटर्न 1 पैटर्न 2 पैटर्न 3 पैटर्न 4

(a) कल्पना कीजिए कि यह पैटर्न जारी रहता है। प्रथम 6 पैटर्नों में टूथपिक की संख्याओं को दर्शाने वाली निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

पैटर्न	1	2	3	4	5	6
टूथपिक	4			13		

(b) पैटर्न संख्याओं को क्षैतिज अक्ष और टूथपिक की संख्याओं को ऊर्ध्वाधर अक्ष पर लेकर एक आलेख खींचिए। क्षैतिज अक्ष को 0 से 10 और ऊर्ध्वाधर अक्ष को 0 से 30 से अंकित कीजिए।

(c) अपने आलेख का प्रयोग करते हुए, 7 और 8 पैटर्नों के लिए वाँछित टूथपिक की संख्याओं को निर्धारित कीजिए। वास्तव में, पैटर्न खींच कर अपने उत्तर की जाँच कीजिए।

(d) आलेख पर बिंदुओं को मिलाने का कोई अर्थ होगा? स्पष्ट कीजिए।

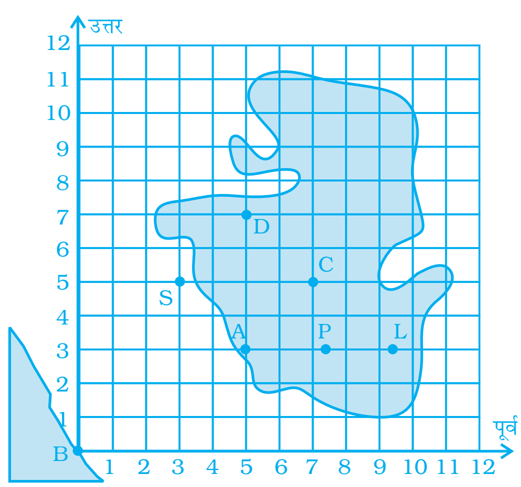
79. निम्न निवेश / निर्गम सारणी पर विचार कीजिए–

निवेश	1	2	4	5	7
निर्गम	2	5	11	14	20

(a) क्षैतिज अक्ष के अनुदिश 'निवेश' को 0 से 8 तक अंकित करते हुए और ऊर्ध्वाधर अक्ष के अनुदिश 'निर्गम' को 0 से 24 तक अंकित करते हुए, ऊपर दिये हुए आँकड़ों का एक आलेख खींचिए।

(b) अपने आलेख का प्रयोग करते हुए 3 और 8 के निवेशों के लिए निर्गमों को निर्धारित कीजिए।

80. नीचे दिया हुआ आलेख एक महाद्वीप के तट के ठीक पास एक द्वीप के मानचित्र को दर्शाता है। B से अंकित बिंदु तट एक बड़े शहर को दर्शाता है। ग्रिड रेखाओं के बीच की दूरी 1 किलोमीटर दर्शाती है।



बिंदु A एक सैरगाह को निरूपित करता है, जो बिंदु B से 5km पूर्व और 3km उत्तर की ओर स्थित है। मान 5 और 3 बिंदु A के निर्देशांक हैं। इन निर्देशांकों को क्रमित युग्म (5, 3) के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ 5 क्षैतिज निर्देशांक हैं और 3 ऊर्ध्वाधर निर्देशांक हैं।

(i) इस मानचित्र की एक प्रतिलिपि पर, वह बिंदु अंकित कीजिए जो बिंदु B के 3km पूर्व और 5km उत्तर में स्थित हो तथा इसे S से नामांकित कीजिए। क्या बिंदु S जल में है या द्वीप में स्थित है? क्या बिंदु S उसी स्थान पर है जहाँ बिंदु A है?

(ii) वह बिंदु अंकित कीजिए जो बिंदु B के 7km पूर्व और 5km उत्तर में स्थित हो तथा इसे C से नामांकित कीजिए। इसके बाद एक बिंदु अंकित कीजिए, जो बिंदु B के 5km और 7km उत्तर में स्थित हो तथा इसे D से नामांकित कीजिए। क्या बिंदु C और D एक ही स्थान पर हैं? बिंदु C और D के निर्देशांक लिखिए।

12/04/18

(iii) कौन–सा बिंदु जल के अंदर है– (2, 7) या (7, 2)? इनमें से मानचित्र पर वह बिंदु अंकित कीजिए जो जल में है। इसे E से नामांकित कीजिए।

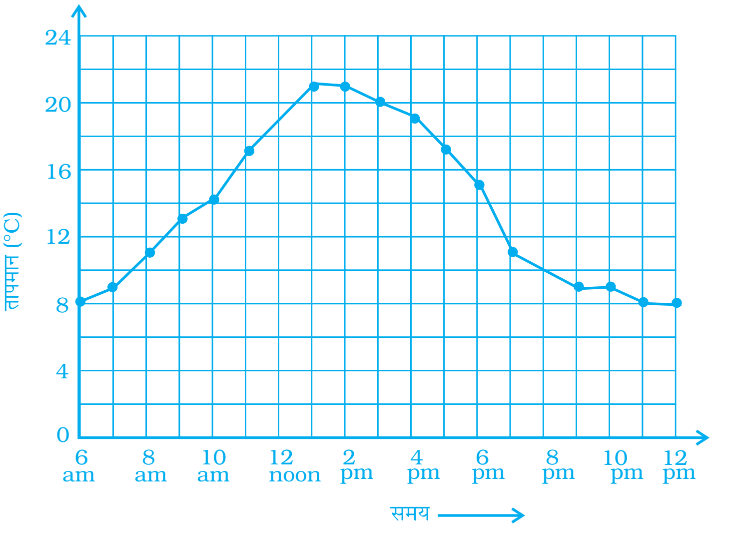
(iv) द्वीप पर ऐसे दो बिंदुओं के निर्देशांक लिखिए जो बिंदु A से ठीक 2km की दूरी पर है।

(v) उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए जो बिंदु L और P के बीचों बीच में हैं।

(vi) द्वीप पर ऐसे तीन बिंदुओं के नाम बताइए, जिनके x-निर्देशांक 8 से अधिक हैं।

(vii) द्वीप पर ऐसे तीन बिंदुओं के नाम बताइए जिनमें y-निर्देशांक 4 से कम हों।

81. अपने विज्ञान के एक प्रोजेक्ट में, पृथ्वी को एक शनिवार के दिन प्रात: 6 बजे से अर्धरात्रि तक प्रत्येक घंटे के अंतराल पर तापमान रिकॉर्ड करना था। दोपहर 12 बजे वह भोजन कर रहा था और तापमान रिकॉर्ड करना भूल गया। रात्रि 8 बजे उसका मनपसंद कार्यक्रम आया और वह पुन: तापमान रिकॉर्ड करना भूल गया। उसने अपने द्वारा रिकार्ड किये गये आँकड़ों को एक आलेख के रूप में नीचे दर्शाए अनुसार प्रस्तुत किया–

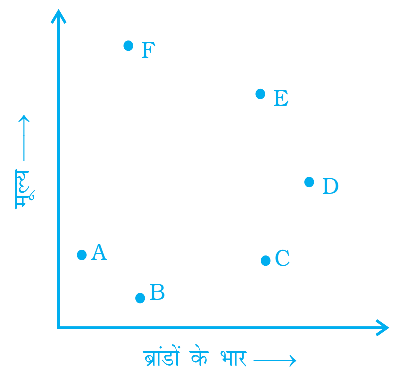


(a) इस स्थिति में, बिंदुओं को मिलाने से क्यों एक अर्थ निकलता है?

(b) आलेख पर दर्शाए गये समय काल में तापमान में हुए परिवर्तनों की सकल प्रवृति या पैटर्न की व्याख्या कीजिए।

(c) दोपहर 12 बजे और रात्रि 8 बजे के तापमानों के आकलन कीजिए।

82. नीचे दिया हुआ आलेख चीनी के विभिन्न ब्राँडों A, B, C, D, E, F के थैलों के मूल्यों (₹ में) और भारों (किग्रा में) को प्रदर्शित करता है–



(a) कौन-से ब्राँड या ब्राँडों का (के) मूल्य ब्राँड D से अधिक है?

(b) चीनी के किस ब्राँड का थैला सबसे अधिक भारी है?

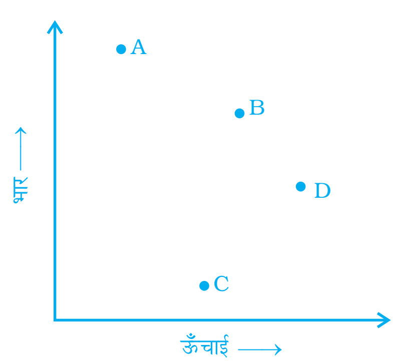
(c) किन ब्राँडों के थैले बराबर भारों के हैं?

(d) किन ब्राँडों के थैले ब्राँड B के थैलों से भारी हैं?

(e) कौन-सा थैला सबसे अधिक भारी हैं?

(f) कौन-से समान मूल्यों के हैं?

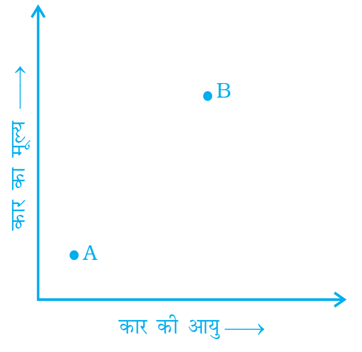
83. नीचे दिया हुआ आलेख इस ड्राइंग में दर्शाए हुए गधे, कुत्ते, मगरमच्छ और शतुरमुर्ग की ऊँचाइयों और भारों को प्रदर्शित करता है–

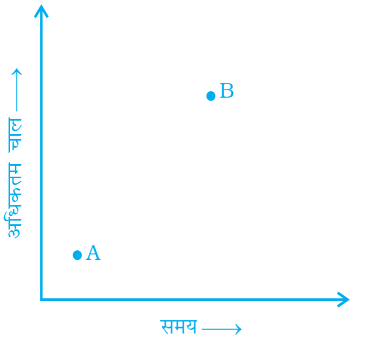


(a) इस आलेख में कौन-से दो चर निरूपित हैं?

(b) कौन-सा बिंदु प्रत्येक पशु को निरूपित करता है? स्पष्ट कीजिए कि यह निर्णय आपने कैसे किया है।

84. नीचे दिए दो आलेख कार A और कार B की तुलना करते हैं। दायाँ आलेख आयु और मान के बीच में संबंध दर्शाता है। बायाँ आलेख माप और अधिकतम चाल के बीच संबंध को दर्शाता है–





इन आलेखों का उपयोग करते हुए, बताइए कि प्रत्येक कथन सत्य है या असत्य तथा स्पष्ट कीजिए कि आप इस उत्तर पर किस प्रकार पहुँचे हैं–

(a) पुरानी कार का मूल्य अधिक है।

(b) तेज कार लंबी है।

(c) लंबी कार पुरानी है।

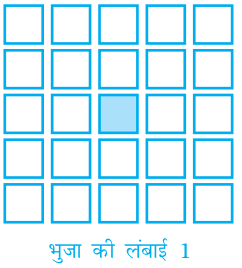
(d) तेज कार पुरानी है।

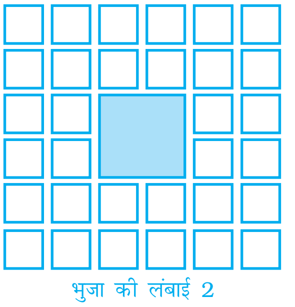
(e) अधिक मूल्य वाली कार धीमी चाल वाली है।

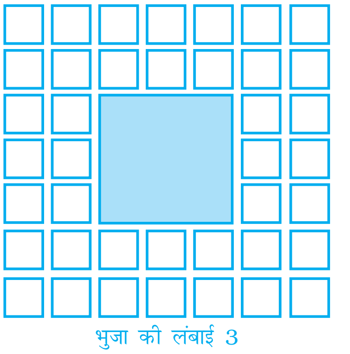
85. सोनल और अनमोल वर्गाकार सफेद टाइलों, जो एक बैंगनी वर्गाकार टाइल से घिरी है, का उपयोग करते हुए, टाइलों के डिजाइन का एक अनुक्रम बनाते हैं। बैंगनी टाइलें अनेक मापों में उपलब्ध हैं। ऐसे तीन डिजाइन नीचे दिये गये हैं–

(a) प्रतिलिपि बनाकर इस सारणी को पूरा कीजिए–

बैंगनी टाइल की माप	1	2	3	4	5	10	100
बार्डर पर सफेद टाइलों की संख्या							


भुजा की लंबाई 1


भुजा की लंबाई 2

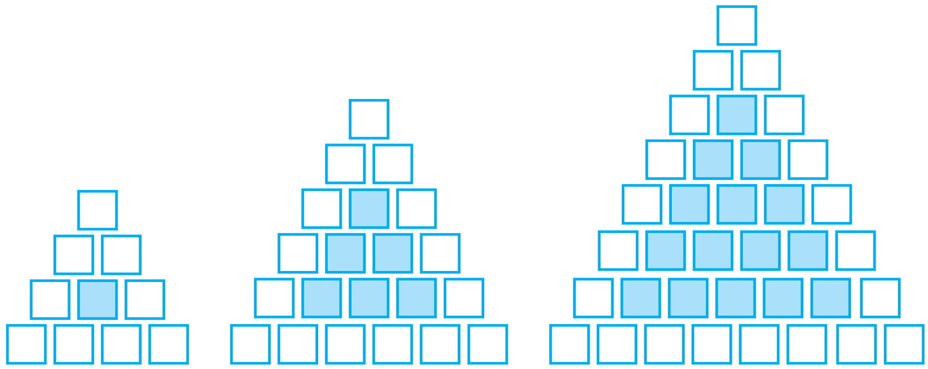

भुजा की लंबाई 3

(b) अपनी सारणी की संख्याओं के प्रथम पाँच युग्मों का प्रयोग करते हुए, एक आलेख खींचिए।

(c) क्या ये बिंदु एक रेखा पर स्थित हैं?

12/04/18

86. सोनल और अनमोल अब डिज़ाइनों का एक अन्य अनुक्रम बनाते हैं। इनके तीन डिज़ाइन नीचे दिये हैं–



(a) सारणी को पूरा कीजिए–

पंक्ति r	4	6	8
सफेद टाइलों की संख्या, w	9		
बैंगनी टाइलों की संख्या, p	1		

(b) पंक्तियों की संख्या और सफेद टाइलों की संख्या के लिए एक आलेख खींचिए। पक्तियों की संख्या और बैंगनी टाइलों की संख्या के लिए, एक अन्य आलेख खींचिए। पंक्तियों की संख्या को क्षैतिज अक्ष के अनुदिश रखिए।

(c) कौन–सा आलेख रैखिक है?

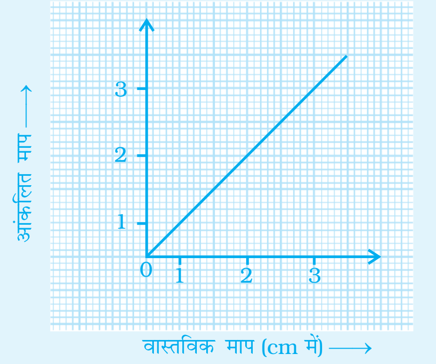
(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1:

नीचे दर्शाई गई सारणी के अनुसार एक सारणी बनाइए–

वस्तु	**आंकलन**	**वास्तविक**
	(cm में) (अनुमानित माप)	मापन (cm में)
* एक पेन की लंबाई		
* एक रबड़ की लंबाई		
* अपनी हथेली की लंबाई		
* आपके ज्यामिति बॉक्स की लंबाई		
* आपकी गणित अभ्यास पुस्तिका की लंबाई		

यदि एक आंकलित माप वास्तविक मापन के बराबर है, तो बिंदु (वास्तविक माप, आंकलित माप) सीधी रेखा p पर स्थित होता है। उदाहरणार्थ, एक वस्तु की माप 5 सेमी है और आपका आंकलित माप 5cm है, तो उस बिंदु का आलेख नीचे दी आकृति में रेखा पर स्थित होगा–



पूरी की गई अपनी सारणी का प्रयोग करते हुए,

(i) आँकड़ों को आलेखित कीजिए, जहाँ बिंदुओं के निर्देशांक (वास्तविक माप, आंकलित माप हैं)।

(ii) वे वस्तुएँ पहचानिए जिनके आकलन अधिक किये गये।

(iii) वे वस्तुएँ पहचानिए जिनके आकलन कम किये गये।

(iv) आलेख को देख कर आंकलन से अधिक और आंकलन से कम वस्तुएँ कैसे निर्धारित की जा सकती हैं? आपका आंकलन कितना सही है?

क्रियाकलाप 2:

क्रॉसवर्ड–

दिये हुए क्रासवर्ड को हल कीजिए। एक्रॉस और डाउन के खानों को भरने के लिए संकेत दिये हैं। संकेतों के अनुसार उनके उत्तर अंग्रेजी के अक्षरों में संगत खानों में भरे जाने हैं–

संकेत

डाउन

(1) A graph used to show comparison among categories. (2 words)

(1) विभिन्न श्रेणियों में तुलना को दर्शाने वाला आलेख (दो अक्षर)

(2) The point (0, 4) lies on the __________.

(2) बिंदु (0, 4) __________ पर स्थित हैं।

(3) A line graph which is a whole unbroken line.

(3) एक रेखा आलेख जो एक पूर्ण अखंडित रेखा होता है।

(4) The piont where the two axes meet.

(4) वह बिंदु जहाँ दोनों अक्ष मिलते हैं।

(5) __________ of a point are required to locate the point on a graph.

(5) आलेख पर बिंदु को निर्धारित करने के लिए उसके __________ की आवश्यकता होती है।

(6) The x–axis and y–axis are at __________ angles to each other.

(6) x–अक्ष और y–अक्ष परस्पर __________ पर होते हैं।

(7) x–coordinate of a point.

(7) एक बिंदु का x–निर्देशांक

एक्रॉस

(8) The plural of Axis.

(8) अक्ष का बहुवचन

(9) The sheet of paper on which coordinates of any given point are plotted.

(9) कागज की शीट जहाँ एक दिये बिंदु के निर्देशांकों के आलेखित किया जाता है।

(10) The system of fixing points on a graph with the help of coordinates.

(10) निर्देशांकों की सहायता से आलेख पर बिंदुओं को निर्धारित करने की पद्धति।

(11) A __________ graph displays the data that changes continuously over time.

(11) एक __________ आलेख ऐसे आँकड़ों को प्रदर्शित करता है जो प्राय: समय अवधि के अनुसार सतत रूप से बदलते रहते हैं।

(12) y–coordinate of a point.

(12) एक बिंदु का y–निर्देशांक

(13) A pie chart is used to compare parts of a __________.

(13) एक पाईचार्ट एक __________ के भागों की तुलना में प्रयोग किया जाता है।

(14) A bar graph that shows data in intervals.

(14) अंतरालों में आँकड़ों को दर्शाने वाला एक दंड आलेख।

(15) In a histogram there are no __________ between the bars.

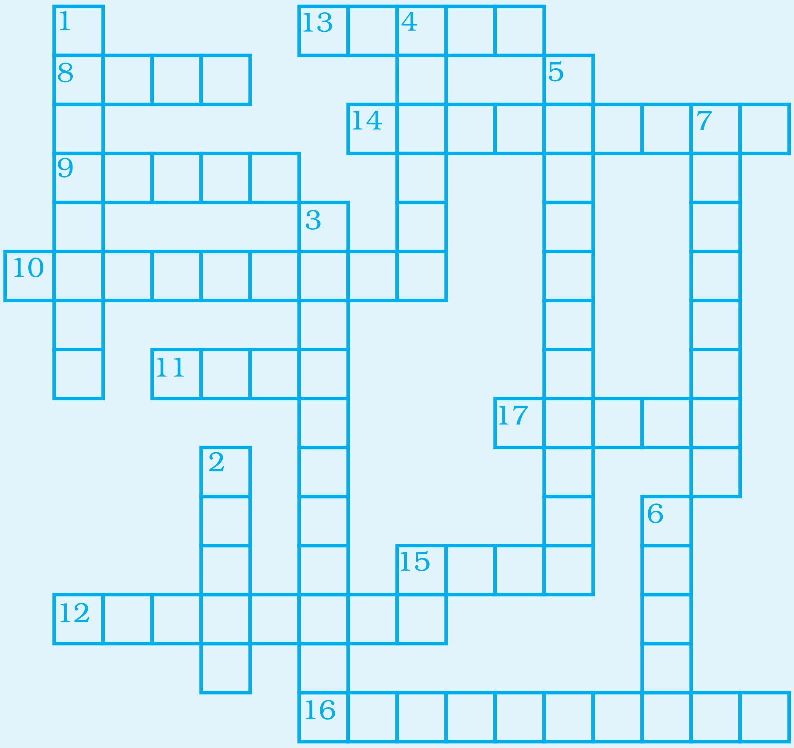
(15) एक आयत चित्र में, दंडों के बीच में कोई __________ नहीं होती।

(16) The x–axis is a __________ line on a plane.

(16) x–अक्ष तल में __________ रेखा होती है।

(17) y–coordinate of a point represents the distance of the point from the __________.

(17) किसी बिंदु का y–निर्देशांक उस बिंदु की ___________ से दूरी निरूपित करता है।

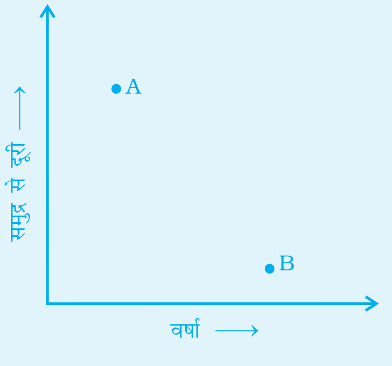


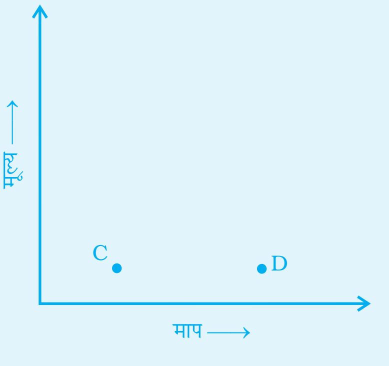
क्रियाकलाप 3:

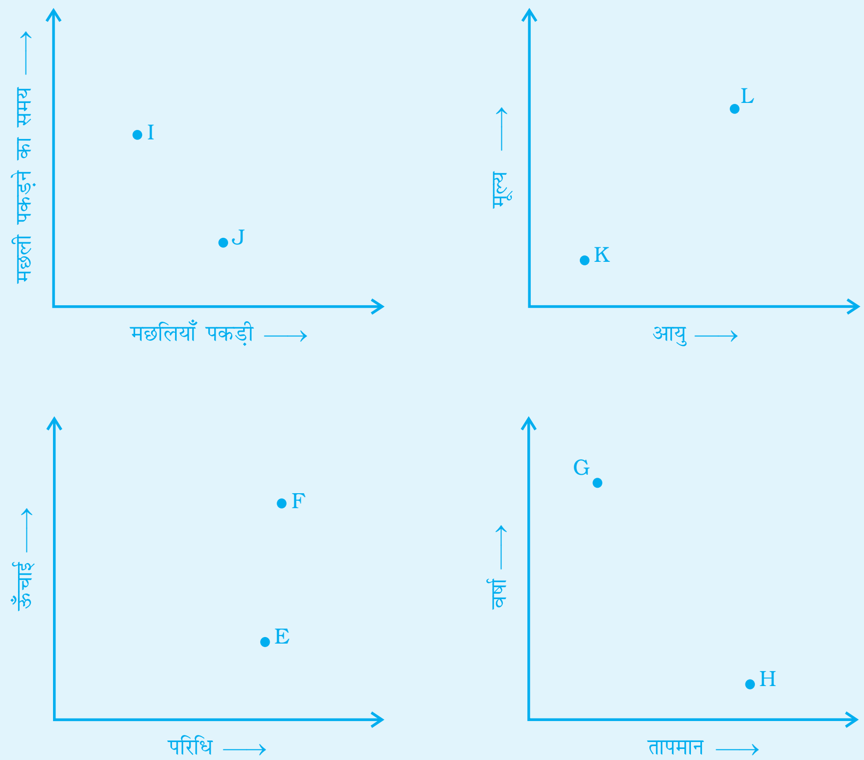
निम्न प्रत्येक आलेख के लिए, भागों (*a*) और (*b*) को पूरा कीजिए–

(a) बताइए कि आलेखों के चर क्या दर्शाते हैं?

(b) व्याख्या कीजिए कि यह आलेख आपको बिंदुओं से निरूपित वस्तुओं के बारे में क्या बताता है? इसके बाद यह बताने का प्रयास कीजिए कि ये बिंदु क्या निरूपित कर सकते हैं?






मछली पकड़ने का समय
मछलियाँ पकड़ी
I
J
मूल्य
आयु
K
L
ऊँचाई
परिधि
E
F
वर्षा
तापमान
G
H

इकाई 13

संख्याओं के साथ खेलना

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- संख्याओं को व्यापक रूप में लिखा जा सकता है। उदाहरणार्थ, दो अंकों की एक संख्या ab को $ab = 10a + b$; तीन अंकों की एक संख्या abc को $abc = 100a + 10b + c$ के रूप में लिखा जा सकता है।
- संख्याओं का व्यापक रूप हमें संख्याओं से संबंधित अनेक समस्याओं को हल करने में सहायता करता है।
- संख्याओं को व्यापक रूप में लिखकर संख्याओं की 11, 10, 5, 2, 9 या 3 से विभाज्यता की जाँच के नियमों के तर्क को स्पष्ट किया जा सकता है।
- विभिन्न अंकों के लिए विभिन्न अक्षरों से संबद्ध अनेक संख्या पहेलियों को संख्या संक्रियाओं के नियमों का प्रयोग करते हुए हल किया जा सकता है।

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 से 4 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: तीन अंकों की संख्या xyz का व्यापक रूप है–

(a) $x + y + z$ (b) $100x + 10y + z$

(c) $100z + 10y + x$ (d) $100y + 10x + z$

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 2: $100a + b + 10c$ का सामान्य रूप है–

(a) abc (b) cab (c) bac (d) acb

हल सही उत्तर (d) है।

उदाहरण 3 : यदि $5 \times A = CA$ है, तो A और C के मान हैं–

(a) A = 5, C = 1 (b) A = 4, C = 2

(c) A = 5, C = 2 (d) A = 2, C = 5

हल सही उत्तर (c) है।

उदाहरण 4 : यदि 5 A + 25, B_2 के बराबर है, तो A + B का मान है–

(a) 15 (b) 10 (c) 8 (d) 7

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 5 से 7 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ।

उदाहरण 5 : संख्या $ab - ba$, जहाँ a और b अंक हैं तथा $a > b$ है, ________ से विभाज्य है।

हल 9

उदाहरण 6 : जब $100a + 10c + 9$ को सामान्य रूप में लिखा जाए, तो वह ________ होगा।

हल ac 9.

उदाहरण 7 : यदि AB × B = 9B है, तो A = ________ और B = ________ है।.

हल 9, 1.

उदाहरण 8 से 10 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 8 यदि abc, cab और bca अंकों a, b, और c से बनने वाली तीन अंकों वाली संख्याएँ हैं; तो इन संख्याओं का योग सदैव 37 से विभाज्य होता है।

हल सत्य

उदाहरण 9 : मान लीजिए कि ab दो अंकों की एक संख्या है। तब $ab + ba$, 9 से विभाज्य होता है।

हल असत्य

उदाहरण 10 : यदि कोई संख्या 2 और 4 से विभाज्य हो, तो वह संख्या 8 से विभाज्य होगी।

हल असत्य

उदाहरण 11: तीन अंकों की एक संख्या $42x$, 9 से विभाज्य है तो $1x$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल क्योंकि $42x$, 9 से विभाज्य है, अत: इसके अंकों का योग अर्थात्

$4 + 2 + x$ को 9 से विभाज्य होना चाहिए।

अर्थात् $6 + x$ को 9 से विभाज्य होना चाहिए।

अर्थात् $6 + x = 9$ या 18, _____.

क्योंकि x एक अंक है, इसलिए $6 + x = 9$ या $x = 3$ प्राप्त होता है।

उदाहरण 12: A और B के मान ज्ञात कीजिए, यदि

$$\begin{array}{r} 41A \\ +\ B4 \\ \hline 512 \\ \hline \end{array}$$

हो।

हल इकाई के स्तंभ से, A + 4 ऐसी संख्या देता है, जिसकी इकाई का अंक 2 है। अत:, A = 8 है। अब, 1+(1+B) अर्थात् 2 + B एक ऐसी संख्या है जिसका इकाई का अंक 1 है।

$$\begin{array}{r} 418 \\ +\ 94 \\ \hline 512 \\ \hline \end{array}$$

अत:, A=8 तथा B=9 है।

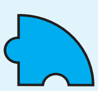
उदाहरण 13: मान लीजिए कि विभाजन $x \div 5$ से शेषफल 4 प्राप्त होता है तथा विभाजन $x \div 2$ से शेषफल 1 प्राप्त होता है। x की इकाई का अंक ज्ञात कीजिए।

हल क्योंकि $x \div 5$ से शेषफल 4 प्राप्त होता है, अत: इकाई का अंक 4 या 9 होना चाहिए। साथ $x \div 2$ से शेषफल 1 प्राप्त होता है, अत: इकाई का अंक 1 या 3 या 5 या 7 या 9 होना चाहिए। अत: इकाई का अंक 9 होगा।

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 14:

यदि 756x, 11 से विभाज्य है, जहाँ x एक अंक है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



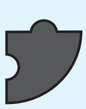
समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए।

- प्रश्न में क्या दिया है?

  एक चार अंकों की संख्या 756x, जो 11 से विभाज्य है।
- हमें क्या करना है?

  हमें x का मान ज्ञात करना है।
- समस्या हल करने के लिए किस गुण की आवश्यकता है?

  किसी संख्या की 11 से विभाज्यता।



एक युक्ति की योजना बनाइए

- दी हुई संख्या 756x के विषम स्थानों के अंकों का योग ज्ञात कीजिए।
- 756x के सम स्थानों के अंकों का योग ज्ञात कीजिए।
- चरण 1 और चरण 2 के परिणामों का अंतर ज्ञात कीजिए।

हल कीजिए

- दिया है $y = 2x$
- विषम स्थानों के अंकों का योग $= x + 5$
- सम स्थानों के अंकों का योग $= 6 + 7 = 13$
- अंतर $= (x + 5) - 13$
  $= x - 8$
  अब, $(x - 8)$ या तो 0 के बराबर होना चाहिए या 11 का एक गुणज (अर्थात् 11, 22, 33, इत्यादि) होना चाहिए।
  $x - 8 = 0$ से
  $x = 8$ है तथा $x - 8 = 11$ से
  $x = 11 + 8 = 19$ है।
- क्योंकि x एक अंक है, अत: इसका मान 0 से 9 ही हो सकता है। अत:, $x = 8$ है। अत:, वाँछित संख्या 7568 है और x का मान 8 है।

पुनर्निरीक्षण

- 7568
  विषम स्थानों के अंकों का योग $= 5 + 8 = 13$
  सम स्थानों के अंकों का योग $= 6 + 7 = 13$
  अंतर $= 13 - 13 = 0$
  अत:, x का मान सही है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

y का मान क्या होगा, यदि $277y$, 11 से विभाज्य है?

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 17 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. चार अंकों वाली संख्या $abdc$ का व्यापक रूप है–

(a) $1000\,a + 100\,b + 10\,c + d$

(b) $1000\,a + 100\,c + 10\,b + d$

(c) $1000\,a + 100\,b + 10\,d + c$

(d) $a \times b \times c \times d$

2. दो अंकों की एक संख्या xy का व्यापक रूप है–

(a) $x + y$ (b) $10x + y$ (c) $10x - y$ (d) $10y + x$

3. $1000\ a + 10\ b + c$ का सामान्य रूप है–

(a) abc (b) $abco$ (c) $aobc$ (d) $aboc$

4. मान लीजिए abc एक तीन अंकों की संख्या है। तब, $abc - cba$ निम्न से विभाज्य नहीं है–

(a) 9 (b) 11 (c) 18 (d) 33

5. संख्या xyz के x, y और z अंकों द्वारा निर्धारित सभी संख्याओं का योग, विभाज्य है–

(a) 11 (b) 33 (c) 37 (d) 74

6. चार अंकों की एक संख्या $aabb$, 55 से विभाज्य है। तब, b का सभंव मान है (हैं)–

(a) 0 और 2 (b) 2 और 5 (c) 0 और 5 (d) 5 और 2

7. abc तीन अंकों की एक संख्या है तब, $abc + bca + cab$ निम्न से विभाज्य नहीं है–

(a) $a + b + c$ (b) 3 (c) 37 (d) 9

8. चार अंकों की एक संख्या $4\ ab\ 5$, 55 से विभाज्य है। तब $b - a$ का मान है–

(a) 0 (b) 1 (c) 4 (d) 5

9. यदि abc एक तीन अंकों की संख्या है, तो संख्या $abc - a - b - c$ निम्न से विभाज्य है–

(a) 9 (b) 90 (c) 10 (d) 11

10. एक तीन अंकों की संख्या को दो बार लिखकर एक 6 अंकों की संख्या बनायी जाती है। उदाहरणार्थ, 256256, 678678 इत्यादि। इस प्रकार की संख्या निम्न से विभाज्य होगी–

(a) केवल 7 (b) केवल 11 (c) केवल 13 (d) 1001

11. यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य है, तो वह संख्या सदैव निम्न से विभाज्य होगी–

(a) 2 (b) 3 (c) 6 (d) 9

12. यदि $x + y + z = 6$ और z एक विषम अंक है, तो xyz है–

(a) 3 का एक विषम गुणज (b) 6 का एक विषम गुणज

(c) 3 का एक विषम गुणज (d) 9 का एक सम गुणज

13. यदि $5\ A + B\ 3 = 65$ है तो A और B के मान क्रमशः हैं–

(a) A = 2, B = 3 (b) A = 3, B = 2

(c) A = 2, B = 1 (d) A = 1, B = 2

14. यदि $A\ 3 + 8\ B = 150$ है, तो A + B का मान है–

(a) 13 (b) 12 (c) 17 (d) 15

12/04/18

15. यदि 5 A × A = 399, तो A का मान है–

(a) 3 (b) 6 (c) 7 (d) 9

16. यदि 6 A × B = A 8 B है, तो A – B का मान है–

(a) –2 (b) 2 (c) –3 (d) 3

17. निम्न में से कौन-सी संख्या 99 से विभाज्य है?

(a) 913462 (b) 114345 (c) 135792 (d) 3572406

प्रश्न 18 से 33 में, रिक्त स्थानों को भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

18. 3134673, 3 और ______ से विभाज्य है।

19. 20 x 3 का एक गुणज होगी, यदि अंक x या तो ______ या ______ होगा।

20. 3 x 5, 9 से विभाज्य है, यदि अंक x __________ है।

21. दो अंकों की किसी संख्या और उसके अंकों को पलटने पर प्राप्त संख्या का योग सदैव __________ से विभाज्य होता है।

22. दो अंकों की एक संख्या और उसके अंकों को पलटने पर प्राप्त संख्या का अंतर सदैव __________ से विभाज्य होता है।

23. तीन अंकों की एक संख्या और उसके अंकों को पलटने पर प्राप्त संख्या का अंतर 9 और __________ से विभाज्य होता है।

24. यदि
$$\begin{array}{r} 2\ B \\ +\ A\ B \\ \hline 8\ A \end{array}$$
है, तो A = ______ और B = ______ है।

25. यदि
$$\begin{array}{r} A\ B \\ \times\ \ B \\ \hline 9\ B \end{array}$$
है, तो A = ______ और B = ______ है।

26. यदि
$$\begin{array}{r} B\ 1 \\ \times\ \ B \\ \hline 49\ B \end{array}$$
है, तो B = _______ है।

27. 1 x 35, 9 से विभाज्य है, यदि x = _______ होगा।

28. चार अंकों की एक संख्या $abcd$, 11 से विभाज्य होगी, यदि $d + b - a - c$ = _______ या _______

29. एक संख्या 11 से विभाज्य होती है, यदि उसके विषम स्थानों के अंकों के योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर या तो 0 हो या ______ से विभाज्य हो।

30. यदि एक तीन अंकों की संख्या abc, 11 से विभाजित होगी, तो ______ या तो 0 होगा या 11 का गुणज होगा।

31. यदि A × 3 = 1A है, तो A = ______ है।

32. यदि B × B = AB है, तब या तो A = 2 और B = 5 होगा या फिर A = ______ और B = ______ होगा।

33. यदि एक दो अंकों की संख्या, जिसका दहाई का अंक t और इकाई का अंक u है, के बाद अंक 1 लगा दिया जाये, तो नयी संख्या ______ होगी।

प्रश्न 34 से 44 में बताइए कि कथन सत्य है या असत्य–

34. दो अंकों की एक संख्या ab सदैव 2 से विभाज्य होगी, यदि b या तो 0 हो या एक सम अंक होगा।

35. तीन अंकों की एक संख्या abc, 5 से विभाज्य होगी, यदि c एक सम अंक हो।

36. चार अंकों की एक संख्या $abcd$, 4 से विभाज्य होगी, यदि ab, 4 से विभाज्य हो।

37. तीन अंकों की एक संख्या abc, 6 से विभाज्य होगी, यदि c एक सम अंक हो और $a + b + c$, 3 का एक गुणज हो।

38. 3N + 2 के रूप की एक संख्या को 3 से भाग देने पर शेषफल 2 आता है।

39. संख्या 7N + 1 को 7 से भाग देने पर शेषफल 1 प्राप्त होगा।

40. यदि एक संख्या a, संख्या b से विभाज्य है, तो वह b के प्रत्येक गुणनखंड से विभाज्य होगी।

41. यदि AB × 4 = 192 है, तो A + B = 7 है।

42. यदि AB + 7C = 102 है, जहाँ B ≠ 0, C ≠ 0 है, तो A + B + C = 14 है।

43. यदि 213x27, 9 से विभाज्य है, तो x का मान 0 होगा।

44. यदि N ÷ 5 से शेषफल 3 प्राप्त होता है और N ÷ 2 से शेषफल 0 प्राप्त होता है, तो N ÷ 10 से शेषफल 4 प्राप्त होता है।

निम्न प्रश्नों को हल कीजिये–

45. अंक 'a' को कौन-सा न्यूनतम मान दिया जाये कि संख्या 91876a2, 8 से विभाज्य हो।

46. यदि $\begin{array}{r} 1\ \ P \\ \times\ \ \ P \\ \hline Q\ \ 6 \end{array}$ है, जहाँ Q – P = 3 है, तो P और Q के मान ज्ञात कीजिए।

47. यदि 1AB + CCA = 697 है और इस जोड़ में कोई हासिल नहीं लिया जाता है, तो A + B + C ज्ञात कीजिए।

48. पाँच अंकों की एक संख्या AABAA, संख्या 33 से विभाज्य है। इस रूप की सभी संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 49 से 60 में, अक्षरों के मान ज्ञात कीजिए–

49.

$$\begin{array}{r} A\ A \\ +\ A\ A \\ \hline X\ A\ Z \\ \hline \end{array}$$

50.
$$\begin{array}{r} 8\ 5 \\ +4\ A \\ \hline B\ C\ 3 \\ \hline \end{array}$$

51.
$$\begin{array}{r} B\ 6 \\ +8\ A \\ \hline C\ A\ 2 \\ \hline \end{array}$$

52.
$$\begin{array}{r} 1\ B\ A \\ +\ A\ B\ A \\ \hline 8\ A\ 2 \\ \hline \end{array}$$

53.
$$\begin{array}{r} C\ B\ A \\ +C\ B\ A \\ \hline 1\ A\ 3\ 0 \\ \hline \end{array}$$

54.
$$\begin{array}{r} B\ A\ A \\ +B\ A\ A \\ \hline 3\ A\ 8 \\ \hline \end{array}$$

55.
$$\begin{array}{r} A\ 0\ 1\ B \\ +1\ 0\ A\ B \\ \hline B\ 1\ 0\ 8 \\ \hline \end{array}$$

56.
$$\begin{array}{r} A\ B \\ \times\ \ 6 \\ \hline C\ 6\ 8 \\ \hline \end{array}$$

और B–A =1 है।

57.
$$\begin{array}{r} A\ B \\ \times\ A\ B \\ \hline 6\ A\ B \\ \hline \end{array}$$

58.
$$\begin{array}{r} A\ A \\ \times\ A \\ \hline C\ A\ B \\ \hline \end{array}$$

59.
$$\begin{array}{r} A\ B \\ -\ B\ 7 \\ \hline 4\ 5 \\ \hline \end{array}$$

60.
$$\begin{array}{r} 8\ A\ B\ C \\ -A\ B\ C\ 5 \\ \hline D\ 4\ 8\ 8 \\ \hline \end{array}$$

61. यदि 2A7 ÷ A = 33, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

62. 212 x 5 और 11 का गुणज है। x का मान ज्ञात कीजिए।

63. k का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ 31k 2, 6 से विभाज्य है।

64. 1y3y6, 11 से विभाज्य है। y का मान ज्ञात कीजिए।

65. 1513 x, 11 से विभाज्य है। x का मान ज्ञात कीजिए।

66. तीन अंकों की एक संख्या 2 a 3 को संख्या 326 में जोड़कर एक तीन अंकों की संख्या 5b9 प्राप्त की जाती है, जो 9 से विभाज्य है। $b - a$ का मान ज्ञात कीजिए।

67. मान जीजिए कि E = 3, B = 7 और A = 4 है। योग में अन्य अक्षरों के मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{array}{r} B\ A\ S\ E \\ +\ B\ A\ L\ L \\ \hline G\ A\ M\ E\ S \\ \hline \end{array}$$

68. मान लीजिए कि D = 3, L = 7 और A = 8 है। निम्न योग में अन्य अक्षरों के मान ज्ञात कीजिए–

```
  M A D
+   A S
+     A
-------
B U L L
```

69. यदि दो अंकों की एक संख्या में से वह संख्या घटायी जाये जो उसके अंकों को पलटने से प्राप्त होती है, तो प्राप्त परिणाम एक पूर्ण घन है। ऐसी कितनी संख्याएँ संभव हैं? इन सभी को लिखिए।

70. निम्न गुणन को कीजिए–

```
12345679
×      9
--------

--------
```

उपरोक्त परिणाम का प्रयोग करते हुए, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

(a) 12345679 × 45 क्या होगा?

(b) 12345679 × 63 क्या होगा?

(c) 888888888 प्राप्त करने के लिए, 12345679 को किस संख्या से गुणा करना चाहिए?

(d) 999999999 प्राप्त करने के लिए, 12345679 को किस संख्या से गुणा करना चाहिए?

71. निम्न से प्रत्येक में अक्षरों के मान ज्ञात कीजिए–

(i)
```
   P Q
 ×   6
------
 Q Q Q
```

(ii)
```
    2 L M
  + L M 1
  -------
    M 1 8
```

72. यदि 148101B095, 33 से विभाज्य है, तो B का मान ज्ञात कीजिए।

73. यदि 123123A4, 11 से विभाज्य है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

74. यदि $56x32y$, 18 से विभाज्य है, तो y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1. बहुभुजीय संख्याएँ

नीचे दिये हुए पैटर्नों का अध्ययन कीजिए और इसका विस्तार कीजिए। हम वर्ग संख्याओं के बारे में पहले से ही जानते हैं।

*	* *	* * *
	* *	* * *
		* * *
1	4	9

ऐसे दो चित्र और बनाइए।

यहाँ पहली वर्ग संख्या के लिए 1^2 का प्रयोग कीजिए, दूसरी वर्ग संख्या के लिए 2^2 का प्रयोग कीजिए, तीसरी वर्ग संख्या ज्ञात करने के लिए 3^2 का प्रयोग कीजिए, इत्यादि। nवीं वर्ग संख्या लिखिए।

आइए अब त्रिभुजाकार संख्याओं की ओर चलें।

*	*	*	*
	* *	* *	* *
		* * *	* * *
			* * * *
1	3	6	10

अगली त्रिभुजाकार संख्या ज्ञात कीजिए।

nवीं त्रिभुजाकार संख्या ज्ञात करने के लिए, हम सूत्र $\frac{n \times (n+1)}{2}$ का प्रयोग करते हैं।

क्या आप पंच भुजाकार संख्याओं से परिचित हैं?

पहली तीन पंचभुजाकार संख्याएँ आपके लिए दी गयी हैं। ऐसी अगली संख्याएँ लिखिए।

*   *   *   *   *   *

1   *   *   *   *

*   *   *   *   *

5   *   *

*

12

अगली पंचभुजाकार संख्या के लिए बिन्दु पैटर्न बनाइये। संपूर्ण आकार में बिंदुओं की संख्या गिनिए और इसे उस आकार के नीचे लिखिए।

2 :

यदि दी हुई संख्याएँ 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 और 11 से विभाज्य हैं, तो उचित खाने में सही (√) का चिह्न लगाइए।

क्रम संख्या	संख्या	से विभाज्य है								
1.	40185	2	3	4	5	6	8	9	10	11
2.	92286									
3.	56390									
4.	419562									
5.	10593248									

3. क्रॉसवर्ड पहेली

उपरोक्त क्रॉस संख्या पहेली के प्रत्येक खाने को नीचे दिये संकेतों के अनुसार भरिए –

डाउन

(A) 59 ______ 63 ÷ 33

(B) 81 ______ 42 ÷ 6

(C) 7 ______ 6988 ÷ 11

(D) 37604 ______ 5 ÷ 15

(E) 56 ______ ÷ 10

एक्रॉस

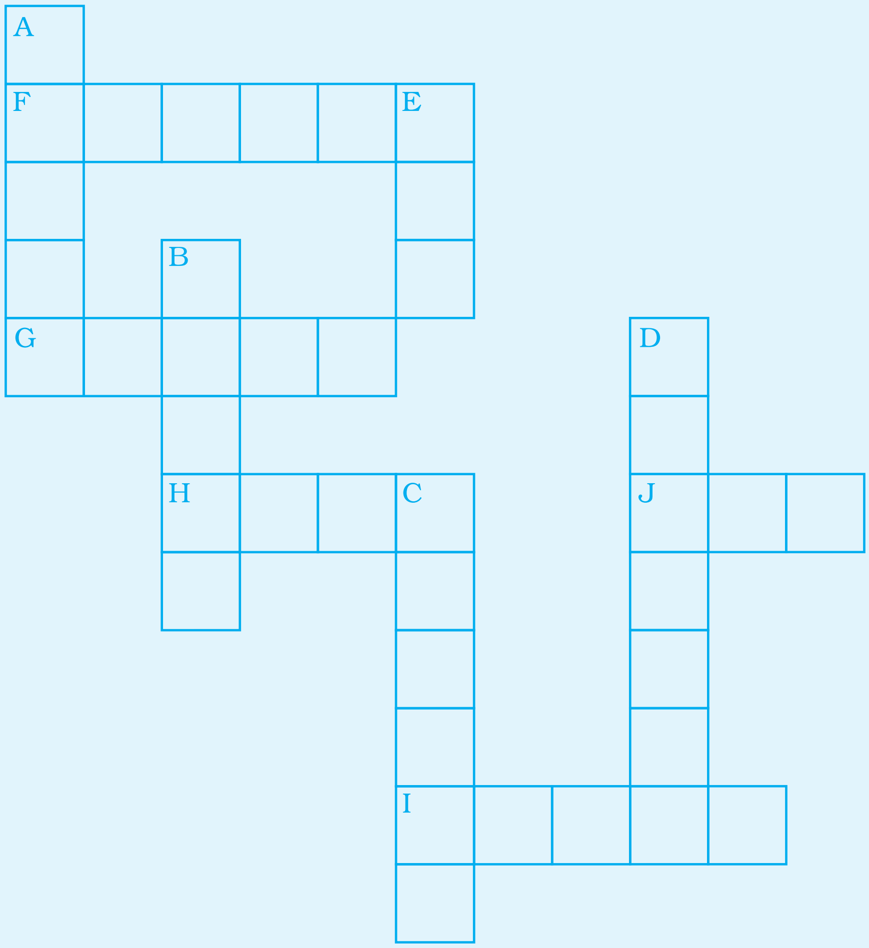
(F) 90 ______ 815 ÷ 15

(G) 3514 ______ ÷ 12

(H) 4 ______ 07 ÷ 7

(I) 8 ______ 558 ÷ 6

(J) 6 ______ 5 ÷ 55


A
F
E
B
G
D
H
C
J
I

उत्तरमाला

इकाई 1

1. (d) **2.** (b) **3.** (a) **4.** (d) **5.** (a) **6.** (a)

7. (a) **8.** (c) **9.** (b) **10.** (b) **11.** (a) **12.** (c)

13. (b) **14.** (d) **15.** (a) **16.** (a) **17.** (b) **18.** (d)

19. (d) **20.** (a) **21.** (a) **22.** (a) **23.** (d) **24.** (a)

25. (b) **26.** $\frac{45}{63}$ **27.** $\frac{35}{45}$ **28.** $\frac{35}{40}$

29. धनात्मक परिमेय संख्या **30.** ऋणात्मक परिमेय संख्या

31. नहीं **32.** 1, –1 **33.** x^2 **34.** $\frac{-45}{8}$ या $-5\frac{5}{8}$ **35.** $(657)^{-1}$

36. –1 **37.** $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$ **38.** अधिक **39.** अपरिमित रूप से अनेक

40. विपरीत **41.** धनात्मक **42.** क्रम **43.** $\frac{-7}{5}$ **44.** $\frac{3}{4}$

45. $\frac{1011}{100}$ **46.** $\frac{1}{5}\times\frac{3}{8}$ **47.** –3 –4 **48.** असत्य **49.** असत्य

50. सत्य **51.** सत्य **52.** असत्य **53.** सत्य **54.** सत्य **55.** सत्य

56. असत्य **57.** असत्य **58.** सत्य **59.** असत्य **60.** असत्य **61.** असत्य

62. असत्य **63.** सत्य **64.** सत्य **65.** असत्य **66.** असत्य **67.** सत्य

68. असत्य **69.** असत्य **70.** असत्य **71.** असत्य **72.** असत्य **73.** असत्य

74. असत्य **75.** सत्य **76.** असत्य **77.** असत्य **78.** असत्य **79.** असत्य

80. सत्य **81.** असत्य **82.** असत्य **83.** सत्य **84.** असत्य **85.** असत्य

86. असत्य **87.** असत्य **88.** सत्य **89.** सत्य **90.** सत्य **91.** सत्य

92. सत्य **93.** सत्य **94.** असत्य **95.** सत्य **96.** सत्य **97.** असत्य

98. सत्य **99.** सत्य **100.** $\frac{8}{4}, \frac{9}{3}, \frac{6}{3}, \frac{4}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-4}{2}, \frac{-6}{2}$

101. $\frac{5}{-4}, \frac{140}{28}$ **102.** (a) $\frac{-8}{9}$ (b) $\frac{-256}{35}$

106. (a) $\frac{25}{8}$ (b) $\frac{-4}{75}$ (c) $\frac{17}{70}$ (वितरण नियम) **107.** साहचर्य गुण

111. (a) $6\frac{7}{8}$ (b) $-3\frac{1}{3}$ (c) $\frac{-11}{8}$ या $-1\frac{3}{8}$ (d) $\frac{-88}{3}$ या $-29\frac{1}{3}$

112. (a) $\frac{142}{15}$ या $9\frac{7}{15}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{32}{63}$ (d) $\frac{41}{48}$

113. $\frac{-7}{3}$ छोटा है -1 से जबकि शेष संख्याएँ -1 से बड़ी हैं।

114. ₹ 18 **115.** 85km/h **116.** $\frac{3}{2}$ m या 1.5m **117.** ₹ 1,21,000

118. 16 टुकड़े **119.** 28 **120.** 1920 **121.** ₹ 864, ₹ 720, ₹ 432

122. ₹ 32,000, ₹ 12,000, ₹ 16,000

123. साहचर्य एवं क्रमविनिमेय गुण

124. (i) क्रमविनिमेय गुण

(ii) योग पर गुणा का वितरण गुण

(iii) साहचर्य गुण

(iv) परिमेय संख्याओं का योज्य तत्समक

(v) परिमेय संख्याओं का गुणन तत्समक

125. i) $\frac{-8}{9}$ ii) $\frac{3}{10}$ **126.** $\frac{13}{16} > \frac{5}{8} > \frac{1}{4}$ **127.** $\frac{-2}{3}$ **128.** $\frac{20}{21}$

129. –39 **130.** $\frac{7}{5}$ **131.** हाँ **132.** $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

133. $\frac{1}{5}$ और $\frac{-1}{5}$ **134.** 12 **135.** $\frac{11}{24}$ m

136. $\frac{8}{7} > \frac{2}{5} > 0 > \frac{-9}{8} > \frac{-3}{2}$ **137.** (i) 0 (ii) $\frac{1}{2}$ **138.** 3.2^0F

139. $\frac{-48}{7}$ या $-6\frac{6}{7}$ **140.** –1 **141.** (a) $\frac{19}{10}$ m (b) $\frac{209}{100}$ m

142. 7; $\frac{75}{32}$ sqm या $2\frac{11}{32}$ sqcm **143.** $\frac{3}{8}$ कप

144. (a) $\frac{3}{160}$ km (b) $\frac{13}{200}$ km (c) नैन्सी

145. (a) $58\frac{1}{2}$ km (b) $117\frac{1}{3}$ km

146. (a) छोटी है (b) कागज़, काँच

(c) $\frac{1}{2}$ से अधिक (d) कागज़ > काँच > अन्य > एल्यूमिनियम के डिब्बे

147. $97\frac{7}{25}$ cm, $98\frac{4}{9}$ cm, $98\frac{1}{25}$ cm, $97\frac{47}{50}$ cm

$97\frac{7}{25}$ cm < $97\frac{47}{50}$ cm < $98\frac{1}{25}$ cm < $98\frac{4}{9}$ cm **148.** $\frac{2}{5}$ m

149. मई : $2\frac{1731}{2500}$, जून : $\frac{381}{625}$, जुलाई : $-6\frac{568}{625}$, अगस्त : $-8\frac{159}{250}$

150. आंध्र प्रदेश : $\frac{616}{10}=\frac{308}{5}$, असम : $\frac{571}{10}$, बिहार : $\frac{607}{10}$,

गुजरात : $\frac{619}{10}$, हरियाणा : $\frac{641}{10}$, हिमाचल प्रदेश : $\frac{651}{10}$,

कर्नाटक : $\frac{624}{10}=\frac{312}{5}$, केरल : $\frac{706}{10}=\frac{353}{5}$, मध्य प्रदेश : $\frac{565}{10}=\frac{113}{2}$,

महाराष्ट्र : $\frac{645}{10}=\frac{129}{2}$, ओडिशा : $\frac{576}{10}=\frac{283}{5}$, पंजाब : $\frac{669}{10}$

राजस्थान : $\frac{598}{10}=\frac{299}{5}$, तमिलनाडु : $\frac{637}{10}$, उत्तर प्रदेश : $\frac{589}{10}$,

पश्चिम बंगाल : $\frac{628}{10}=\frac{314}{5}$, भारत : $\frac{608}{10}=\frac{304}{5}$

केरल, पंजाब, हिमाचल प्रदेश, महाराष्ट्र, हरियाणा, तमिलनाडु, पश्चिम बंगाल, कर्नाटक, गुजरात, आंध्र प्रदेश, बिहार, राजस्थान, उत्तर प्रदेश, ओडिशा, असम, मध्य प्रदेश

12/04/18

151. $32\frac{3}{4}$ cm **152.** मानवी : ₹ 315, कुबेर : ₹ 84

(D) अनुप्रयोग

1: खेल और पहेलियाँ

$\frac{32}{38}$	$\frac{18}{38}$	$\frac{4}{38}$	$\frac{-14}{-38}$
$\frac{-18}{-57}$	$\frac{-21}{-133}$	$\frac{24}{38}$	$\frac{104}{152}$
$\frac{22}{38}$	$\frac{70}{95}$	$\frac{25}{95}$	$\frac{-20}{-95}$
$\frac{1}{19}$	$\frac{-16}{-38}$	$\frac{45}{57}$	$\frac{60}{114}$

2: क्रॉसवर्ड

डाउन

1: Rational	2: Additive	3: Commutative
4: Reciprocal (or Inverse)	5: Indefinitely	6: Division
7: 1	8: number	

एक्रॉस

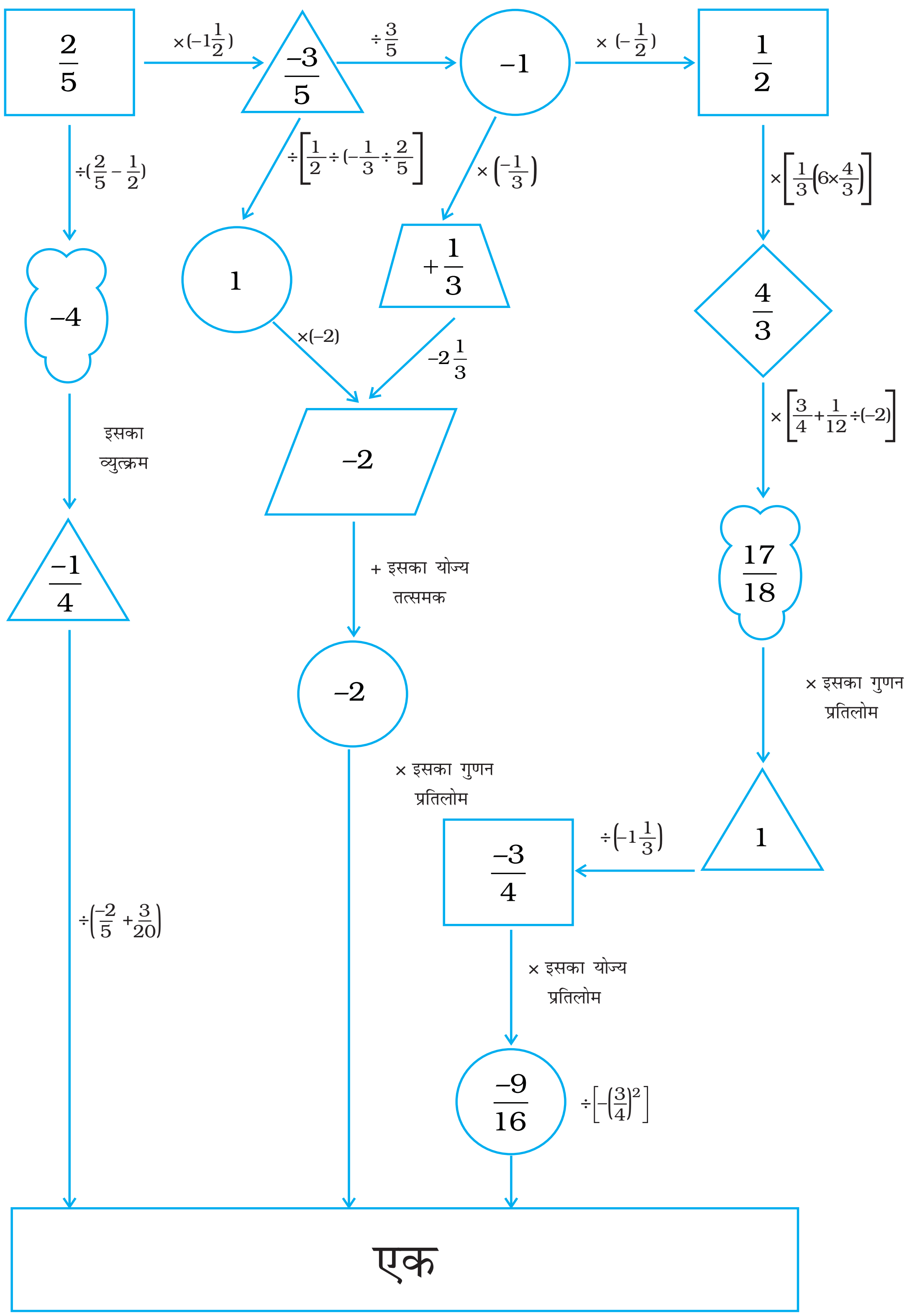
1: Infinite	2: Associative	3: Multiplication
4: Natural	5: Not defined	6: inverse

3: पहेली

क्रम सं.	निम्नतम पद	शब्द	क्रम सं.	निम्नतम पद	शब्द
(1)	$\frac{-2}{5}$	SPIN	(6)	$\frac{1}{5}$	GAIN
(2)	$\frac{2}{3}$	TYPE	(7)	$\frac{4}{5}$	PROOF
(3)	$\frac{3}{4}$	WITH	(8)	$\frac{-1}{2}$	RAIN
(4)	$\frac{-1}{3}$	HOST	(9)	$\frac{1}{4}$	AWAY
(5)	$\frac{3}{10}$	SHARP	(10)	$\frac{-1}{3}$	SWEET

P	Y	T	H	A	G	O	R	A	S
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

4:


2/5
×(−1 1/2)
−3/5
÷ 3/5
−1
× (− 1/2)
1/2
÷(2/5 − 1/2)
÷[1/2 ÷ (− 1/3 ÷ 2/5]
× (−1/3)
× [1/3 (6× 4/3)]
−4
1
+ 1/3
4/3
×(−2)
−2 1/3
इसका व्युत्क्रम
−2
× [3/4 + 1/12 ÷(−2)]
−1/4
+ इसका योज्य तत्समक
17/18
−2
× इसका गुणन प्रतिलोम
× इसका गुणन प्रतिलोम
÷(−1 1/3)
−3/4
1
÷(−2/5 + 3/20)
× इसका योज्य प्रतिलोम
−9/16
÷[−(3/4)²]
एक

इकाई 2

1. (d) **2.** (a) **3.** (b) **4.** (c) **5.** (d) **6.** (b)

7. (b) **8.** (c) **9.** (c) **10.** (d) **11.** (b) **12.** (c)

13. (d) **14.** (d) **15.** (b) **16.** (c) **17.** (b) **18.** (a)

19. (a) **20.** (d) **21.** (d) **22.** (b) **23.** (b) **24.** (d)

25. (d) **26.** (c) **27.** (d) **28.** (d) **29.** (c) **30.** (d)

31. (c) **32.** (b) **33.** (d) **34.** (d) **35.** (c) **36.** यथाप्राप्त

37. 20 **38.** ऊपरी वर्ग सीमा **39.** 19 **40.** भाग

41. चित्त, पट **42.** 1, 2, 3, 4, 5, 6 **43.** घटना **44.** यादृच्छिक

45. माप/चौड़ाई **46.** 35-40 **47.** 35 **48.** 8 **49.** 22

50. 14 **51.** बारंबारता **52.** वर्ग अंतराल **53.** 2 **54.** 5

55. आयत **56.** प्रायिक **57.** X, Y **58.** 20-30 **59.** सत्य **60.** असत्य

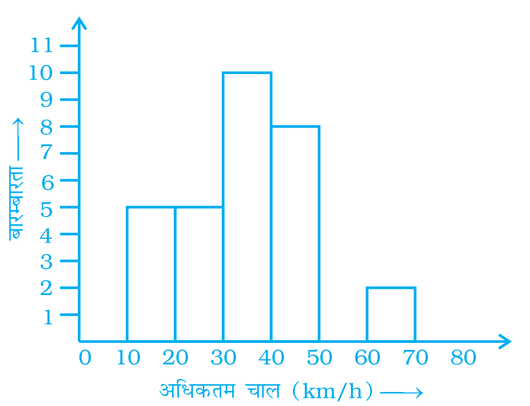
61. सत्य **62.** सत्य **63.** सत्य **64.** सत्य **65.** सत्य **66.** असत्य

67. सत्य **68.** सत्य **69.** असत्य **70.** असत्य **71.** सत्य **72.** असत्य

73. सत्य **74.** असत्य **75.** असत्य **76.** सत्य **77.** असत्य **78.** असत्य

79. सत्य **80.** असत्य **81.** असत्य **82.** (a) 20 (b) 60 (c) 4
(d) 20-30 (e) 30-40 (f) 10

83.



84. (a) 329 (b) 168 (c) 301 (d) 2 घंटा या अधिक

85. (a) बस (b) $\frac{1}{4}$ (c) 72 (d) 6 (e) साइकिल व पैदल

86. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{2}{6}$ या $\frac{1}{3}$ d) 0 (e) $\frac{5}{6}$ (f) $\frac{4}{6}$ या $\frac{2}{3}$

87. (a) घटित होना सुनिश्चित है (b) घटित हो भी सकता है अथवा घटित नहीं भी हो सकता है

(c) घटित होना सुनिश्चित है (d) घटित होना असंभव भी हो सकता है

(e) घटित होना असंभव है (f) घटित हो भी सकता है अथवा नहीं भी हो सकता

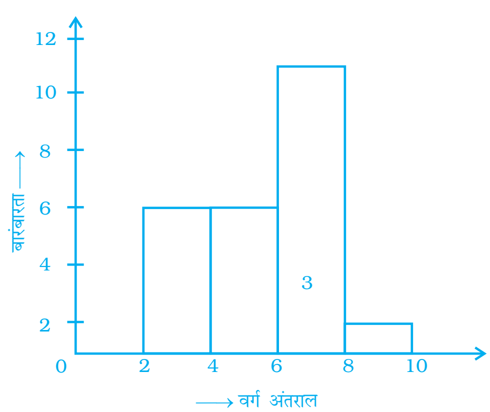
88. गणित 180, अंग्रेज़ी 135, सामाजिक विज्ञान 30, विज्ञान 105, हिंदी 90

89. 28 **90.** (a) 42 (b) 150-155 (c) 5 (d) 28

91.

वर्ग अंतराल	मिलान चिह्न	बारंबारता
0 – 2		0
2 – 4	𝍸 |	6
4 – 6	𝍸 |	6
6 – 8	𝍸 𝍸 |	11
8 – 10	||	2
	कुल योग	**25**

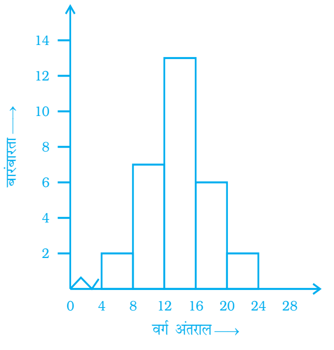
92.



93.

वर्ग अंतराल	मिलान चिह्न	बारंबारता
4 – 8	||	2
8 – 12	𝍸 ||	7
12 – 16	𝍸 𝍸 |||	13
16 – 20	𝍸 |	5
20 – 24	||	2
	कुल योग	**30**

94.

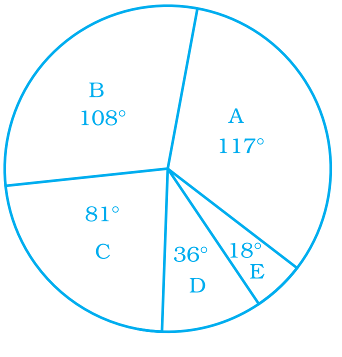


95.

वर्ग अंतराल	मिलान चिह्न	बारंबारता
25 – 30	||	2
30 – 35	~~||||~~ ||	7
35 – 40	~~||||~~ | ~~||||~~ |	11
40 – 45	~~||||~~ ||	7
45 – 50	|||	3
	कुल योग	**30**

(a) 25 - 30 (b) 35 - 40

96.

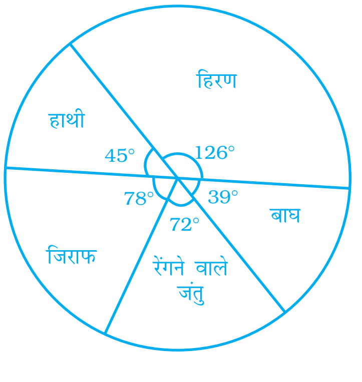


97. (i) 1 करोड़

(ii) 2.5 गुना

(iii) $\frac{3}{10}$

98.



99. (a) $\frac{1}{7}$

(b) $\frac{4}{15}, \frac{4}{15}$

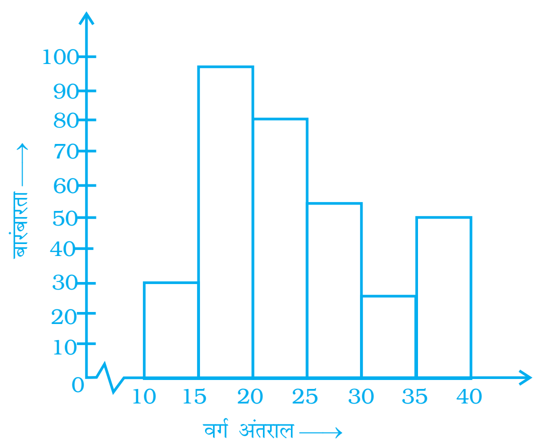
100.

वर्ग अंतराल	मिलान चिह्न	बारंबारता
30 – 35	|||	3
35 – 40	|||	3
40 – 45	|||	3
45 – 50	|||	3
50 – 55	~~||||~~	5
55 – 60	||||	4
60 – 65	~~||||~~	5
65 – 70	||	2
70 – 75	~~||||~~ ||	7
	योग 35	

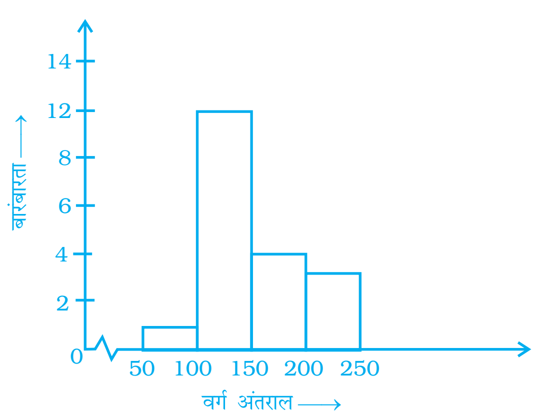
(a) 9 (b) 70 - 75

101. 12, 14, 06, 2, 1, **कुल व्यक्ति** =35

102.



103.



12/04/18

104. (a) 10-15, 15-20, 20-25, 25-30, 30-35, 35-40

(b) 5

(c) 10-15

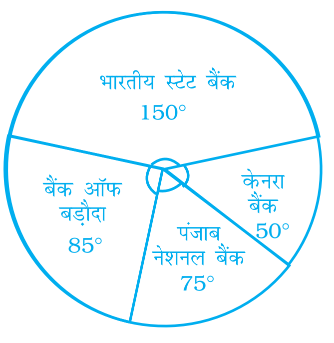
(d) 15-20

105. (a) 5

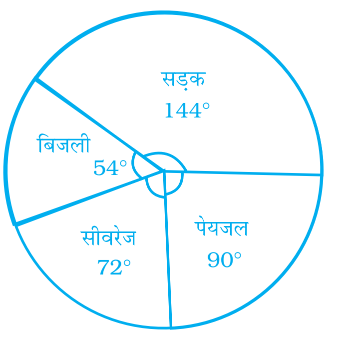
(b) 2, 5

(c) 9

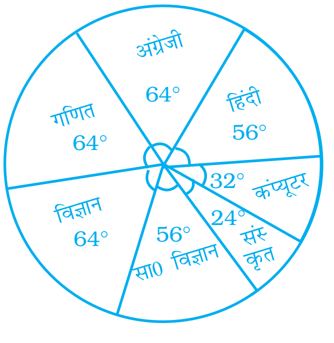
106.



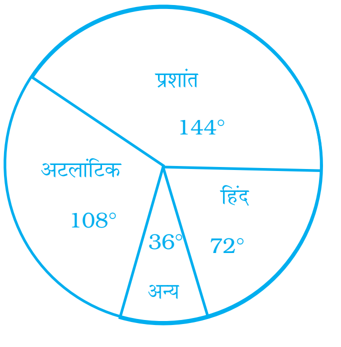
107.



108.



110.

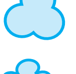
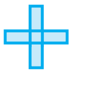


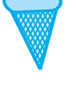
109. (i) शीतल पेय

(ii) 300

111. (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{7}{8}$

112. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{10}$ (c) $\frac{1}{10}$ (d) 0

113. (a) 32%  (b) 28% (c) 22%  (d) 18%

114. (a) 38% पीला (b) 32%  लाल (c) 30% गुलाबी

12/04/18

115.

घर	-	₹ 15,000
भोजन	-	₹ 10,000
कार ऋण	-	₹ 12,500
उपयोगी वस्तुएँ	-	₹ 5,000
फोन	-	₹ 2,500
कपड़े	-	₹ 2,500
मनोरंजन	-	₹ 2,500

116. (a) समाचार पत्र
(b) रेडियो
(c) 39%
(d) 65%
(e) इंटरनेट, वेबमीडिया

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

1.

	K	Q	J	10	9	8	7	6	5	4	3	2	A	योग
हुकम	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
पान	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
ईंट	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
चिड़ी	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
														52

(1) 2 (2) 52 (3) 13 (4) 4 हुकम, पान, ईंट, चिड़ी

(5) 26 (6) 26 (7) प्रत्येक प्रकार के 3 (8) 12

(9) (i) $\frac{6}{52}$ या $\frac{3}{26}$ (ii) $\frac{2}{52}$ या $\frac{1}{26}$ (iii) $\frac{1}{52}$

(iv) $\frac{12}{52}$ या $\frac{6}{26}$ या $\frac{3}{13}$ (v) $\frac{2}{52}$ या $\frac{1}{26}$ (vi) $\frac{2}{52}$ या $\frac{1}{26}$

(vii) $\frac{10}{13}$ (viii) $\frac{3}{52}$ (ix) $\frac{1}{52}$ (x) $\frac{4}{52}$ या $\frac{1}{13}$ (xi) $\frac{13}{52}$ या $\frac{1}{4}$

(xii) $\frac{5}{13}$

12/04/18

2.

a.

परिणाम	योग	परिणाम	योग	परिणाम	योग
(1,5)	6	(4, 1)	5	(6, 3)	9
(1, 6)	7	(4, 2)	6	(6, 4)	10
(2, 1)	3	(4, 3)	7	(6, 5)	11
(2, 2)	4	(4, 4)	8	(6, 6)	12
(2, 3)	5	(4, 5)	9		
(2, 4)	6	(4, 6)	10		
(2, 5)	7	(5, 1)	6		
(2, 6)	8	(5, 2)	7		
(3,1)	4	(5, 3)	8		
(3, 2)	5	(5, 4)	9		
(3, 3)	6	(5, 5)	10		
(3, 4)	7	(5, 6)	11		
(3, 5)	8	(6, 1)	7		
(3, 6)	9	(6, 2)	8		

b.

दोनों पासों पर बिंदुओं की संख्या	मिलान चिह्न	परिणामों की संख्या	प्रायिकता
1	0	0	0
2	|	1	$\frac{1}{36}$
3	||	2	$\frac{1}{18}$
4	|||	3	$\frac{1}{12}$
5	||||	4	$\frac{1}{9}$
6	卌	5	$\frac{5}{36}$
7	卌 |	6	$\frac{1}{6}$
8	卌	5	$\frac{5}{36}$
9	||||	4	$\frac{1}{9}$

12/04/18

10	||	2	$\frac{1}{12}$
11	||	2	$\frac{1}{18}$
12	|	1	$\frac{1}{36}$

(i) $\frac{7}{12}$ (ii) $\frac{1}{36}$ (iii) $\frac{2}{9}$ (iv) $\frac{1}{36}$ (v) $\frac{5}{12}$

3.

निम्न के साथ शब्दों की संख्या	मिलान चिह्न	बारंबारता
2 अक्षर	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~	20
3 अक्षर	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |||	18
4 अक्षर	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |||	18
5 अक्षर	~~||||~~ |||	08
6 अक्षर	~~||||~~ ||||	09
6 से अधिक	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |||	33
		106

4. **क्रॉसवर्ड उत्तर**

एक्रॉस

1. Pie Chart
5. Five
7. Range
8. Event
9. Whole
10. One
12. Equal

डाउन

2. Histigram
3. Raw
4. Class Size
5. Frequency
11. Zero

12/04/18

इकाई 3

1. (c)	**2.** (a)	**3.** (c)	**4.** (b)	**5.** (b)	**6.** (c)
7. (b)	**8.** (b)	**9.** (c)	**10.** (b)	**11.** (b)	**12.** (b)
13. (b)	**14.** (a)	**15.** (b)	**16.** (d)	**17.** (b)	**18.** (b)
19. (a)	**20.** (d)	**21.** (b)	**22.** (a)	**23.** (c)	**24.** (d)
25. 8	**26.** 8	**27.** 6	**28.** 4	**29.** 2n	**30.** 3
31. 30.25	**32.** 5.3	**33.** 6	**34.** 10,000	**35.** 10,00,000	
36. 2	**37.** 0.49	**38.** 36	**39.** 9	**40.** 8, 15	**41.** 1.4
42. 1.728	**43.** विषम	**44.** $\sqrt[3]{x}$ या $x^{1/3}$		**45.** 5	**46.** 2
47. 2	**48.** 3	**49.** सत्य	**50.** असत्य	**51.** सत्य	**52.** सत्य
53. असत्य	**54.** सत्य	**55.** असत्य	**56.** सत्य	**57.** असत्य	**58.** असत्य
59. असत्य	**60.** असत्य	**61.** सत्य	**62.** सत्य	**63.** असत्य	**64.** असत्य
65. असत्य	**66.** असत्य	**67.** असत्य	**68.** असत्य	**69.** सत्य	**70.** असत्य
71. असत्य	**72.** सत्य	**73.** सत्य	**74.** असत्य	**75.** सत्य	**76.** असत्य
77. असत्य	**78.** असत्य	**79.** सत्य	**80.** सत्य	**81.** असत्य	**82.** असत्य
83. असत्य	**84.** असत्य	**85.** असत्य	**86.** असत्य	**87.** 1, 4, 9, 16, 25	

88. 27, 216, 729 **90.** 1+3+5+7+9+11+13+15+17

91. (a) $484 = \underline{2 \times 2} \times \underline{11 \times 11}$ पूर्ण वर्ग

(b) $11250 = 2 \times \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{5 \times 5}$ पूर्ण वर्ग नहीं है

(c) $841 = \underline{29 \times 29}$ पूर्ण वर्ग

(d) $729 = \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$ पूर्ण वर्ग

92. (a) $128 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times \underline{2 \times 2 \times 2}$ पूर्ण घन नहीं है

(b) $343 = \underline{7 \times 7 \times 7}$, हाँ, एक पूर्ण घन

(c) $729 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$, हाँ, एक पूर्ण घन

(d) $1331 = \underline{11 \times 11 \times 11}$, हाँ, एक पूर्ण घन

93. (a) $101^2 = 10201$ (b) $72^2 = 5184$

94. हाँ, क्योंकि $6^2 + 8^2 = 10^2$ **95.** (3, 4, 5) **96.** (a) 105 (b) 69

97. (a) 8 (b) 13 **98.** नहीं, 11 **99.** नहीं, 75

100. 3, 4, 5 5, 12, 13 **101.** 6; 6 **102.** 60; 60

103. (a) 37 (b) 75 **104.** (a) 5.2 (b) 1.2 **105.** 16; 37

106. 41, 79 **107.** 1024 **108.** 961 **109.** 3600 **110.** $\sqrt{50}$ या $5\sqrt{2}$

111. 7.2 **112.** 9.2 **113.** 22500m^2 **114.** 16 **115.** 3,375

116. 82m **117.** 576m^2 **118.** 8 cm **119.** 5, 10 और 15

120. 42.25 m^2 **121.** 4 **122.** 6 **123.** 32

124. 52 **125.** 104 **126.** 93 **127.** 37m **128.** 3.3m

129. 900 **130.** 8, 12, 20 **131.** 3600 **132.** $10\frac{1}{2}$ m **133.** 18

134. 0.3, 0.45, 0.6 **135.** 3.6 **136.** 50,653 **137.** 85, 184

138. 8836 **139.** 6, 19, 30 **140.** 104 **141.** 196, 961

142. 12, 21, 102, 201

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेली

क्रॉसवर्ड पहेली

1 7	2 3	6	1	6 3
3 2	5 5	0	0	0
4 9	7 6	10 7	1	2
6	2	5	9 3	5
11 1	5	1	8 6	4

इकाई 4

1. (c) **2.** (c) **3.** (c) **4.** (a) **5.** (b) **6.** (c)

7. (a) **8.** (c) **9.** (d) **10.** (a) **11.** (b) **12.** (c)

13. (a) **14.** (d) **15.** (a) **16.** अधिकतम **17.** 1

18. $\frac{6}{5}$ **19.** हल **20.** 3 **21.** 3, 4 और 5 **22.** ₹ 16.50

23. चिह्न **24.** 10 **25.** –60 **26.** –24 **27.** 5 **28.** 7

29. 6 वर्ष **30.** $4x + 15 = 39$ **31.** $x + 9$ **32.** 100 **33.** असत्य

34. असत्य **35.** असत्य **36.** सत्य **37.** असत्य **38.** सत्य **39.** असत्य

40. असत्य **41.** असत्य **42.** असत्य **43.** असत्य **44.** सत्य **45.** असत्य

46. असत्य **47.** असत्य **48.** असत्य **49.** $x = 8$ **50.** $x = -2$ **51.** $x = 7$

12/04/18

52. $x = \frac{8}{3}$ **53.** $x = 0$ **54.** $x = \frac{31}{6}$ **55.** $y = \frac{17}{22}$

56. $x = -5$ **57.** $x = 2$ **58.** $x = 4$ **59.** $x = -6$ **60.** $t = 0$ **61.** $x = 7$

62. $x = 2$ **63.** $x = \frac{-12}{5}$ **64.** $x = 11$ **65.** $x = \frac{-8}{9}$ **66.** $x = 5$

67. $x = \frac{43}{35}$ **68.** $t = 17$ **69.** $y = \frac{1}{2}$ **70.** $x = 37$ **71.** $y = \frac{-37}{57}$ **72.** $x = \frac{1}{18}$

73. $x = \frac{-3}{17}$ **74.** $t = \frac{1}{3}$ **75.** $m = \frac{7}{5}$ **76.** $P = \frac{-5}{22}$ **77.** $x = -96$

78. $x = 18.3$ **79.** 24 फूल **80.** ₹ 4500 **81.** $50l$, $100l$

82. 800 **83.** 24 **84.** 18 **85.** 23 **86.** 52 **87.** 1200

88. 12, 42 **89.** 56 **90.** $9m$, $23m$, $23m$ **91.** 12 वर्ष

92. ₹ 6,00,000 **93.** $\frac{7}{4}$ **94.** 65, 66, 67, 68 **95.** $14\frac{1}{2}$ kg

96. $l = 80$ cm, $b = 40$ cm **97.** A = 20 वर्ष, B = 15 वर्ष

98. $\frac{3}{5}$ **99.** 36 **100.** 20 दिन **101.** 9km/h

102. 500 रुपए के नोट 150, 1000 रुपए के नोट 25 **103.** 15 **104.** $\frac{9}{5}$

105. 10 दिन **106.** 100 **107.** 11km/h **108.** 22km/h, 30km/h

109. 7hr **110.** $x = 10$cm **111.** $x = 3$cm **112.** ₹ 80, ₹ 120

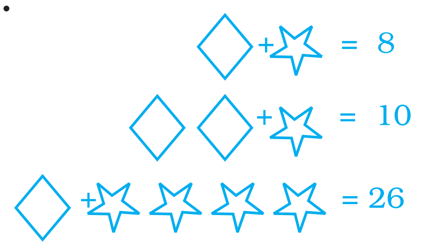
113. 40

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेली

1. (a) $x = 3$ (b) $y = 2$ (c) $z = 2$

(d) P = 1 (e) Q = 6 (f) R = 2

2.



3. (i) $x = 6\frac{1}{2}$ (ii) $x = 1$ (iii) –1 (iv) $\frac{2}{7}$

(v) 60 (vi) –5 (vii) $\frac{-7}{5}$ (viii) $\frac{24}{5}$

(ix) 5 (x) 42

5. 1. Subtraction 2. Equation 3. Distributive

4. Variable expression 5. Coefficient 6. Multiplication

7. Equivalent equation 8. Identity 9. Algebra

इकाई 5

1. (b)	**2.** (a)	**3.** (a)	**4.** (c)	**5.** (d)	**6.** (c)
7. (c)	**8.** (a)	**9.** (a)	**10.** (a)	**11.** (a)	**12.** (c)
13. (b)	**14.** (c)	**15.** (d)	**16.** (a)	**17.** (a)	**18.** (a)
19. (a)	**20.** (a)	**21.** (c)	**22.** (b)	**23.** (b)	**24.** (a)
25. (b)	**26.** (c)	**27.** (d)	**28.** (b)	**29.** (a)	**30.** (b)
31. (a)	**32.** (d)	**33.** (a)	**34.** (b)	**35.** (a)	**36.** (c)
37. (a)	**38.** (a)	**39.** (c)	**40.** (a)	**41.** (a)	**42.** (a)
43. (d)	**44.** (a)	**45.** (a)	**46.** (b)	**47.** (b)	**48.** (a)

49. (c) **50.** (a) **51.** (b) **52.** (c) **53.** HO और EP, PO और EH

54. RO और OP, OP और PE, PE और ER, ER और RO

55. ∠W और ∠Y, ∠X और ∠Z **56.** DF और EG **57.** कोण

58. 72^0 **59.** 720^0 **60.** 20^0 **61.** 10^0 **62.** अवतल बहुभुज

63. पतंग **64.** 108^0 **65.** एक समबाहु त्रिभुज **66.** 9

67. रेखाखंड **68.** कोण **69.** 2n–4 **70.** 360^0

71. वर्ग **72.** समलंब **73.** समचतुर्भुज, वर्ग **74.** समकोण

75. 5 **76.** 2 दोनों बीच के कोण **77.** सभी/संलग्न **78.** 1 **79.** विपरीत

80. 5 **81.** समांतर चतुर्भुज **82.** 28cm **83.**9 **84.** समान

85. दशभुज **86.** वर्ग **87.** 6cm **88.** संपूरक

89. पतंग **90.** 80^0 **91.** चतुर्भुज **92.** असत्य **93.** सत्य

12/04/18

94. असत्य **95.** सत्य **96.** असत्य **97.** असत्य **98.** सत्य **99.** सत्य

100. असत्य **101.** सत्य **102.** सत्य **103.** सत्य **104.** असत्य **105.** असत्य

106. सत्य **107.** सत्य **108.** असत्य **109.** असत्य **110.** असत्य **111.** सत्य

112. असत्य **113.** असत्य **114.** असत्य **115.** असत्य **116.** असत्य **117.** सत्य

118. सत्य **119.** सत्य **120.** सत्य **121.** सत्य **122.** असत्य **123.** असत्य

124. सत्य **125.** असत्य **126.** सत्य **127.** सत्य **128.** सत्य **129.** सत्य

130. सत्य **131.** सत्य **132.** 8.5cm **133.** $45^0, 135^0, 45^0, 135^0$

134. समलंब, अन्य सभी समांतर चतुर्भुज है। **135.** 2 : 3 **136.** 36^0

137. नहीं, आयत में विकर्ण बराबर होते हैं। **138.** $70^0, 110^0, 70^0, 110^0$

139. नहीं, समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं। अर्थात् अनुपात 1:1.

140. 12 **141.** समांतर चतुर्भुज **142.** समचतुर्भुज **143.** 23cm, 30cm, 30cm

144. $30^0, 60^0, 120^0$ **145.** $55^0, 70^0, 70^0$ **146.** $100^0, 80^0, 100^0$

147. $120^0, 60^0$, 15cm, 11cm, 12cm, 52cm **148.** $20^0, 20^0$

149. $45^0, 75^0, 35^0$ **150.** 70^0 **151.** 105^0 प्रत्येक

152. (i) हाँ, आयत की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।

(ii) हाँ, MY तथा RX, OE पर लंब हैं।

(iii) हाँ, ये अंत: एकांतर कोण है।

(iv) हाँ, MYO ≅ ΔRXE

153. $50^0, 50^0, 50^0$ **154.** $120^0, 130^0$ **155.** 90^0 **156.** $135^0, 45^0$

157. 100^0 **158.** 2.5 **159.** 90^0 **160.** $x = 2$

161. $x = 22^0, y = 10^0$ **162.** $x = 80^0, y = 110^0$ **163.** $x = 80^0$

164. 105^0 प्रत्येक, समांतर चतुर्भुज **165.** 200^0, अवतल

166. 90^0 **167.** 135^0

168. समपंचभुज का बहिष्कोण $= \dfrac{360^0}{5} = 72^0$

समपंचभुज का बहिष्कोण $= \dfrac{360^0}{10} = 36^0$

$72^0 = 2 \times 36^0$, वाँछित अनुपात 2:1

169. 74^0 **170.** 80^0

12/04/18

171. हाँ, $\frac{1}{2}\angle E + \frac{1}{2}\angle P = 180^0 - \angle PSE \Rightarrow \angle E + \angle P = 360^0 - 2\angle PSE$

और $\angle E + \angle P + \angle O + \angle H = 360^0$

या $\Rightarrow 360^0 - 2\angle PSE + \angle O + \angle H = 360^0$

172. $x = 80^0$, $y = 70^0$, $z = 30^0$

173. नहीं

174. $\angle A = 120^0$, $\angle B = 105^0$, $\angle C = 75^0$, $\angle D = 60^0$

175. $l \| m$

$\angle DXY = \angle XYA$ (एकांतर कोण $\angle S$)

$\frac{\angle DXY}{2} = \frac{\angle XYA}{2}$ $(\div 2)$

$\angle 1 = \angle 2$ (XP और YQ समद्विभाजक हैं)

$\therefore$ $XP \| QY$ (1)

इसी प्रकार $XQ \| PY$ (2)

(1) व (2) से

PXQY एक समांतर चतुर्भुज है

$\angle DXY + \angle XYB = 180^0$

$\frac{\angle DXY}{2} + \frac{\angle XYB}{2} = \frac{180^0}{2}$ (2 से भाग द्वारा)

$\angle 1 + \angle 3 = 90^0$ (4)

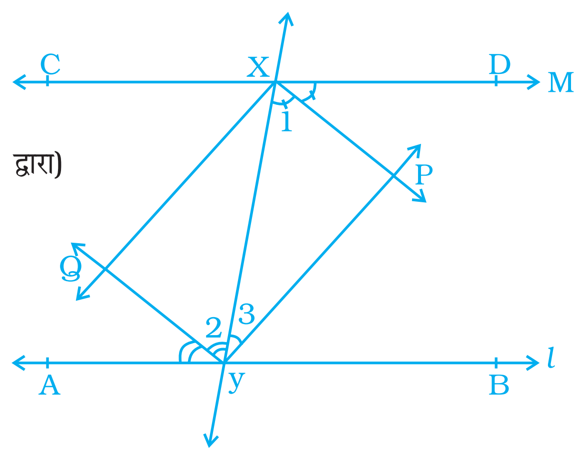
Δ XYP में

$\angle 1 + \angle 3 + \angle P = 180^0$

$90^0 + \angle P = 180^0$ (4 से)

$\angle P = 90^0$

(3) व (5), PXQY एक आयत है।



176. $\angle A = \angle C$ (opp. s of a $\|^{gm}$)

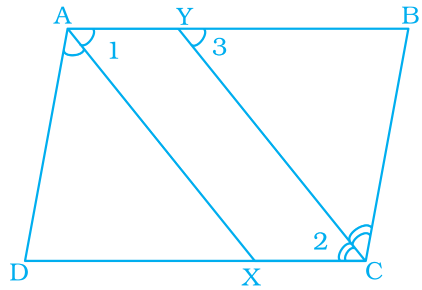
$\frac{\angle A}{2} = \frac{\angle C}{2}$ $(\div 2)$

$\angle 1 = \angle 2$

परन्तु $\angle 2 = \angle 3$ (सभी कोण $\angle s$)

$\therefore$ $\angle 1 = \angle 3$

परंतु वे संगत कोणों का एक युग्म है।



12/04/18

$\therefore$ AX || YC (1)

AY || XC (2) (AB || DC)

(1) व (2) से

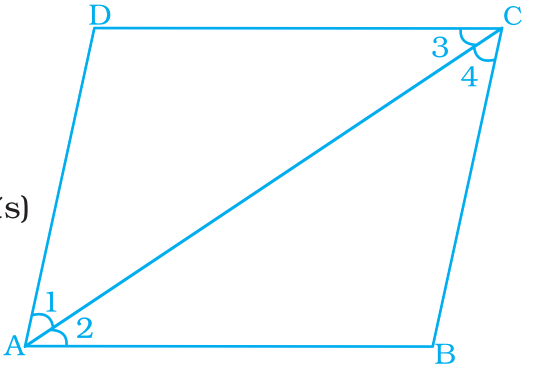
☐ AXCY एक समांतर चतुर्भुज है।

177. दिया है- (i) ABCD is a $||^{gm}$

(ii) $\angle 1 = \angle 2$

सिद्ध करना है (i) $\angle 3 = \angle 4$

(ii) ABCD समचतुर्भुज है



उपपत्ति (i) $\angle 1 = \angle 4$

$\angle 2 = \angle 3$ (एकांतर कोण $\angle$s)

परंतु $\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

(ii) $\angle 1 = \angle 2$ (दिए हैं

$\angle 2 = \angle 3$ एकांतर कोण)

$\angle 1 = \angle 3$

अत: CD = DA

$\therefore$ ABCD एक समचतुर्भज है।

178. $135^0, 45^0, 135^0, 45^0$

179. $60^0, 120^0, 60^0, 120^0$

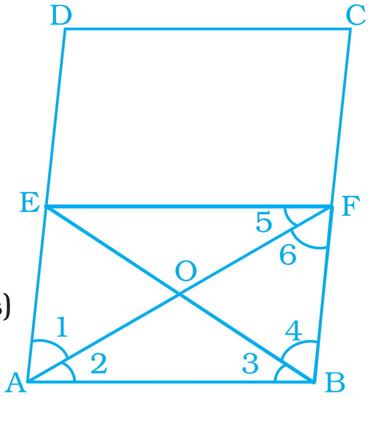
180. 45^0

181. दिया है- ABCD एक $||^{gm}$, $\angle A$ का समद्विभाजक, DC का F पर समद्विभाजन करता है।

i.e. $\angle 1 = \angle 2$, CF = FB

रचना- खींचिए FE || BA

उपपत्ति ABFE एक $||^{gm}$ है रचना द्वारा (FE || BA)



$\angle 1 = \angle 6$ (एकांतर कोण)

परंतु $\angle 1 = \angle 2$ (दिया है)

$\therefore \angle 2 = \angle 6$

AB = FB (1) (समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ $\angle$s)

$\therefore$ ABFE एक समचतुर्भुज है

ΔABO व ΔBOF में

AB = BF (1) द्वारा

BO = BO उभयनिष्ठ

AO = FO विकर्ण परस्पर समद्विभाजन करते हैं।

$\Delta ABO \cong \Delta BOF$

$\angle 3 = \angle 4$

$BF = \frac{1}{2} BC$ (दिया है)

$BF = \frac{1}{2} AD$ (BC = AD)

$AE = \frac{1}{2} AC$ (BF = AE)

$\therefore$ E, AD का मध्य बिंदु है।

182. 9^0

183. 3, 3, 3 अत: न्यूनकोणों की अधिकतम संख्या 3 है।

184. (a) 116^0 (b) 30cm

185.

196. नहीं,

एक Δ में किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

$AB + BC \not> AC$

197. नहीं,

$\angle O + \angle R + \angle A = 120^0 + 105^0 + 135^0 = 360^0$

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेली

क्रियाकलाप

एक्रॉस

1.	Trapezium	2.	Polygon	3.	Kite
4.	Diagonal	5.	Perpendicular	6.	Opposite
7.	Eight	8.	Triangle	9.	Regular
10.	Nine				

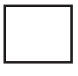
डाउन

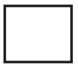
11.	Heptagon	12.	Adjacent	13.	Parallelogram
14.	Equal	15.	Pentagon	16.	Bisect
17.	Rhombus				

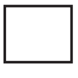
12/04/18

इकाई 6

1. (c)	**2.** (a)	**3.** (c)	**4.** (a)	**5.** (c)	**6.** (d)
7. (a)	**8.** (c)	**9.** (a)	**10.** (a)	**11.** (a)	**12.** (b)
13. (b)	**14.** (b)	**15.** (c)	**16.** (d)	**17.** (d)	**18.** (b)
19. (b)	**20.** (d)	**21.** (c)	**22.** घन	**23.** घनाभ	**24.** 4
25. n+1	**26.** 30	**27.** प्रिज़्म	**28.** शंकु	**29.** पाँच	**30.** छः
31. समान	**32.** 4	**33.** 1:4400000		**34.** 7	**35.** 7
36. ऊपर से	**37.** आठ	**38.** 12	**39.** पाँच	**40.** सर्वांगसम	

41. (a)  सामने से

 पार्श्व

 ऊपर से

(b) (i) पार्श्व

(ii) ऊपर से

(iii) सामने से

(c) (i) पार्श्व

(ii) ऊपर से

(iii) सामने से

(d) (i) पार्श्व

(ii) सामने से

(iii) ऊपर से

42. असत्य	**43.** असत्य	**44.** सत्य	**45.** असत्य	**46.** असत्य	**47.** असत्य
48. असत्य	**49.** असत्य	**50.** सत्य	**51.** असत्य	**52.** असत्य	**53.** सत्य
54. असत्य	**55.** सत्य	**56.** सत्य	**57.** असत्य	**58.** सत्य	**59.** सत्य
60. सत्य	**61.** सत्य				

62. (a) 6, 8, 12, 14, 14

(b) 4, 4, 6, 8, 8

(c) 5, 5, 8, 10, 10

(d) 5, 5, 8, 10, 10

(e) 6, 6, 10, 12, 12

12/04/18

(f) 7, 7, 12, 14, 14

(g) 5, 6, 9, 11, 11

(h) 6, 8, 12, 14, 14

(i) 6, 8, 12, 14, 14

(j) 7, 10, 15, 17, 17

(k) 10, 16, 24, 26, 26

(l) 9, 14, 21, 23, 23

63. (a) 4

(b) 6

(c) 9

(d) 8

65. (a) 1 (b) कोई नहीं (c) कोई नहीं

(d) 9 (e) 4 (f) 12

66. (a) 1 (b) 2 (c) कोई नहीं

(d) 16 (e) 18 (f) 9

67. (c), (f), (m) व (k) बहुफलकी नहीं हैं।

68. (a) 10 (b) 10 (c) 10 (d) 9

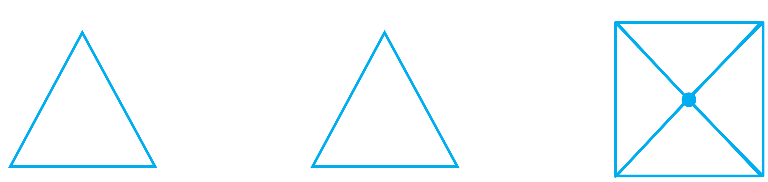
(e) 11 (f) 9 (g) 11 (h) 110

(i) 113 (j) 66 (k) 15 (l) 14

69. **सामने से दृश्य** **पार्श्व दृश्य** **ऊपर से दृश्य**

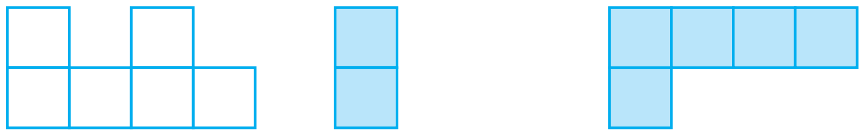
(a)

(b)

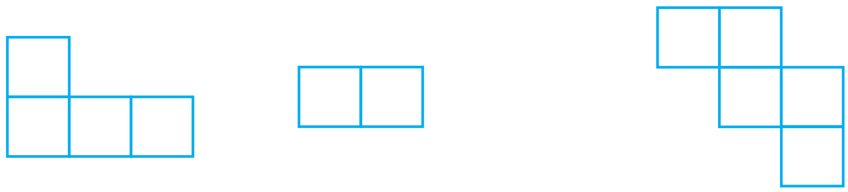


(c)

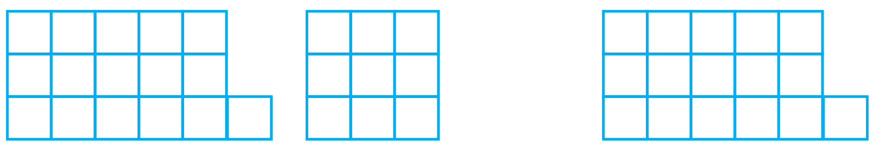
(d)



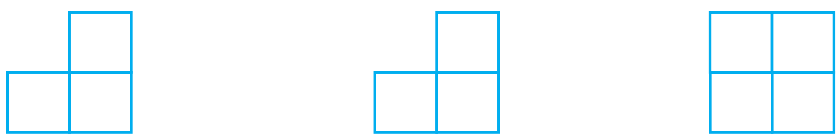
(e)



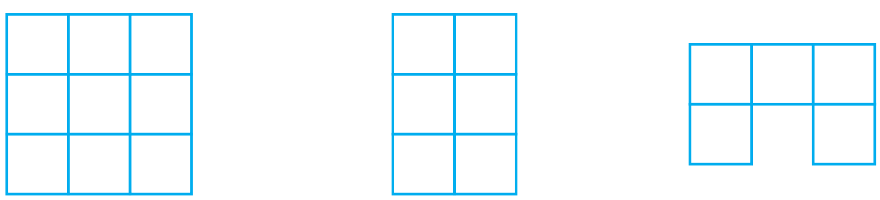
(f)



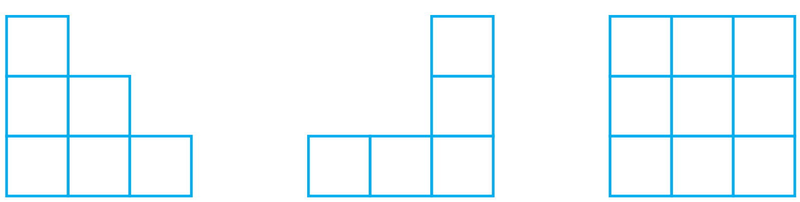
(g)



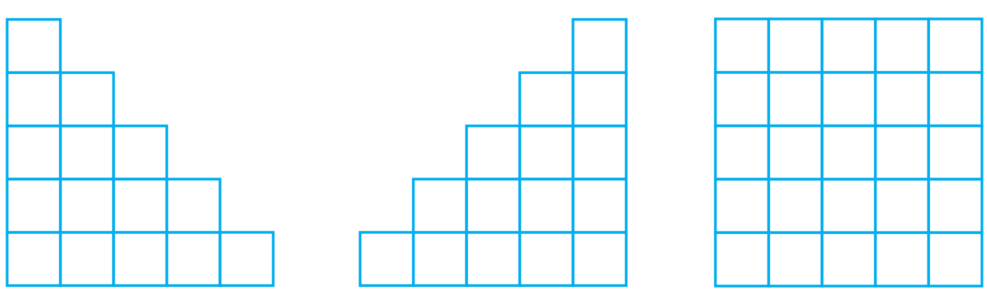
(h)



(i)



(j)



12/04/18

70. $x = 15$

$y = 8$

$z = 9$

$p = 8$

$q = 8$

$r = 17$

71. संकेत– अष्ठभुजाकार पिरामिड खींचना

72. नहीं

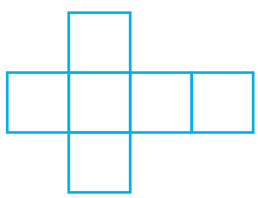
73. 22

74. (a) 14 (b) 10 (c) 16

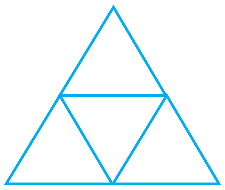
75. 30

76. 22

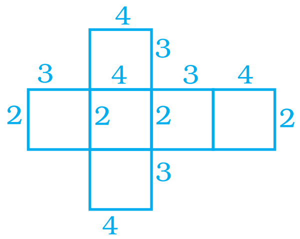
77.



78.



79.



80. (i) ↔ b

(ii) ↔ d

(iii) ↔ a

(iv) ↔ c

81. 1. प्रिज़्म, पिरामिड

2. पिरामिड

3. शंकु, बेलन

4. प्रिज़्म, पिरामिड

5. बेलन, प्रिज़्म

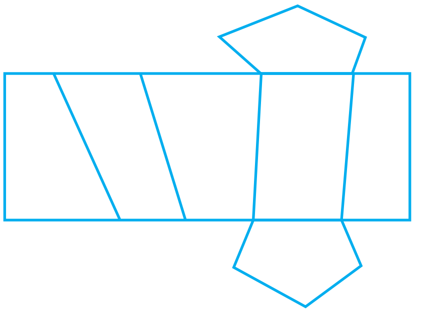
6. पिरामिड

7. शंकु

82.

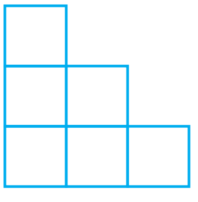
12/04/18

83.



84. 7

85.

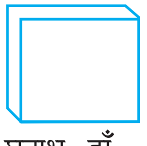


86. F = n+1

V = n+1

E = 2n

87.



घनाभ, हाँ

88. (a) अर्ध गोले द्वारा अध्यारोपित बेलन

(b) शंकु द्वारा अध्यारोपित षष्टभुजा प्रिज़्म

89. घनाभ

90. (a) घन

(b) घनाभ

(c) बेलन

(d) शंकु

(e) वर्गाकार पिरामिड

(f) त्रिभुजाकार प्रिज़्म

92. (a) 2.1 एकड़

(b) राजकीय माडल स्कूल I तथा II

(c) पार्क A

(d) ब्लाक B

(e) 6

93. a) एम्स और सफदरजंग अस्पताल
b) सिरीफोर्ट ऑडिटोरियम, भेल, एशियाड टॉवर
c) अगस्त क्रांति मार्ग

94. a) पुष्प सड़क
खेल मार्ग, माल रोड और
स्नेह मार्ग
b) स्टेडियम, सेक्टर- 27
B नगर, B नगर भारत
c) स्नेह मार्ग
d) सेक्टर-19, B नगर भारत
e) सेक्टर- 27
f) सेक्टर-26
g) 4

95. 1:2

96. 5:1

97. 25km

98. (1) 60km
(2) 20km
(3) 35km

99. 10mm

100. (a) 1cm = 4m
(b) 1 inch = 9feet

101. 12cm

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेली

7. क्रॉसवर्ड पहेली

एक्रॉस

1. Prism	2. Pentagonal
5. Cuboid	7. Tetrahedron
8. Convex	

डाउन

2. Pyramid	3. Diagonal
4. Sphere	6. Cone
7. Two	9. Vertex

इकाई 7

1. (b)	**2.** (b)	**3.** (b)	**4.** (d)	**5.** (d)	**6.** (b)
7. (d)	**8.** (a)	**9.** (a)	**10.** (b)	**11.** (a)	**12.** (b)
13. (d)	**14.** (b)	**15.** (c)	**16.** (c)	**17.** (b)	**18.** (c)
19. (a)	**20.** (b)	**21.** (a)	**22.** (c)	**23.** (c)	**24.** (a)
25. (c)	**26.** (c)	**27.** (b)	**28.** (b)	**29.** (d)	**30.** (b)
31. (d)	**32.** (c)	**33.** (a)	**34.** धनात्मक	**35.** ऋणात्मक	
36. $ab + ac$	**37.** $(a - b)$	**38.** $(a - b)$	**39.** $2ab - 2b^2$	**40.** $a^2 + b^2$	
41. ab	**42.** बहुपद	**43.** x	**44.** $2mn\,(9 + 5p)$		
45. $(2y - 3)\,(2y - 3)$		**46.** $2x^2z$	**47.** $24\ xyz$	**48.** $(67 + 37)$, 3120	
49. (103+102), 205		**50.** $12\ x^2y^2$		**51.** $8x^3$	
52. – 37	**53.** 2	**54.** $16\,(a^2 + b^2)$			
55. वितरण	**56.** $3y$	**57.** $x + 1$	**58.** $2(x + 2y)$	**59.** असत्य	
60. असत्य	**61.** सत्य	**62.** असत्य	**63.** सत्य	**64.** सत्य	**65.** असत्य
66. असत्य	**67.** असत्य	**68.** सत्य	**69.** असत्य	**70.** असत्य	**71.** असत्य
72. सत्य	**73.** असत्य	**74.** असत्य	**75.** सत्य	**76.** सत्य	**77.** असत्य
78. सत्य	**79.** असत्य	**80.** सत्य			

81. (i) $10a^2bc - abc^2$ (ii) $10ax - 2by + 2cz$

(iii) $4xy^2z^2 - 6x^2y^2z - 3x^2yz^2$ (iv) $3x^2 + 2xy + 11y^2 + 4$

(v) $-p^4 - 10p^3 - 2p^2 - 6p - 5$ (vi) $3a^2 - ab + 3ac + 2bc - 2b^2$

(vii) $6ab + 21ac + 6bc$

82. (i) $-12a^2b^2c^2$ (ii) $-9x^2 + 10xy + 3y^2$

(iii) $2ab^2c^2 - 14a^2b^2c + 7a^2bc^2$ (iv) $-7t^4 + 12t^3 - 6t^2 + 4t + 5$

(v) $3ab - 7bc + 5ac + 10abc$ (vi) $-33p^2 - 77\,pq$

(vii) $-3ap - 3pr - 3pq - 3px$

83. (i) $91p^4q^4r^4$ (ii) $51x^3y^3z^3$

(iii) $255xy^3z^2$ (iv) $-715\ a^4b^3c^3$

(v) $-15x^2y^2 + 3x^3y^2$ (vi) $ab^2c^2 + a^2bc^2$

(vii) $7p^2qr - 7pq^2r + 7pqr^2$ (viii) $x^3y^3z^2 - x^2y^3z^3 + x^3y^2z^3$

(ix) $pq - 7p + 6q - 42$ (x) 0

(xi) a^{12} (xii) $-91\ S^2t^3$

(xiii) $21ab^{10}$ (xiv) $-\frac{25}{3}r^4s^3$

(xv) $a^4 - b^4$ (xvi) $a^2b^2 + 2abc + c^2$

(xvii) $p^2q^2 - 4pqr + 4r^2$ (xviii) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{17}{72}xy - 2y^2$

(xix) $3p^4 - \frac{19}{6}p^2q^2 - 2q^4$ (xx) $2x^3 - 3x^2 - 23x + 42$

(xxi) $6x^4 - 4x^3 - 23x^2 + 44x - 24$ (xxii) $2x^2 + 7x - 13y - 2y^2 - 15$

84. (i) $18x^2 + 8y^2$ (ii) $24\ xy$

(iii) $\frac{49}{81}a^2\ ab + \frac{81}{49}b^2$ (iv) $\frac{9}{16}x^2 + \frac{16}{9}y^2$

(v) $7.2\ pq$ (vi) $12.5m^2 + 4.5q^2$

(vii) x^4 (viii) $a^2b^2 + c^2$

(ix) $-2b^3$ (x) $b^3 - 49b + 7b^2$

(xi) $40.5a^2 + 27ab + 4.5b^2$ (xii) $p^2q^2 + 2pq^2r + q^2r^2$

(xiii) $s^4t^2 - 2s^2t^2q^2 + t^2q^4$

85. (i) $x^2y^2 + 2xy^2z + y^2z^2$ (ii) $x^4y^2 - 2x^3y^3 + x^2y^4$

(iii) $\frac{16}{25}a^2 + 2ab + \frac{25}{16}b^2$ (iv) $\frac{4}{9}x^2 - 2xy + \frac{9}{4}y^2$

(v) $\frac{16}{25}p^2 + \frac{8}{3}pq + \frac{25}{9}q^2$ (vi) $x^2 + 10x + 21$

12/04/18

(vii) $4x^2 + 4x - 63$ (viii) $\frac{16}{25}x^2 + \frac{4xy}{5} + \frac{3y^2}{16}$

(ix) $\frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{9}a^2$ (x) $4x^2 - 20xy + 25y^2$

(xi) $\frac{4}{9}a^2 - \frac{b^2}{9}$ (xii) $x^4 - y^4$

(xiii) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ (xiv) $49x^2 + 70x + 25$

(xv) $0.81p^2 - 0.9pq + 0.25q^2$ (xvi) $1296a^4 + 2401\,b^4 - 3528a^2b^2$

86. (i) 2704 (ii) 2401 (iii) 10609

(iv) 9604 (v) 1010025 (vi) 990025

(vii) 2491 (viii) 2756 (ix) 9975

(x) 10088 (xi) 10403 (xii) 10094

(xiii) 98.01 (xiv) 99.96 (xv) 103.02

(xvi) 1040 (xvii) 3860 (xviii) 94

(xix) 12800 (xx) 89000 (xxi) 458000

87. (i) $18a$ (ii) $3xy$ (iii) y

(iv) lmn (v) $7pqr$ (vi) ry

(vii) $3xyz$ (viii) $3prs$ (ix) $13xy$

(x) 1

88. (i) $6b\,(a + 2c)$ (ii) $-\,y\,(x + a)$ (iii) $x\,(ax^2 - bx + c)$

(iv) $lmn\,(lm - mn - ln)$ (v) $3r\,(pq - 2p^2q^2r - 5r)$

(vi) $xy\,(x^2y + xy^2 - y^3 + 1)$ (vii) $2xy\,(2y - 5x + 8xy + 1)$

(viii) $a\,(2a^2 - 3ab + 5b^2 - b)$ (ix) $3pqrs\,(21pqr - 3qrs + 5prs - 20pqs)$

(x) $xyz\,(24\,xz^2 - 6y^2z + 15xy - 5)$ (xi) $(a + 1)\,(a^2 + 1)$

(xii) $(x + y)\,(l + m)$ (xiii) $x\,(a + x)\,(a - x)\,(a + x)$

(xiv) $(x + 2y)\,(2x - 1)$

(xv) $(y - 4z)\,(y - 2x)$ (xvi) $x\,(ax + by)\,(y - z)$

(xvii) $(a^2 + a + bc)(b + c)$ (xviii) $(2a + 3b)(x + y)(x + y)$

89. (i) $(x + 3)(x + 3)$ (ii) $(x + 6)(x + 6)$ (iii) $(x + 7)(x + 7)$

(iv) $(x + 1)(x + 1)$ (v) $(2x + 1)(2x + 1)$ (vi) $(ax + 1)(ax + 1)$

(vii) $(ax + b)(ax + b)$ (viii) $(ax + by)(ax + by)$

(ix) $(2x + 3)(2x + 3)$ (x) $(4x + 5)(4x + 5)$

(xi) $(3x + 4)(3x + 4)$ (xii) $(3x + 5)(3x + 5)$

(xiii) $2x(x + 6)(x + 6)$ (xiv) $x(ax + b)(ax + b)$

(xv) $x^2(2x + 3)(2x + 3)$ (xvi) $\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(\frac{x}{2}+2\right)$ (xvii) $\left(3x+\frac{y}{3}\right)\left(3x+\frac{y}{3}\right)$

90. (i) $(x - 4)(x - 4)$ (ii) $(x - 5)(x - 5)$ (iii) $(x - 7)(y - 7)$

(iv) $(p - 1)(p - 1)$ (v) $(2a - b)(2a - b)$ (vi) $(py - 1)(py - 1)$

(vii) $(ay - b)(ay - b)$ (viii) $(3x - 2)(3x - 2)$ (ix) $(2y - 3)(2y - 3)$

(x) $\left(\frac{x}{2}-2\right)\left(\frac{x}{2}-2\right)$ (xi) $y(ay - b)(ay - b)$ (xii) $\left(3y-\frac{2x}{3}\right)^2$

91. (i) $(x + 13)(x + 2)$ (ii) $(x + 5)(x + 4)$ (iii) $(x + 5)(x + 13)$

(iv) $(p + 1)(p + 13)$ (v) $(y + 7)(y - 3)$ (vi) $(y - 5)(y + 3)$

(vii) $(9 + x)(2 + x)$ (viii) $(x - 7)(x - 3)$ (ix) $(x - 12)(x - 5)$

(x) $(x + 11)(x - 7)$ (xi) $(y + 4)(y + 3)$ (xii) $(p - 15)(p + 2)$

(xiii) $(a - 20)(a + 4)$

92. (i) $(x - 3)(x + 3)$ (ii) $(2x - 5y)(2x + 5y)$

(iii) $(2x - 7y)(2x + 7y)$ (iv) $3a^2b(b - 3a)(b + 3a)$

(v) $7a(2y - 5x)(2y + 5x)$ (vi) $(3x - 1)(3x + 1)$

(vii) $25a(x - 1)(x + 1)$ (viii) $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{5}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{5}\right)$

(ix) $2\left(\frac{p}{5}-4q\right)\left(\frac{p}{5}+4q\right)$ (x) $(7x - 6y)(7x + 6y)$

(xi) $y\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)$ (xii) $\left(\frac{x}{5}-25\right)\left(\frac{x}{5}+25\right)$ xiii) $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\right)$

(xiv) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}y\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}y\right)$ (xv) $xy\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)$

(xvi) $11xy\ (11x - y)\ (11x + y)$ (xvii) $b^2\left(\frac{1}{6}a-\frac{4}{7}c\right)\left(\frac{1}{6}a+\frac{4}{7}c\right)$

(xviii) b(2a–b) $(2a^2 - 2ab + b^2)$ (xix) $(x - 1)\ (x + 1)\ (x^2 + 1)$

(xx) $(y - 5)\ (y + 5)\ (y^2 + 25)$ (xxi) $p\ (p - 2)\ (p + 2)\ (p^2 + 4)$

(xxii) $(2x - 3)\ (2x + 3)\ (4x^2 + 9)$ (xxiii) $(x - y)\ (x + y)\ (x^2 + y^2)$

(xxiv) $(y - 3)\ (y + 3)\ (y^2 + 9)$ (xxv) $(2x - 5y)\ (2x + 5y)\ (4x^2 + 25y^2)$

(xxvi) $(a - 2b + c)\ (a - c)$ (xxvii) $8\ xy\ (x^2 + y^2)$

(xxviii) $(x - y)\ (x + y)\ (x^2 + y^2 + 1)$ (xxix) $2a\ (2a - 1)\ (2a + 1)$

(xxx) $\left(x-\frac{y}{10}\right)\left(x+\frac{y}{10}\right)$ (xxxi) $(3x - 3y - z)\ (3x + 3y + z)$

93. (i) $x - 2$ और $x - 4$ (ii) $x - 1$ और $x - 2$ (iii) $x - 2$ और $x - 5$

(iv) $x + 20$ और $x - 1$ (v) $x + 5$ और $x + 4$

94. (i) $3x^2y$ (ii) $4\frac{xz^3}{y}$ (iii) $-17\ bc$ (iv) $\frac{11p^3q^3r^3}{xy^2z^3}$

95. (i) $r - 2pqr^2$ (ii) $\frac{-a}{d}x^2+\frac{b}{d}x-\frac{c}{d}$ (iii) $x^2y^2 + xy^2 - y^3 + 1$

(iv) $\frac{qr}{z}-\frac{pr}{x}+r$

96. (i) $x - 9$ (ii) $x + 12$ (iii) $2x$ (iv) $3x - 2$

(v) $3\ (x + 4)$ (vi) $x - 2$ (vii) $x^2 + 25$

97. $2x + 3y$ **98.** $3x + 4y$ **99.** $x + 4$ **100.** $y - 4$

101. $x + 3$ **102.** $\frac{1}{2}n(n+1)$ **103.** $(x^2 + 25)\ (x - 5)$

104. $7xy(x^4 + y^4)$ **105.** ₹ $x^2 + 8x + 16$; ₹ 196

106. $4x^2 - 9$ वर्ग इकाई, 3591 वर्ग इकाई **107.** $44(ab - b - 2ac)$

108. 100 **109.** 200 **110.** 225 **111.** 72 **112.** 12

114. (i) 62 (ii) 143 (iii) 12 (iv) 48

115. $3a^2 + ab + 7ac + 2b^2 - 6bc - 4c^2$ **116.** $-b^3 + 2b^2 + 7b - 8$; 16

117. 51 **118.** $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}-3\right)$ **119.** $(p^2 + q^2 - pq)(p^2 + q^2 + pq)$

120. (i) 8 (ii) 300

121. संकेत $x^4 - x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2$

122. Side = 25 इकाई $x = 5$

124. $10x(2x + 1)$ वर्ग इकाई

125. (i) – (b) (ii) – (c) (iii) – (a)

(D) अनुप्रयोग

1. BINOMIAL	**2.** POLYNOMIAL	**3.** EVALUATE
4. TERM	**5.** GCF	**6.** TRINOMIAL
7. MONOMIAL	**8.** QUADRATIC	**9.** FACTORS
10. INTEGERS	**11.** LIKE	**12.** DEGREE

इकाई 8

1. (c)	**2.** (a)	**3.** (b)	**4.** (a)	**5.** (c)	**6.** (c)
7. (a)	**8.** (c)	**9.** (c)	**10.** (a)	**11.** (a)	**12.** (b)
13. (a)	**14.** (b)	**15.** (c)	**16.** (b)	**17.** (d)	**18.** (d)
19. (b)	**20.** (d)	**21.** (c)	**22.** (b)	**23.** (a)	**24.** (d)
25. (a)	**26.** (d)	**27.** (c)	**28.** (a)	**29.** (c)	**30.** (a)
31. (b)	**32.** (c)	**33.** (b)	**34.** 10^{-10}	**35.** a^{-7}	**36.** 1

12/04/18

37. 1 **38.** $\frac{1}{2^6}$ **39.** 2^{-6} **40.** ऋणात्मक **41.** धनात्मक

42. 10^{-5} **43.** $\left(\frac{2}{13}\right)^{-36}$ **44.** $\frac{36}{22}$ **45.** 1 **46.** 1.0×10^{-8}

47. 1.234×10^{7} **48.** 34,10,000 **49.** 23,94,610

50. 6^{-2} **51.** 3^4 या 81 **52.** 3^{11} **53.** 0.0000003

54. समान **55.** 3.25×10^{10} **56.** 8×10^{-9} **57.** 0.00000000023

58. 8^4 **59.** 2^{10} **60.** 12^{-2} या $\frac{1}{144}$ **61.** 6 **62.** 0

63. $\frac{1}{3^{-5}}$ **64.** 1 **65.** 49 **66.** असत्य **67.** सत्य **68.** सत्य

69. असत्य **70.** सत्य **71.** असत्य **72.** असत्य **73.** असत्य **74.** असत्य

75. असत्य **76.** असत्य **77.** असत्य **78.** सत्य **79.** सत्य **80.** असत्य

81. असत्य **82.** सत्य **83.** सत्य **84.** सत्य **85.** सत्य **86.** सत्य

87. असत्य **88.** असत्य **89.** सत्य **90.** सत्य

91. (i) 100^{10} (ii) 2^5 (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ **92.** $\frac{1}{3^9}$

93. 2^{-8} **94.** $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ और $\left(\frac{-3}{4}\right)^3$ **95.** $\left(\frac{4}{9}\right)^2$ और $\left(\frac{-4}{9}\right)^2$

96. (a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-6}$ (b) 2^{-10} **97.** – 128

98. (i) 29 (ii) $\frac{3^8}{2^7}$ (iii) $\frac{7^5}{10}.z^2$ (iv) 2^{-10} और $\frac{1}{1024}$

99. (i) $x = -2$ (ii) $x = -1$ (iii) $x = 0$

100. 2.93×10^{-4} **101.** $(100)^9$ **102.** 1 **103.** 1 **104.** $\frac{49}{90}$

105. $x = 2$ **106.** 3.9×10^8 **107.** 5.678×10^{-6} **108.** 1.312×10^6

109. 6.0×10^9 **110.** 1.5×10^7 **111.** 5.913×10^9 km

112. 1.0×10^{-8} g **113.** 3.72×10^6 kg **114.** 2.75×10^{12}

115. (a) 1.673×10^{-24} gm (b) 2.2×10^{-8} cm

(c) 3.34×10^{-21} tonnes (d) 10^{12}

(e) 5.6×10^{4} (f) 5.0×10^{5}

(g) 6.3072×10^{7} sec (h) 5.0×10^{8} cm^2

116. $x = -1$ **117.** $\dfrac{(-2)^7}{(3)^9}$ **118.** $n = 1$ **119.** $n = 9$

120. $625x^3$ **121.** 400 **122.** $n = 6$ **123.** 16 kg

124. (a) 2^{24} (b) 2^{48} **125.** B **126.** 2^8

127. (a)

उछालों की संख्या	तय की गयी दूरी	शेष दूरी	तय की गयी दूरी
1	$\frac{1}{2}$	$1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$1-\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$	$1-\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$	$1-\frac{1}{8}$
4	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}-\frac{1}{16}=\frac{1}{16}$	$1-\frac{1}{16}$
5	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{16}\right)=\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}-\frac{1}{32}=\frac{1}{32}$	$1-\frac{1}{32}$
6	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{32}\right)=\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}-\frac{1}{64}=\frac{1}{64}$	$1-\frac{1}{64}$
7	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{64}\right)=\frac{1}{128}$	$\frac{1}{64}-\frac{1}{128}=\frac{1}{128}$	$1-\frac{1}{128}$
8	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{128}\right)=\frac{1}{256}$	$\frac{1}{128}-\frac{1}{256}=\frac{1}{256}$	$1-\frac{1}{256}$
9	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{256}\right)+\frac{1}{512}$	$\frac{1}{256}-\frac{1}{512}=\frac{1}{512}$	$1-\frac{1}{512}$

10 $\qquad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{512}\right)=\frac{1}{1024} \qquad \frac{1}{512}-\frac{1}{1024}=\frac{1}{1024} \quad 1-\frac{1}{1024}$

(b) $1-\frac{1}{2}^{\,n}$

(c) नहीं, क्योंकि 1 पर पहुँचने के लिए $\frac{1}{2}^{\,n}$ को किसी परिमित n के लिए शून्य होना चाहिए, जो संभव नहीं है।

128. (a)

x	1^x	2^x	3^x	4^x	5^x	6^x	7^x	8^x	9^x	10^x
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
4	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000
5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049	100000
6	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441	1000000
7	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969	10000000
8	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721	100000000
घातों की इकाइयों के अंक	1	2,4, 8,6	3,9, 7,1	4,6	5	6	7,9, 3,1	8,4, 2,6	9,1	0

(b) (1) 6 (2) 1 (3) 3 (4) 5 (5) 0

(c) (1) 1 (2) 4 (3) 7 (4) 1

129. (a) सूर्य- 1.99×10^{30} बुध - 3.3×10^{23}

शुक्र - 4.87×10^{24} पृथ्वी - 5.97×10^{24}

मंगल - 6.42×10^{29} बृहस्पति - 1.9×10^{27}

शनि - 5.68×10^{26} यूरेनस - 8.68×10^{25}

नेप्चून - 1.02×10^{26} प्लूटो - 1.27×10^{22}

चंद्रमा - 7.35×10^{22}

(b) प्लूटो < चंद्रमा < बुध < शुक्र < पृथ्वी < यूरेनस < नेप्चून < शनि < बृहस्पति < मंगल

(c) शुक्र

130. (a) सूर्य - 1.496×10^{8} बृहस्पति - 7.783×10^{8}

मंगल - 2.279×10^{8} बुध - 5.79×10^{7}

12/04/18

नेप्चून - 4.497×10^9 प्लूटो - 5.9×10^9

शनि - 1.427×10^9 यूरेनस - 2.87×10^9

शुक्र - 1.082×10^8

(b) बुध, शुक्र, पृथ्वी, मंगल, बृहस्पति, शनि, यूरेनस, नेप्चून, प्लूटो

131. (a) शीशा (b) टिटेनियम

(c) हाईड्रोजन < लीथियम < टिटेनियम < चाँदी < शीशा

132. 2.8968192×10^{12} m **133.** 2.543×10^{-2} m

134. 0.000000767 **135.** $9.1093826 \times 10^{-28}$ g

136. छः हजार एक सौ मिलियन

137. (a)

पीढ़ी	पूर्वजों की संख्या
1	2
2	2^2
12	2^{12}

(b) 2^n

138. एक सप्ताह में 1610 बिलियन या 1.61×10^{12}

एक वर्ष में 83950 बिलियन या 8.395×10^{14}

139. 37.5 g **140.** (a) $\frac{1}{3^7}$ (b) 5 अर्ध रेखाएँ

141. 1.3×10^{-15} m **142.** 5.0×10^{-2} m

144. $144 \xrightarrow{\times 2^{-3}} 18 \xrightarrow{\times 12^{-1}} \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 3^{-2}} \frac{1}{6}$

145. 1.15×10^{-5} दिन

146. (a) बाजरा, ज्वार, चावल

(b) बाजरा 1.3×10^3

ज्वार 1.26×10^6

चावल 3.6×10^3

गेहूँ 7.0×10^5

(c) 3.0×10^3 हेक्टेयर

147. 40 cm

12/04/18

148. (a) '$\times 2^2$' और '$\times 5^2$' मशीनें; हाँ

(b) '$\times 4$' मशीनें

149. 64 cm

150. (a) दो गुना

कुल खिंचाव 10,000

(b) पाँच गुना

कुल खिंचाव 16,807

(c) सात गुना

कुल खिंचाव 78,125

151. '$\times 4^3$', '$\times 8^2$', '$\times 2^6$' मशीनें **152.** यह वही रहेगी

153. (a) इनसे लंबाई नहीं बदलेगी (b) 1 **154.** 3 cm

155. (i) 1 cm (ii) $\frac{1}{8}$ cm या 0.125 cm **156.** $\frac{1}{9}$ cm **157.** 5

158. (a) '$\times 2$' (b) '$\times 2^2$' (c) '$\times \frac{1}{5}$'

159. (a) 2^9 (b) 100^{12} (c) 7^{61}

(d) 3^{2y} (e) 2^3 (f) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$

160. (a) हाँ, '$\times 7^5$' (b) नहीं (c) नहीं

(d) हाँ, '$\times (0.5)^5$' (e) हाँ, '$\times 12^5$'

161. '$\times 6^3$' **162.** $5^2 \times 5^2$

163. (a) '$\times 2^0$' (b) '$\times 5^{-1}$' (c) 5 cm

(d) 3 cm

164. (a) $2^2 \times 5^2$ (b) $3^2 \times 11^1$

(c) 'x37' (d) 101×111

165. $x3^4$, $x9^2$ **166.** $x\left(\frac{1}{2}\right)^3$

167. a × 25, a × 125, a × 625

168.

	मशीन		
निवेश लंबाई	x^2	x^{10}	x^5
0.5	1	5	2.5
3	6	30	15
7	14	70	35

169.

निवेश लंबाई	रिपीटर मशीन		
	$\times 2^3$	$\times 3^3$	$\times 5^2$
5	40	135	125
2	16	54	50
6	48	162	150

170. **संकेत**– एक 8×8 ग्रिड लीजिए।

अब प्रत्येक पंक्ति का योग ज्ञात कीजिए। प्रथम पंक्ति–

$= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7$

$= 255$

दूसरी पंक्ति

$= 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15}$

$= 2^8 (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^5 + 2^6 + 2^7)$

$= 2^8 \times 255$

$= 256 \times 255$

$= 65280$

तीसरी पंक्ति

$= 2^{16} \times 255$

$= 16711680$

$2^8 = 256$

$2^{16} = 2^8 \times 2^8$

$= 256 \times 256$

इत्यादि

171. सूर्य का व्यास पृथ्वी के व्यास का 100 गुणा है।

172. 26.32×10^{29} kg **173.** 1492.16×10^{8} m **174.** 2.7×10^{8} sec

175. 3 **176.** $\frac{64}{27}$

177. (1) $x = -2$ (2) $x = -7$ (3) $x = 6$

(4) $x = 7$ (5) $x = -1$ (6) $x = 4$

178. (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 2

179. (1) $-\left(\frac{6}{11}\right)^4$ (2) $\left(\frac{-5}{7}\right)^3$ (3) $\left(\frac{-20}{63}\right)^2$ (4) $\frac{1}{2}$ या $\frac{1}{2}$

180. (1) $\frac{8}{15}$ (2) 0 (3) $\frac{28}{169}$ (4) 0

(5) $3^7 \times t^2$ (6) $(3t)^6$

(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1

काटने की संख्या	बैलटों की संख्या
1	$2 (= 2^1)$
2	$4 (= 2^2)$
3	$8 (= 2^3)$
4	$16 (= 2^4)$

(a) 2^n (b) 2^{40} (c) 9 cuts

(d)

काटने की संख्या	क्षेत्रफल (cm^2 में)
0	324
1	162
2	81
3	40.5
4	20.25

5	10.125
6	5.0625
7	2.53125
8	1.265625
9	0.6328125
10	0.3164062

सूत्र (वाँछित व्यंजक) = $A \times 2^{-n}$ (जहाँ $n = 1,2,3,...$ और A प्रारंभिक क्षेत्रफल है)।

(e) 8192 cm^2

क्रियाकलाप 2:

(a)

चरणों की संख्या	बैलटों की संख्या
1	3
2	3^2
3	3^3
4	3^4
5	3^5

(b) 3^{15}, 3^n (c) न्यूनतम 11 चरण

क्रियाकलाप 3:

क्रॉसवर्ड

एक्रॉस

1. SUM **2.** EXPONENTS **3.** ONE **4.** NEGATIVE

डाउन

5. ONE TENTH **6.** EIGHT **7.** POWER **8.** ONE TENTH

9. MULTIPLICATIVE **10.** STANDARD

इकाई 9

1. (b) **2.** (b) **3.** (b) **4.** (a) **5.** (b) **6.** (a)

7. (c) **8.** (b) **9.** (d) **10.** (b) **11.** (a) **12.** (c)

13. (c) **14.** (b) **15.** (a) **16.** (c) **17.** (c) **18.** (b)

19. (b) **20.** (c) **21.** बट्टा **22.** 8% **23.** 243

24. बट्टा = M.P. – S.P. **25.** बट्टा = अंकित मूल्य **26.** बिक्री/वैट

27. $A=P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ **28.** बिक्री कर = बिल की राशि का 10 %

29. रूपांतरण अवधि **30.**उपरिव्यय **31.**अंकित मूल्य

32. $A=P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2t}$ **33.** समान, हर **34.** ₹ 1,000

35. A = 9331.20 रु. CI = 1331.20 **36.** ₹ 27,000

37. 10%, $1\frac{1}{2}$ वर्ष

38. $x+\frac{40}{100}x$ = 1,12,000 (Let C.P. be x)

$$\frac{140x}{100}=1,12,000$$

$$x=\frac{\cancel{1,12,000}^{800}\times 100}{\cancel{140}1}=₹\,80,000$$

39. $\frac{20}{3}\%$ या $6\frac{2}{3}\%$ **40.** 100% **41.** ₹ 364 **42.** ₹ 10,000

43. 400% **44.** 300% **45.** 199.50 रु. **46.** सत्य **47.** असत्य

48. असत्य **49.** सत्य **50.** असत्य **51.** असत्य **52.** असत्य **53.** असत्य

54. सत्य **55.** असत्य **56.** सत्य **57.** सत्य **58.** असत्य **59.** सत्य

60. असत्य **61.** असत्य **62.** असत्य **63.** सत्य **64.** सत्य **65.** असत्य

66. 840 **67.** 29.67 kg, 23.73 kg, 10.79 kg या 10.8 kg (लगभग)

68. (a) ₹ 5,177.50 (b) ₹ 1,280.50 **69.** (a) ₹ 500 (b) ₹ 10,000

70. (a) 10% (b) 3% **71.** ₹ 380 **72.** वृद्धि 5.76 **73.** $\frac{50}{3}\%$

74. 3703 **75.** 3019.14 **76.** (a) 40% (b) $\frac{32}{3}\%=10\frac{2}{3}\%$ (c) 20%

77. 55.84%, 2.23% **78.** (a) ₹ 664.95 (b) ₹ 1,243.26

(c) ₹ 2,305.38 (d) सेवा कर = ₹ 6.29 कुल योग = ₹ 4,219.88

79. (a) ₹ 3,200 (b) ₹ 43,200 (c) ₹ 3,456 (d) 46,656

80. (i) 57.55% (ii) 22.65% **81.** ₹ 35 **82.** 12.5%

83. बिल शुल्क ₹ 582.01 **84.** 882.9 + 3% = ₹ 909.39

85. (i) ₹ 5000 (ii) ₹ 1,05,000 (iii) ₹ 5250 (iv) ₹ 1,10,250

86. लाभ 27.08% **87.** ₹ 630 **88.** ₹ 7840 **89.** 7305.38

90. ₹ 25,000 **91.** 7,00,000 **92.** 0% लाभ या न लाभ न हानि

93. पेट्रोल 10.96%, डीज़ल 6.09%, एलपीजी 8.20%

94. A. 29.6% कमी B.18.96% वृद्धि

C. 500% वृद्धि D.9.09% वृद्धि

95. 18.027% या 18.03% **96.** हानि = 0.25% **97.** 40%

98. ₹ 864 **99.** ₹ 3561.60 **100.** 30% **101.** ₹ 18,400 **102.** ₹ 800

103. ₹ 1653.60, ₹ 1620

104. मिश्रधन = ₹ 10,75,840, ब्याज = ₹ 51,840

105. देय मिश्रधन = ₹ 5,243

106. (b) 690 mg (c) 120% (d) 3 : 7

107. ₹ 90 **108.** स्टोर A पर गेम कम व्यय वाला है।

109. (a) ₹ 30.60 (b) ₹ 59.40

110. (a) दूसरी विधि कम मूल्य देगी।

(b) विधि 1 : ₹ 202.50 विधि 2 2 : ₹ 190

(c) वास्तव में स्टोर पहली विधि प्रयोग करता है क्योंकि इस विधि द्वारा छूट कम दी जाती है।

111. पहले दो महीने नीलगिरी अपार्टमेंट में रहना ₹ 900 सस्ता होगा।

112. प्रारंभिक राशि पर 20% है (यदि प्रारंभिक मूल्य ₹ 100 है, तो बढ़ा हुआ मूल्य ₹ 120 है)। परंतु 20% कमी बढ़ी हुई राशि ₹ 120 पर है (अर्थात् ₹ 120 का 20% = ₹ 24 है)। अत: घटी हुई राशि = ₹ 120 – ₹ 24 = ₹ 96। इसलिए घटी हुई राशि प्रारंभिक राशि से कम है।

12/04/18

113. 1. 93.3% 2. (a) $\frac{3}{4}$ (b) SPF = 4

114. ₹ 12,50,000

115. प्रारंभिक मू. ₹ 3.97 प्रति kg. ₹ 3.38/kg घटा हुआ मूल्य

116. (1) 81.6% (2) 90.4% (3) 85% (4) 84%

(5) 86.67% (6) 82.5% (7) 90% (8) 82%

(9) 86.67% (10) 87% (11) 88.5%

117. 91.43

118. मीनाक्षी को घर पर गृहकार्य का अधिक प्रतिशत समाप्त करना होगा।

119. 36% **120.** 44.4% **121.** 37.52 kg **122.** 4.431 gram

123. वह ज्ञात कर रहा है कि 5, 32 का कितने प्रतिशत है।

124. ब्रांड 1 (X) पर बिक्री कर प्रतिशत है।

ब्रांड I : 7.14%

ब्रांड II : 4.84%

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

क्रियाकलाप 1:

डाउन

1. 7200 **2.** 960 **3.** 187

एक्रॉस

1. 10 प्रतिशत **3.** ₹ 1260 **4.** ₹ 800 **5.** 70

क्रियाकलाप 6:

क्रॉसवर्ड

एक्रॉस

1. PROFIT **2.** COST PRICE **4.** DISCOUNT

5. LOAN PERIOD **6.** RATE **7.** SIMPLE INTEREST

8. PERCENTAGE **9.** SALE PRICE **10.** PRINCIPLE

11. COMPOUND INTEREST **12.** LOSS

उत्तरमाला

इकाई 10

1. (c) **2.** (d) **3.** (a) **4.** (d) **5.** (a) **6.** (a)
7. (a) **8.** (d) **9.** (d) **10.** (b) **11.** (c) **12.** (a)
13. (a) **14.** (c) **15.** (d) **16.** (b) **17.** सीधा
18. प्रतिलोमतः **19.** सीधे, सीधा **20.** प्रतिलोम, प्रतिलोमतः
21. प्रतिलोमतः **22.** x/y **23.** सीधा **24.** प्रतिलोमतः
25. $\frac{16}{3}$ घंटे या 5 घंटे 20 मि **26.** 300 **27.** 96
28. सीधा **29.** स्थिरांक **30.** ab, स्थिरांक **31.** अनुपात
32. गुणनफल **33.** समानुपाती **34.** 9.6 km **35.** $2\frac{1}{4}$ घंटे या 2 घंटे 15 मि
36. 90 cm **37.** $y = 8$ **38.** = **39.** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1}$ **40.** 480 cm^2
41. 288 घंटे **42.** 0.250 km **43.** असत्य **44.** असत्य **45.** असत्य
46. असत्य **47.** असत्य **48.** असत्य **49.** सत्य **50.** असत्य **51.** असत्य
52. असत्य **53.** असत्य **54.** सत्य **55.** सत्य **56.** असत्य **57.** असत्य
58. सत्य **59.** सत्य
60. (i) प्रतिलोम (ii) सीधे (iii) प्रतिलोम (अनुलोम)
(iv) सीधे (v) सीधे
61. (i) सीधे (ii) सीधे (iii) सीधे
(iv) सीधे (v) कोई नहीं
62. (i) सीधे (ii) कोई नहीं (iii) प्रतिलोम
(iv) सीधे (v) सीधे
63. $y = 30$ **64.** $x = 128$ **65.** $l = 40$ **66.** $x = 20$ **67.** $39\frac{3}{8}$
68. 448 व्यक्ति **69.** 540 शब्द **70.** 96 km/h
71. (i) $\frac{L}{m} = K$ (ii) $k = \frac{1}{3}$ (iii) $l = 11$ (iv) $m = 24$
72. ₹ 9000 **73.** 8.75 cm **74.** $x = 72$, $y = 45$ **75.** 280 m **76.** 60l
77. (i) नहीं (ii) हाँ (iii) हाँ

12/04/18

78. (i) $27/2 = p$, $36/13 = q$, $108/25 = r$

(ii) $x = 45$, $y = 7.2$, $z = 9$

(iii) $l = 12$, $m = 20/3$, $n = 12/5$

79. (i) ₹ 540 (ii) 60 m **80.** 12 पम्पस् **81.** ₹ 4800

82. 9 m **83.** 25 दिन

84. (i) मिश्रण A, (ii) मिश्रण D, (iii) मिश्रण F , (iv) मिश्रण G

मिश्रण में सबसे हल्का नीला रंग D.

30 नीले रंग के डब्बे

75 सफेद रंग के डब्बे

85. बैंगनी (=12), नीला (=20), सफेद (=16)

कुल योग = 12 + 20 + 16 = 48

कथन I : P : कुल योग = 12 : 48 = 1 : 4

कथन II : B : कुल योग = 20 : 48 = 5 : 12

कथन III : W : कुल योग = 16 : 48 = 1 : 3

कथन IV : P : B : = 12 : 20 = 3 : 5

कथन IV : P : W : = 12 : 16 = 3 : 4

86. 5 मिठाइयाँ **87.** 11 गाय **88.** 21 व्यक्ति **89.** 5 km **90.** 9.00 प्रात:

91. 1 - H, 2 - D, 3 - G, 4 - F

5 - C 6 - A 7 - B 8 - E

92. 60 g **93.** 35 km **94.** 24.9 m $\left[\because \frac{x}{21} = \frac{9.5}{8}\right]$

95. सबसे सुस्त एलीवेटर C (चाल13 m/sec)

सबसे तेज एलीवेटर D (चाल17m/sec)

एलीवेटर B के लिए D, दूरी = 2.29 km

एलीवेटर C के लिए D = 1.820 km

96. 37.5 m **97.** 5 कप **98.** हाँ, $k = 1/4$ **99.** 0.6 सेकंड

100. p%

101. (a) 10 : 7 (b) 7 : 17 (c) 98 काली कुंजियाँ **102.** समानुपात 120 km.

103. 1/2 कप तुरंत पकने वाली जई

1 कप ब्रेड का आटा

1/6 कप चीनी का सीरप

1/2 बड़ा चम्मच पकाने का तेल

2/3 कप पानी

3/2 बड़ी चम्मच खमीर

1/2 छोटी चम्मच नमक

104. 8 नए अध्यापक **105.** 125 मील **106.** (a) ₹ 425 (b) 480 पोस्टर

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेली

4. क्रॉसवर्ड

एक्रॉस	डाउन
1 Directly	2 Inverse
4 Unitary	3 Equivalent
5 Less	6 Constant
7 Proportion	7 Product
9 Decrease	8 Increases

इकाई 11

1. (c) **2.** (c) **3.** (b) **4.** (a) **5.** *(b)* **6.** (c)

7. (d) **8.** (a) **9.** (b) **10.** (c) **11.** (c) **12.** (d)

13. (c) **14.** (c) **15.** (a) **16.** (b) **17.** (c) **18.** (a)

19. (c) **20.** (c) **21.** (a) **22.** (a) **23.** (c) **24.** (a)

25. (c) **26.** (a) **27.** (c) **28.** (c) **29.** 24 **30.** शून्य

31. $10a^2$ **32.** 4 गुना **33.** h^3, $6h^2$ **34.** $\frac{1}{4}$ **35.** 50% **36.** $\frac{\pi}{4}a^3$

37. πb^2 **38.** $\frac{1}{2}(h_1 + h_2)\,d$ **39.** दुगुना **40.** 3, समान

41. आयत, विभिन्न **42.** समान **43.** $2\pi rh$ **44.** $2\pi r\,(r + h)$

45. $\pi r^2 h$ **46.** विकर्ण **47.** दोगुना **48.** समान **49.** आयतन

50. वक्र **51.** 3 : 1 **52.** 36 : 1 **53.** सत्य **54.** असत्य **55.** असत्य

56. असत्य **57.** असत्य **58.** सत्य **59.** असत्य **60.** असत्य **61.** असत्य

62. $\frac{1}{2}$ मि या 30 सेकेंड **63.** 15m **64.** $1050 m^2$ **65.** ₹ 528

66. (1) 352.8, $468.3 m^2$ (2) $106.3 m^2$, $102.80 m^2$ (3) $13.35 m^2$, $235.6 m^2$

67. 10 m **68.** 26 min 24 sec **69.** 7 : 8 **70.** 84 m **71.** 302 m

72. 45 cm **73.** 0.636 km **74.** 0.264 km/hour **75.** 13 m
76. 53000 वर्ग इकाई **77.** 30100 वर्ग इकाई **78.** 432m^2
79. 240 m^2 **80.** 600 m^2 **81.** 13046 cm^2 **82.** 72 cm^2 **83.** 199.5 cm^2
84. *228.85* cm^2 **85.** 88.28 cm^2

86. (a) $\frac{x^3}{2}$ (b) $6y^3$ **87.** 1 : 5 **88.** 1 : 2π **89.** 43.12 m^3

90. r = 21 cm, h = 14 cm **91.** V = 11440 cm^3, भार = 91520 g

92. (a) प्रारंभिक का दो गुना (b) प्रारंभिक का आधा (c) प्रारंभिक का एक-चौथाई

93. प्रारंभिक का 27 गुना **94.** h = 20 cm **95.** 13280 cm^2

96. 22.68m^3, 22680 L **97.** 64 घन **98.** 6752 cm^3

99. 4500 m^3 **100.** 1742.72 cm^2 **101.** 0.78 m **102.** 42038.857

103. 1400 cm^2 **104.** B पाइप **105.** 200 m^3 **106.** 1 दिन

107. 1440 **108.** 1848 cm^2 **109.** 25 dm, 20 dm, 15 dm

110. r = 0.07m, 0.44m^2 **111.** (a)27 गुना (b) $\frac{1}{64}$ गुना

112. V = 3850 cm^3, A = 110 cm^2 **113.** 44.55 लीटर

114. r = 8 cm, A = 603.428 cm^2 **115.** 11180400 cm^2, 11.180400 cm^3

116. 621600 l **117.** 1000 **118.** h = 8 m, b = 10 m **119.** 1 : 1

120. 6500 cm^3 **121.** 3 cm^2 **122.** 2016 cm^2 **123.** 2042

124. 401.2 cm^2 **125.** 70 cm **126.** 5082 cm^3, 3811.5 cm^3

इकाई 12

1. b **2.** d **3.** c **4.** c **5.** c **6.** a

7. d **8.** b **9.** c **10.** d **11.** रेखा आलेख

12. आलेख **13.** x और y **14.** y-अक्ष **15.** x-अक्ष y-अक्ष **16.** आलेखन

17. x **18.** x-अक्ष **19.** 2 **20.** शून्य **21.** 4

22. x-निर्देशांक/भुज **23.** (5, 4)

24. y-निर्देशांक/कोटि **25.** मूल बिंदु **26.** सत्य **27.** सत्य

28. असत्य **29.** असत्य **30.** असत्य **31.** सत्य **32.** सत्य **33.** असत्य

34. सत्य **35.** (i) d, (ii) f (iii) e (iv) a (v) b (vi) c

36. (a) ii (b) iii (c) i (d) v (e) vi (f) iv

37. (a) F (2, 0) (b) A (0, 4) (c) H (5, 1)
(d) C (2, 6) (e) E (3, 3)

38. A (0, 7.5) B (4, 5) C (7.5, 2.5)
D (11, 0) E (14.5, 6.5) F (18, 9.5)

40. (a) (A, f) (b) (बंदर, हाथी) (c) (o, e) (d) (c, c)

41. (a) 7, (b) 5 , (c) O **42.** (a) 5 (b) 0 (c) 7

43. (a) हाँ (b) नहीं, वर्ग (c) नहीं, त्रिभुज

44.

x	1	2	3	4
y	3	6	9	12

45. नहीं

46. (a) ₹ 70 (b) 5

47. (a) एकसमान चाल
(b) एकसमान चाल से चलता है और उसके बाद विश्राम में आ जाता है।
(c) असमान चालों से चलता है और धीरे-धीरे विश्राम में आ जाता है।

48. (a)

x	0	1	2	3
y	1	4	7	10

(b)

x	1	2	4	6
y	0	1	3	5

49. (a)

x	0	1	2	3
y	0	1	2	3

(b)

x	0	1	2	3
y	2	4	6	8

50. (a) 264 इकाई (b) r = 35 इकाई

51. (a) दो क्रमागत सप्ताहों में तापमान °C है
(b) प्रथम सप्ताह (c) बुधवार (d) शुक्रवार
(e) प्रथम सप्ताह - 37°C, दूसरा सप्ताह - 33°C
(f) रविवार (g) बुधवार

52. (a) अप्रैल (b) मार्च (c) अप्रैल (d) 250 (e) 125 (f) 2/3

53. (a) सानिया द्वारा दो विभिन्न टेस्टों में विभिन्न 10 में से प्राप्त अंक

12/04/18

(b) गण्ति (c) अंग्रेजी और गण्ति

(d) कोई नहीं (e) 6 (f) दोनों में समान (g) टेस्ट 1, गण्ति

54. (A) (1, 1) E (5, 1) I (4,4)

(B) (3, 0) F (6, 3) J (4, 5)

(C) (4, 2) G (5,5) K (3, 6)

(D) (2, 3) H (4, 3) L (2, 6)

(M) (1, 5) O (2, 4) Q (0, 5)

(N) (2, 5) P (1, 2)

55. (a) 10 am (b) 16 km (c) एक स्थान पर स्थिर है।

(d) 40 km (e) 24 km (f) 2 pm

(g) 4 km/h, 0 km/h (h) 10 p.m.

56. (a) p = 6 (b) q = 4

57. (a) एक सप्ताह में 0°C में उच्चतम तापमान

(b) रविवार, 25° C (c) बुधवार

(d) शुक्रवार

58. (a) 80 km (b) 5 घंटे (c) 2 घंटे (d) 120 किमी

(e) 6 घंटे

59. D (4, 4) **60.** D (3, 0) No **61.** (2, 2)

62. (a) विक्रेता A (b) रविवार (c) शनिवार से रविवार

(d) गुरुवार (e) मंगलवार और बुधवार

63. (a) 7°C (b) 6 a.m. (c) 3°C

(d) 5°c to 8°c (e) प्रात: 8 और 9 के बीच

64. (a) 90 cm (b) 20 cm more (c) 4 वर्ष से 6 वर्ष के बीच में

65. (a) स्नेहा 25 min और 40 minutes के बीच न्यूनतम प्रगति करती है।

(b) 2.4 km\h

66. (a) E (0.5, 0.5) J (2, 1.5)

F (2, 2) K (8, 6)

G (4, 2) L (16. 6)

H (2.5, 0.5) M (10, 1.5)

67. (6, 0) at x अक्ष (0, 6) at y अक्ष

68. (a) 0 - 20 सेकंड (b) 30 सेकंड (c) 20°C लगभग

(d) 100°C (e) 100°c

69. (a) रेखा आलेख

(b) यह एक स्टोर में विभिन्न समयों पर व्यक्तियों की संख्या दर्शाता है।

(c) 1 p.m. (d) 5 से कम (e) 20

70. (a) 5.30 a.m., 6 p.m. (b) 12:30 घंटे

(c) आगे जाने वाला (d) 3 घंटे

71. (a) 8:45 am for 15 मिनट (b) अधिक तेज

(c) 9.00 a.m. पर (d) 10 km.

(e) 10 km.

72. आलेख 15 km. **73.** आलेख

74. (a) 18 वर्ष, 17 वर्ष (b) लड़के

75. (a) रेखा/आलेख

(c) 0 से 10 (प्रथम 10 मिनट)

76.

x	1	2	3	4	5
y	1.25	5	10	15	20

77. (a) अधिकतम 1990, न्यूनतम 2000 (b) 1996 (c) 4.7%

78. (a)

पैटर्न	1	2	3	4	5	6
टूथपिक	4	7	10	13	16	19

(b) आलेख (c) पैटर्न $y = 3x + 1$

(d)

x	7	8
y	22	25

79. (a) $y = 3x - 1$

(c)

x	3	8
y	8	23

80. (i) पानी, नहीं (ii) नहीं C (7, 5) D (5, 7) (iii) (2, 7)

(iv) (7, 3) (5, 5) (v) (7.5, 3) 2 km

(vi) (9, 4) (10, 4) (11, 5) 10. (7, 8) (8, 8) (9, 8) (vii) (5, 3) (6, 2) (7, 2)

81. a) तापमान में बदलाव समझने के लिए

b) तापमान दोपहर 1:00 बजे तक बढ़ता है और फिर घटता है।

c) दोपहर 12 बजे 19°C., शाम 8 बजे 10°C.

82. a) E और F b) D c) B और F, C और E

d) C, D, E e) A f) A और C

83. (a) ऊँचाई और भार

(b) D - शुतुरमुर्ग B - गधा A - मगरमच्छ C - कुत्ता

84. a) सत्य b) सत्य c) सत्य

d) सत्य e) असत्य

85.

बैंगनी टाइल की माप	S	1	2	3	4	5	10	100
सफेद टाइलों की संख्या	x	24	32	40	48	56	96	816

(b) आलेख

(c) हाँ

86.

पंक्ति r	4	6	8
सफेद टाइल	9	15	21
बैंगनी टाइल	1	6	15

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

2. क्रॉसवर्ड

डाउन

1. Bar graph 2. *y*-axis 3. Linear graph

4. Origin 5. Coordinates 6. right

7. abcissa

एक्रॉस

8. axes 9. Graph 10. Cartesia 11. Line

12. Ordinate 13. Whole 14. Histogram

15. Gaps 16. Horizontal 17. *x*-axis

उत्तरमाला

इकाई 13

1.	(c)	**2.**	(b)	**3.**	(c)	**4.**	(c)	**5.**	(c)	**6.**	(c)
7.	(d)	**8.**	(b)	**9.**	(a)	**10.**	(d)	**11.**	(b)	**12.**	(a)
13.	(c)	**14.**	(a)	**15.**	(c)	**16.**	(a)	**17.**	(b)	**18.**	9
19.	1, 4, 7	**20.**	1	**21.**	11	**22.**	9	**23.**	11		

24. A = 6, B = 3 **25.** A = 1, B = 6 **26.** B = 7 **27.** $x = 0$

28. 0 या 11 का दो गुना **29.** 11 **30.** $(a + c) - b$ **31.** 5

32. मान, A = 3, B = 6 **33.** tu1 **34.** सत्य **35.** असत्य **36.** असत्य

37. सत्य **38.** सत्य **39.** सत्य **40.** सत्य **41.** असत्य **42.** सत्य

43. असत्य **44.** असत्य **45.** $a = 3$ **46.** P = 6 और Q = 9 **47.** 12

48. 33033, 66066, 99099 **49.** A = 9, Z = 8, X = 1

50. A = 8, B = 1, C = 3 **51.** A = 6, B = 7, C = 1 **52.** A = 6, B = 9.

53. A = 5, B = 6, C = 7 **54.** A = 9, B = 1 **55.** A = 8, B = 9

56. A = 7, B = 8, C = 4 **57.** A = 2, B = 5 **58.** A = 9, B = 1, C = 8

59. A = 7, B = 2 **60.** A = 7, B = 2, C = 3, D = 1 **61.** A = 9

62. X = 8 **63.** k या तो 0 या 3, 6, 9 है। **64.** $y = 5$ **65.** $x = 6$

66. 2 **67.** S = 8, L = 5, M = 9, G = 1 **68.** S = 6, M = 9, B = 1, U = 0

69. 96, 85, 74, 63, 52, 41, 30

70. (a)555555555 (b) 777777777 (c) 72 (d) 81

71. (i)P = 7, Q = 4 (ii) M = 7, L = 4 **72.** B = 4 **73.** A = 4

74. y का न्यूनतम 0 है।

(D) अनुप्रयोग, खेल और पहेलियाँ

3. क्रॉसवर्ड पहेली

डाउन		एक्रॉस	
(A)	7	(F)	4
(B)	0	(G)	8
(C)	4	(H)	9
(D)	2	(I)	1
(E)	0	(J)	0

12/04/18